به نام خدا

بتن پیش تنیده

دکتر محمود زاده

پیشگفتار

هدف این کتاب توصیف مفاهیم اصولی سازه‌های بتن پیش تنیده می‌باشد و جهت استفاده دانشجویان و مهندسین حرفه‌ای تدوین شده است. اگر چه تاکید اصلی بر روی طراحی می‌باشد؛ یعنی تعیین سازه‌ای که بتواند مقاصد خاصی را برآورده سازد، لیکن حصول این مقصود تنها در صورتی امکان‌پذیر است که طراح درک درستی از رفتار سازه‌های پیش تنیده داشته باشند. این رفتار با جزئیات لازم مورد بحث قرار گرفته است، و در صورت نیاز جهت اطلاعات بیشتر، مراجع تخصصی مربوطه ذکر گردیده‌اند.

ارائه یک کتاب جهت طراحی سازه‌ای، لاجرم باید بر پایه یک آیین‌نامه طراحی استوار باشد. آیین‌نامه مورد استناد در این کتاب، استاندارد BS۸۱۱۰ می‌باشد که هم اکنون نیز در بسیاری شرکتهای مهندسین مشاور در این مملکت جهت طراحی سازه‌های بتن پیش تنیده مورد استفاده قرار می‌گیرد. یکی از دلائل عمده این مسأله، وارداتی بودن برخی از تجهیزات و مصالح پیش‌تنیدگی است که به‌ناچار باید بر اساس یک استاندارد معتبر بین‌المللی عمل نمود. طبیعی است در صورت چاپ و فراگیر شدن بخش پیش‌تنیده آیین‌نامه بتن ایران و رشد کافی صنعت پیش تنیدگی در این مملکت، لازم است برخی از بخشهای کتاب مورد بازنگری قرار گیرد که

موضوع چاپهای بعدی آن خواهد بود. در فصل مربوط به طراحی دالهای تخت پیش‌تنیده از توصیه‌های فنی انجمن بتن TR۱۷ نیز استفاده شده است.

بسیاری از کاربردهای بتن پیش تنیده در ساختمانها به شکل تیرهای ساده است؛ و این مسأله در بسیاری از مثالهای سراسر کتاب منعکس شده است. محاسبات موجود در طراحی سازه‌های بتن پیش تنیده را به راحتی می‌توان به صورت برنامه‌های کامپیوتری درآورد و مورد استفاده قرار داد. در فصل سیزدهم چند مثال طراحی کاربردی همانگونه که در دفاتر مهندسی عمل می‌شود، ارائه شده است.

پس از مقدمه‌ای در ارتباط با تاریخچه و کاربردهای متنوع بتن پیش‌تنیده در صنعت، یک دید کلی از رفتار اساسی سازه‌های پیش تنیده در فصل اول ارائه شده است. فصل دوم به رفتار مصالح مورد استفاده در بتن پیش تنیده می‌پردازد و طراحی به روش حالت حدی موضوع فصل سوم می‌باشد. جزئیات کامل تحلیل و طراحی سازه‌های معین پیش‌تنیده در فصول چهارم تا دهم مورد بحث قرار گرفته‌اند. در فصل یازدهم با سازه‌های بتن پیش‌تنیده نامعین آشنا می‌شویم و مهمترین کاربرد این نوع سازه‌ها در ساختمان که دالهای تخت می‌باشد، موضوع فصل دوازدهم است. بالاخره طراحی کامل سه مورد تیر بتن پیش‌تنیده در فصل سیزدهم مورد بحث قرار گرفته است.

در پایان بر خود لازم می دانم که از زحمات بی‌دریغ تمامی کسانی که در تهیه این کتاب نقش داشته‌اند و به طور ویژه جناب آقای مهندس مهدی مهدی‌خانی دانشجوی رشتهٔ مهندسی عمران دانشکدهٔ فنی که کار آماده‌سازی کتاب برای چاپ را بر عهده داشته‌اند، تقدیر و تشکر نمایم و برای ایشان از درگاه خداوند متعال آرزوی توفیق نمایم.

ایرج محمودزاده کنی
عضو هیأت علمی دانشکدهٔ فنی دانشگاه تهران
پاییز ۱۳۸٤

فهرست

فهرست i

پيشگفتار vii

مقدمه

مقدمه-۱ بتن پيش‌تنيده -- ۱

مقدمه-۲ معيار اساسي پيش‌تنيدگي -- ۷

مقدمه-۳ نمونه‌هايي از چند سازه بتن پيشتنيده -- ۱۰

مقدمه-٤ طراحي سازه‌هاي بتن پيش‌تنيده -- ۱۳

مقدمه-٥ مراجع فصل اول -- ۱٦

فصل ۱- اصول كلي

۱-۱ مقدمه ---------- ۱۷
۱-۲ روشهاي پيش تنيدگي ---------- ۲۱
۱-۳ رفتار سازه‌اي ---------- ۲٤
۱-٤ تعادل داخلي ---------- ۲۷
۱-۵ تاندونهاي انحرافي (غير مستقيم) ---------- ۳۱
۱-٦ رفتار كلي ---------- ۳۳
۱-۷ نيروهاي ناشي از تاندونها ---------- ۳٤
۱-۸ افت در نيروي پيش تنيدگي ---------- ۳۹
۱-۹ درجة پيش تنيدگي ---------- ٤۰
۱-۱۰ ايمني ---------- ٤۱
۱-۱۱ مرجع ---------- ٤۱

فصل ۲- نماد و عمليات ماتريسی

۲-۱ مقاومت بتن ---------- ٤۳
۲–۲ ضریب ارتجاعی بتن ---------- ٤٦
۲-۳ خزش بتن ---------- ٤۷
۲–٤ انقباض بتن ---------- ٤۹
۲–۵ بتن سبک ---------- ۵۰
۲-٦ فولاد پیش تنیدگی ---------- ۵۱
۲–۷ سستی فولاد ---------- ۵٤
۲–۸ نمودارهای تنش–کرنش برای فولاد ---------- ۵۵
۲–۹ خوردگی فولاد ---------- ۵٦
۲–۱۰ مراجع ---------- ۵۸

فصل ۳- طراحي به روش حالت حدي

۳-۱ مقدمه ---------- ۵۹
۳-۲ حالات حدي ---------- ٦۰

۳-۳ بارهاي مشخصه و مقاومت مشخصه ---------- ٦١
۳-٤ ضرايب اطمينان نسبي ---------- ٦٤
۳-٥ منحني هاي تنش- کرنش ---------- ٦٥
۳-٦ حالات بارگذاري ---------- ٦٦
۳-۷ تنشهاي مجاز ---------- ٦٨
۳-۸ مقاومت در برابر آتش سوزي ---------- ۷۰
۳-۹ خستگي ---------- ۷۲
۳-۱۰ دوام ---------- ۷۳
۳-۱۱ لرزش (رزونانس) ---------- ۷٤
۳-۱۲ مراجع ---------- ۷٥

فصل ٤- افت در نيروي پيش تنيدگي

٤-۱ مقدمه ---------- ۷۷
٤-۲ محاسبة افت ناشی از کوتاه شدگي الاستيك ---------- ۷۸
٤-۳ محاسبة افت ناشی از اصطکاك ---------- ۸۳
٤–٤ تورفتگي در گيره ---------- ۹۲
٤–٥ تغييرات نيروي پيش تنيدگي اوليه در طول عضو ---------- ۹۲
٤–٦ جمع شدگي بتن ---------- ۹٥
٤–۷ خزش بتن ---------- ۹٦
٤–۸ سستي فولاد ---------- ۹۷
٤-۹ افتهاي پيش تنيدگي کل ---------- ۹۸
٤–۱۰ اندازه گيري نيروي پيش تنيدگي ---------- ۹۹
٤–۱۱ افزايش اضافی اوليه ---------- ۱۰۱
٤-۱۲ مراجع ---------- ۱۰۳

فصل ٥- تحليل مقاطع پيش تنيده

٥-۱ مقدمه ---------- ۱۰٥
٥-۲ حالت حدي بهره‌برداري ---------- ۱۰٦
٥-۳ تنش اضافي در فولاد در اثر خمش ---------- ۱۱۰

٤-٥ رفتار بعد از ترك‌خوردگي ---------- ١١١
٥-٥ رفتار در بار نهايي ---------- ١١٤
٦-٥ تغييرات تنش در فولاد پيش تنيدگی ---------- ١١٧
٧-٥ مقاومت نهايي طراحي ---------- ١١٩
٨-٥- بلوك تنش ساده سازي شده بتن ---------- ١٢٢
٩-٥ فرمول آيين نامه اي و چارت هاي طراحي ---------- ١٢٣
١٠-٥ فولاد معمولي نكشيده ---------- ١٢٨
١١-٥ اعضاي كلاس ٣ ---------- ١٣٠
١٢-٥ اعضاي با تاندون هاي نچسبيده ---------- ١٣٣
١٣-٥ مراجع ---------- ١٣٦

فصل ٦- خيز

١-٦ محدوديت خيز ---------- ١٣٧
٢–٦ خيز كوتاه مدت تيرهاي كلاس يك و دو ---------- ١٣٩
٣-٦ محاسبه خيز براي اعضاي كلاس سه ---------- ١٤٤
٤-٦- متعادل كردن بار ---------- ١٤٨
٥-٦ محاسبة خيز بلندمدت تير ---------- ١٥٠
٦-٦ منحني هاي بار بر حسب خيز تير ---------- ١٥٢
٧-٦ مرجع ---------- ١٥٣

فصل ٧- برش

١-٧ مقدمه ---------- ١٥٥
٢-٧ مقطع ترك نخورده ---------- ١٥٦
٣-٧ مقاومت برشي مقطع ترك خورده ---------- ١٦٠
٤-٧ آرماتور برشي ---------- ١٦٣
٥-٧ مرجع ---------- ١٦٨

فصل ۸- سیستم‌های پیش‌تنیدگی و گیره‌ها

۸-۱ سیستم‌های پیش‌کشیده -- ۱۶۹
۸-۲ سیستم‌های پس‌کشیده -- ۱۷۱
۸-۳ نیروهای شکافنده در نواحی گیره -- ۱۷۹
۸-٤ طول انتقال در اعضای پیش‌کشیده -- ۱۸٤
۸-۵ مراجع -- ۱۸٦

فصل ۹- طراحي اعضا

۹-۱ مقدمه -- ۱۸۷
۹-۲ نامعادلات اساسي -- ۱۸۸
۹-۳ طراحي مقدار نيروي پيش تنيدگي -- ۱۹۲
۹-٤ نمودار مانيل -- ۱۹٤
۹-۵ ناحیه قرارگیری (حدی) کابل -- ۱۹۸
۹-٦ حداقل نيروي پيش‌تنيدگي -- ۲۰۱
۹-۷ کنترل طراحي در حالت حدی نهايي -- ۲۰۳
۹-۸ اعضاي کلاس ۳ -- ۲۰٦
۹-۹ انتخاب شکل مقطع -- ۲۱۱
۹-۱۰ فلوچارتهاي طراحي --- ۲۱۲
۹-۱۱ جزئیات --- ۲۱٦

فصل ۱۰- سازه‌هاي مرکب

۱۰-۱ مقدمه --- ۲۲۱
۱۰-۲ حالت حدي بهره برداري -- ۲۲۲
۱۰-۳ مقاومت نهايي --- ۲۳۱
۱۰-٤ برش افقي --- ۲۳٤
۱۰-۵ برش قائم --- ۲۳۹
۱۰-٦ خیزها -- ۲٤۳
۱۰-۷ تغيير مکانهای نسبي --- ۲٤۷

۱۰-۸ پایه ها و پیوستگی ها ---------- ۲۵۰
۱۰-۹ طراحي اعضاي مرکب ---------- ۲۵۲
۱۰-۱۰ مراجع ---------- ۲۵٤

فصل ۱۱- سازه هاي پیشتنیده نامعین

۱۱-۱ مقدمه ---------- ۲۵۵
۱۱-۲ لنگرهاي ثانویه ---------- ۲۵٦
۱۱-۳ تبدیل خطي و همخوانی ---------- ۲٦۵
۱۱-٤ رفتار در حالت مقاومت نهایي ---------- ۲٦۹
۱۱-۵ مرجع ---------- ۲۷۳

فصل ۱۲- دالهای تخت پیش تنیده

۱۲-۱ مقدمه ---------- ۲۷۵
۱۲-۲ متعادل کردن (بالانس) بار به صورت دو طرفه ---------- ۲۷٦
۱۲-۳ تحلیل به روش قاب معادل ---------- ۲۸۱
۱۲-٤ طراحی و جزئیات ---------- ۲۸۳
۱۲-۵ مقاومت نهایي ---------- ۲۹۲
۱۲-٦ مقاومت برشی ---------- ۲۹۵
۱۲-۷ مراجع ---------- ۳۰۰

فصل ۱۳- مثالهای طراحی

مثال ۱۳-۱ (طراحي یک عضو کلاس ۱) ---------- ۳۰۱
مثال ۱۳-۲ (طراحي یک عضو کلاس ۲) ---------- ۳۲۰
مثال ۳ -۱۳ (طراحي یک عضو کلاس ۳) ---------- ۳۳۰

مقدمه

مقدمه - ۱ بتن پیش‌تنیده

يوجين فريسينه[1] در سال ۱۹۳۶ اظهار داشت كه موفق به ساخت يك ماده ساختماني كاملاً نوين شده است.
اين ماده ساختماني، تحت عنوان بتن پيش‌تنيده، نوعي از بتن آرمه است كه در آن آرماتور فولادي با تكيه بر بتن، كشيده شده است. حاصل اين عمل كشش، يك سيستم تنش داخلي **خود- متعادل**[2] است (تنش‌هاي كششي در فولاد و تنشهاي فشاري در بتن)، كه باعث بهبود عمل‌كرد بتن در مقابل بارهاي وارده مي‌شود.
بتن ماده‌اي است كه شكل قالب را بخود مي‌گيرد و علاوه بر اين، مصالحي با دوام، مقاوم در برابر آتش‌سوزي، اقتصادي و قوي و شكل‌پذير در فشار است. معذالك همين ماده ساختماني در كشش ضعيف و ترد است.

---

[1] (Eugene Freyssinet)

[2] خود- متعادل

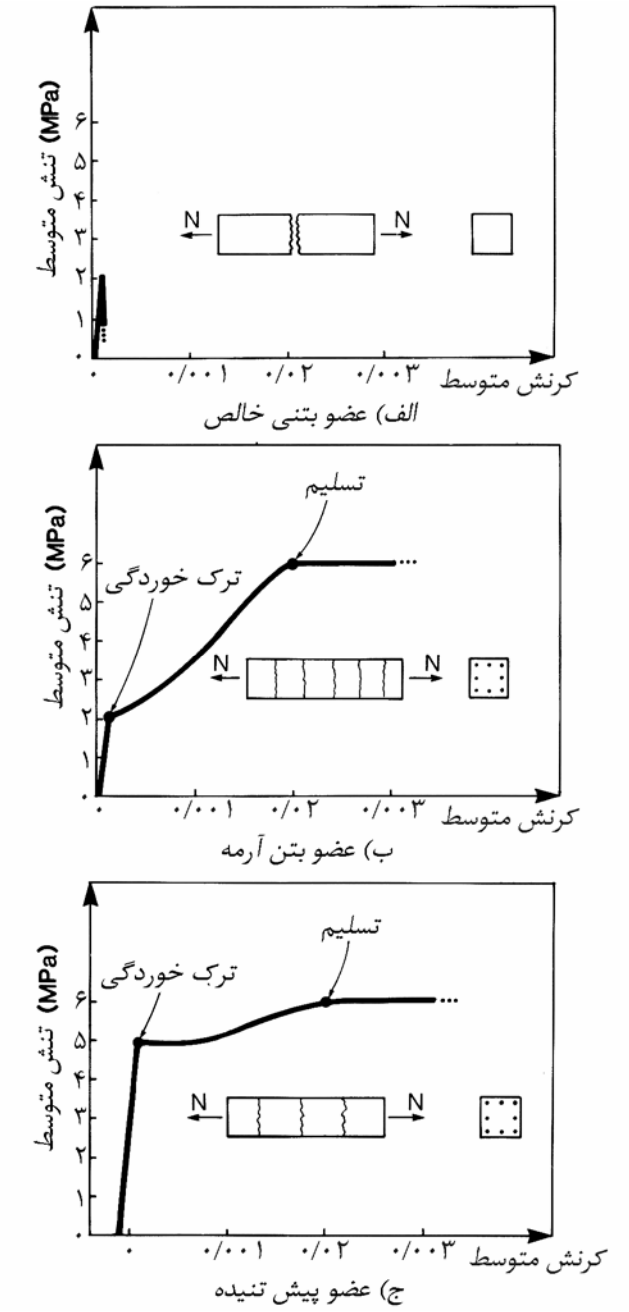
اگر يك عضو بتني با مقاومت فشاري ۳۵ Mpa تحت کشش محوري قرار گيرد، وقتي که تنش متوسط وارده به حدود ۲ Mpa مي‌رسد (به شکل مقدمه-۱-الف نگاه کنيد)، بتن ترك مي‌خورد. علاوه بر کوچکي، مقدار مقاومت کششي بتن تا اندازه‌اي غير قابل پيش‌بيني است و همراه با تغيير شکل بسيار کمي قبل از گسيختگي مي‌باشد.

اگر آرماتورهاي طولي در اين عضو بتني کار گذاشته شده شوند، رفتار کششي آن تا حد زيادي بهبود مي‌يابد. براي مثال اگر ۱/۵٪ از آرماتور ۴۰۰Mpa بکار رود (يعني حدوداً ۱۲۰ Kg آرماتور در هر متر مکعب بتن)، رفتاري که در شکل مقدمه-۱-ب نشان داده شده است حاصل مي‌گردد. بجاي گسيختگي به مجرد وقوع اولين ترك، عضو تا وقتي که آرماتورهای عبوري از ترك‌ها جاري شوند، به باربري خود ادامه خواهد داد. چون در حال حاضر انرژي زيادي براي گسستن عضو مورد نياز است (کار لازم برابر سطح زير منحني به ازاي واحد حجم عضو است)، مي‌توان قطعه را در شرايط کنوني يك عضو شکل‌پذير سفت ناميد. معذالك در اثر ترك‌خوردگي، کاهش قابل توجهي در سختي عضو حاصل مي‌شود.

اگر عضو مورد بحث حدود ۴۰ kg/m^3 آرماتور فولادي و ۲۰ kg/m^3 فولاد پيش‌تنيدگي با مقاومت بالا داشته باشد، رفتار نشان داده شده در شکل مقدمه-۱-ج حاصل مي‌گردد. ۰/۲۵% فولاد پيش‌تنيدگي موجود، بتن را قبل از اعمال بار خارجي تحت پيش‌فشردگي قرار مي‌دهد. اين پيش‌فشردگي سبب افزايش قابل توجه بار خارجي لازم جهت ترك دهندگي بتن مي‌شود و در نتيجه عضوي قوي، سفت و سخت حاصل مي‌گردد.

بنيان‌گذار بتن پيش‌تنيده عملي شخصي فرانسوي بود بنام يوجين فريسينه، (به شکل مقدمه-۲ نگاه کنيد؛) وي در سال ۱۹۲۸ شروع به استفاده از سيمهاي فولادي با مقاومت بالا براي پيش‌تنيدگي بتن کرد. تلاشهاي قبلي براي توليد بتن پيش‌تنيده به کمك آرماتورهاي با مقاومت معمولي با شکست مواجه شده بودند.

پس از پيش‌فشردگي، بتن به علت پديده **خزش** به کاهش طول در اثر مرور زمان ادامه مي‌دهد. از دست دادن رطوبت در اثر گذشت زمان نيز باعث کوتاه شدن بتن مي‌شود که **جمع‌شدگي** نام دارد. خزش و جمع‌شدگي تواماً باعث کوتاه شدگي بتن معادل با کرنش حدود ۰/۰۰۱ مي‌شوند. به کمك فولاد با مقاومت معمولي ممکن نبود بتوان فولاد را در عمليات پيش‌تنيدگي بيش از کرنشي معادل ۰/۰۰۱۵ تحت کشش قرار داد. بنابراين در اثر مرور زمان قسمت اعظم اين پيش‌کشيدگي در فولاد از بين مي‌رفت. حال آنکه سيمهاي فولادي با مقاومت بالا را مي‌توان تا ۰/۰۰۷ افزايش طول داد، بنابراين حتي با افتي معادل ۰/۰۰۱ هنوز $\frac{۶}{۷}$ نيروي پيشتنيدگي فولاد باقي خواهد ماند.



شکل مقدمه-۱ رفتار بتن ساده، بتن آرمه و بتن پیشتنیده

جهت كاهش افت‌هاي ناشي از خزش و جمع‌شدگي و امكان ايجاد مقادير بالاي پيش‌تنيدگي، فريسينه پيشنهاد كرد كه نه تنها از فولاد با مقاومت بالا، بلكه از بتن با مقاومت بالا نيز استفاده شود. در يك نمايش دراماتيك از امكانات بتن پيش‌تنيده، فريسينه در سال ۱۹۳۶ در لندن (مرجع مقدمه-۲) فشار داخلي برابر 14 MPa (معادل ۱۳۷۰ متر ارتفاع ستون آب) را به يك لولهٔ بتن‌پيش‌تنيده پر از آب وارد كرد. در اثر پيش‌تنيدگي لوله، كششي دائمي معادل 170-185 ksi در فولاد و در مقابل، فشاري دائمي معادل تقريباً 7 ksi در بتن ايجاد شده بود. لوله مورد نظر توانست، قبل از هر گونه نشتي، فشاري معادل ۱۰ برابر فشاري كه همان لوله از جنس بهترين بتن آرمه و با همان ابعاد مي‌توانست تحمل كند را حمل نمايد. بدين ترتيب "انقلاب در روش كاربرد بتن" نام مناسبي بود كه فريسينه براي سخنراني خود انتخاب كرده بود.

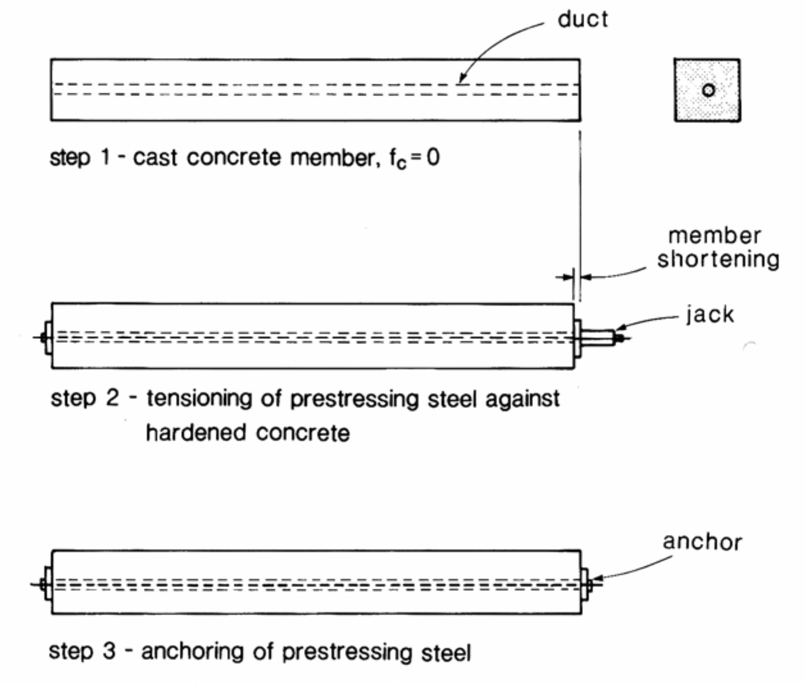
بعد از كار اصيل فريسينه، كاربرد بتن پيش‌تنيده در اروپا و امريكاي شمالي فزوني گرفت. در زمانيكه اولين كنفرانس بتن‌پيش‌تنيده در امريكا در سال ۱۹۵۱ آغاز شد تقريباً ۱۷۵ پل بتن پيش‌تنيده و ۵۰ قاب ساختماني بتن پيش‌تنيده در اروپا و قريب ۷۰۰ مخزن آب بتن پيش‌تنيده در امريكاي شمالي ساخته شده بود. (مرجع مقدمه-۳)

شكل مقدمه-۲ يوجين فريسينه پدر پيشتنيدگي

دو روش متفاوت براي پيش‌تنيدگي بتن ابداع گرديد: پس‌كشيدگي و پيش‌كشيدگی. شكل (مقدمه-۳) روش پس‌كشيدگي را نشان مي‌دهد كه در آن فولاد پس از بتن‌ريزي تحت كشش قرار مي‌گيرد. اين روشي بود كه توسط فريسينه مورد استفاده قرار گرفت. شكل (مقدمه-٤) روش پيش‌كشيدگي را نشان مي‌دهد كه در آن فولاد قبل از بتن‌ريزي تحت كشش قرار مي‌گيرد.

هوير[۳] مهندسي آلماني (مرجع مقدمه-٤) پيش‌كشيدگي را بعنوان يك روش عملي در سال ۱۹۳۸ بنياد نهاد.

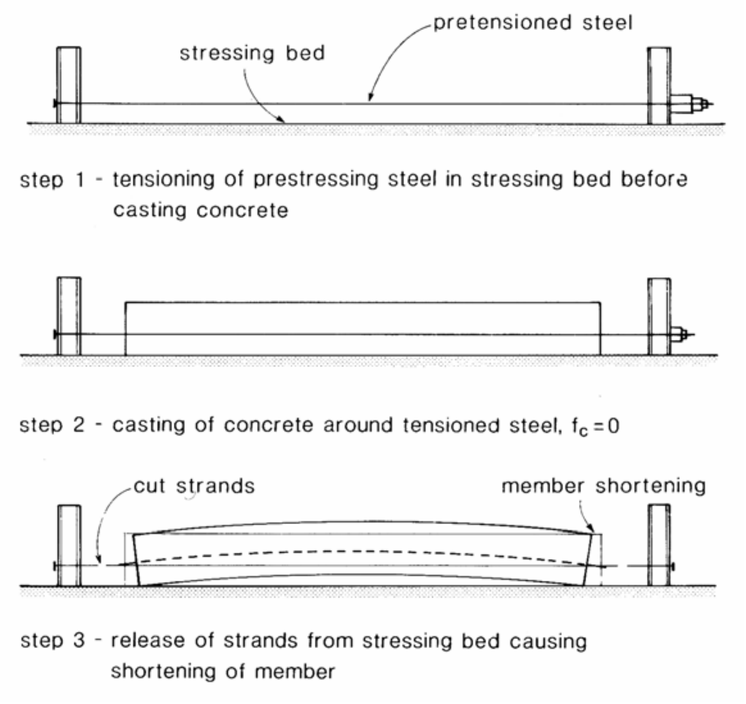
از زمان اين فعل و انفعالات اوليه، بتن پيش‌تنيده به رشد خود ادامه داده بطوريكه هم‌اكنون تبديل به يك صنعت چند بيليون دلاري در امريكاي شمالي گشته است. به شكل مقدمه-۵ نگاه كنيد. در حال حاضر تقريباً سالانه ۵۰۰۰۰ تن فولاد پس كشيدگي و حدود ۲ ميليون متر مكعب بتن پيش‌ساخته پيش‌كشيده در امريكاي شمالي به مصرف مي‌رسد. شكل (مقدمه-٦) نشان مي‌دهد كه قريب ٪٦٥ محصولات پيش ساخته، عناصر سازه‌اي پلها و ساختمانها هستند و بقيه، عناصر پيش‌ساخته معماري مي‌باشند.



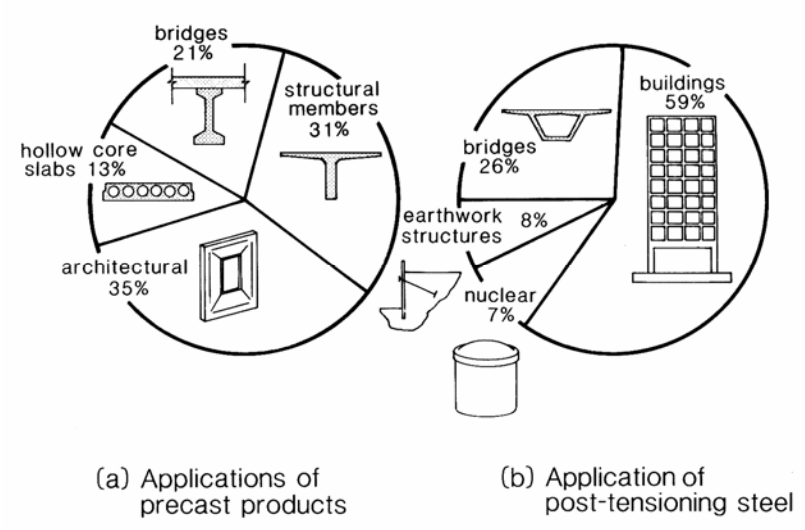
شكل مقدمه-۳ پيش‌تنيدگي بوسيلة پس‌كشيدگي

---

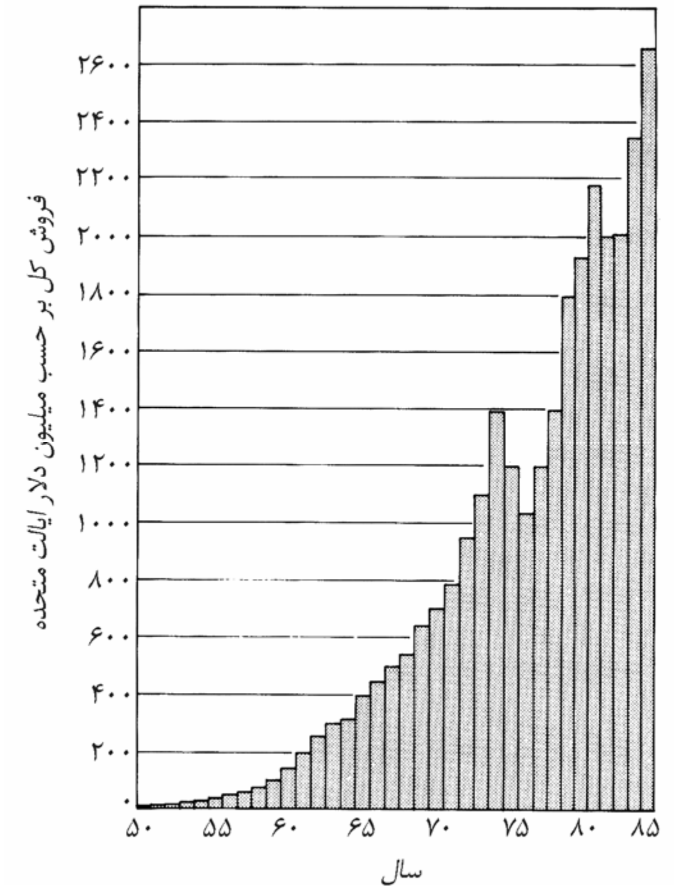
[۳] (E. Hoyer)



شكل مقدمه-٤ پيش‌تنيدگي بوسيلة پيش‌كشيدگي



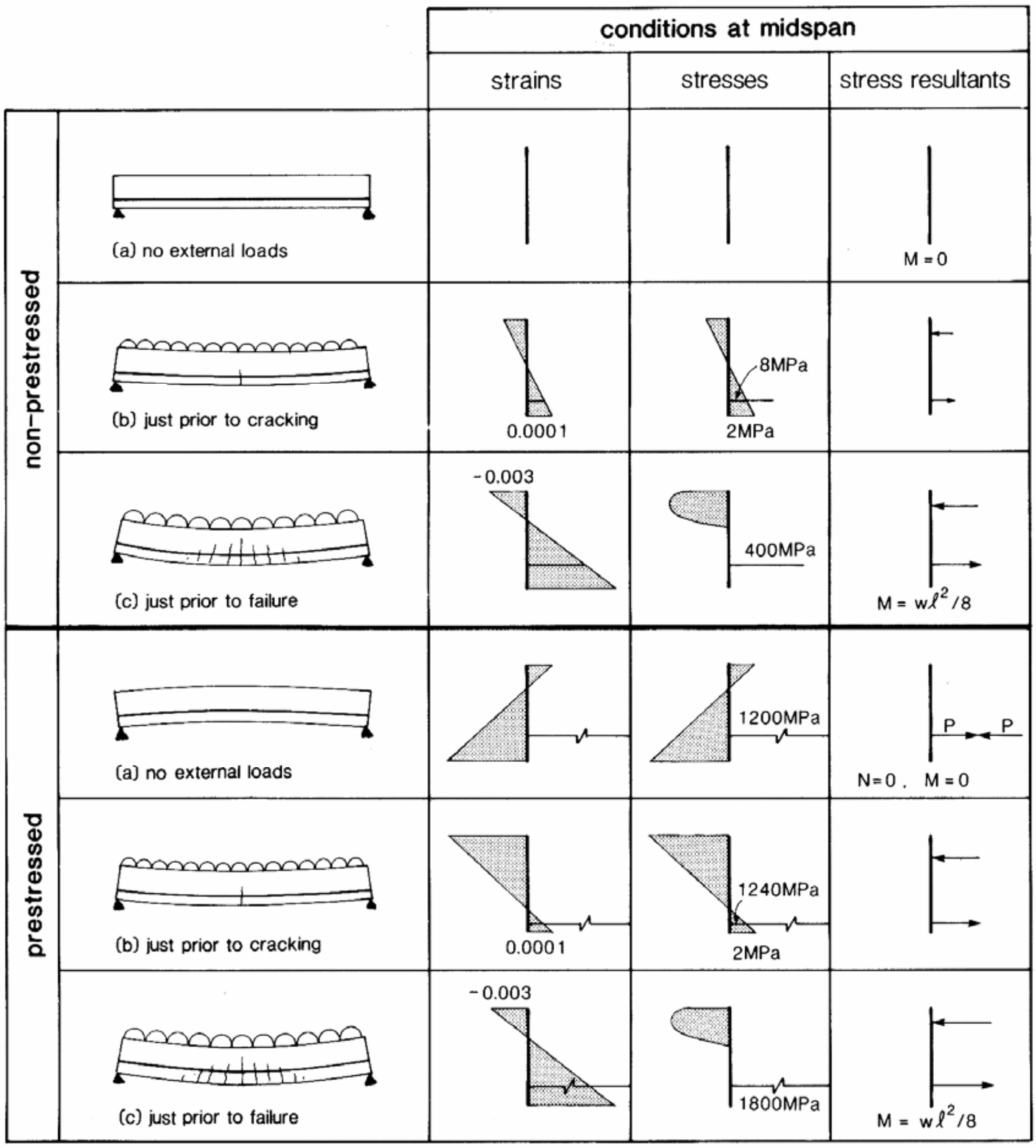
شكل مقدمه-٦ كاربردهاي بتن پيش‌تنيده (٨٠درصد اندازه)



شكل مقدمه-۵ رشد صنعت بتن پيشتنيده در امريكا و كانادا

مقدمه - ۲ معيار اساسي پيش‌تنيدگي

معيار اساسي طراحي بتن آرمه چه براي نوع پيش‌تنيده و چه براي غير پيش‌تنيده عبارت از اين است كه در مواضعي كه در اثر بارگذاري خارجي كشش ايجاد خواهد شد، آرماتور فولادي قرار گيرد. در بتن پيش‌تنيده آرماتور با مقاومت بالا بكار مي‌رود و اين آرماتور قبل از اعمال بار خارجي كشيده مي شود. اين كشيدگي اولية آرماتور، بتن مجاور خود را پيش‌فشرده مي‌كند و باعث مي‌گردد كه اين بتن بتواند بار بيشتري را قبل از ترك خوردگي تحمل نمايد.

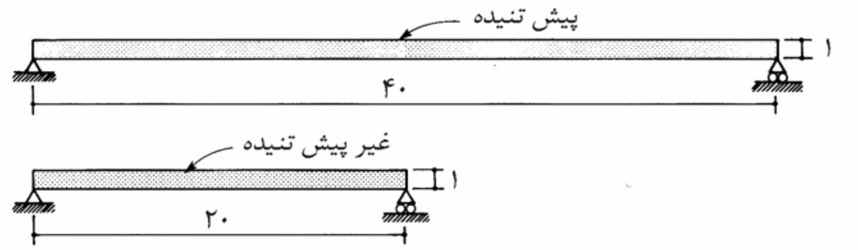


شکل مقدمه-۷ مقایسه تیرهاي بتن آرمه و بتن پیش‌تنیده

شكل مقدمه-۷ رفتار دو تير بتن آرمه را كه يكي از آنها پيش‌تنيده است را با هم مقايسه مي‌كند. در تير غير پيش‌تنيده هيچ تنش و كرنشي چه در فولاد و چه در بتن، قبل از اعمال بار وجود ندارد. براي ترك‌دادن بتن در چنين تيري احتياج به بار نسبتاً كمي مي‌باشد. قبل از ترك خوردگي، تنش‌هاي كششي ايجاد شده در آرماتور در اين تير بسيار كوچك مي‌باشند.

در هنگام گسيختگي، لنگر وارده با ايجاد تنشهاي كششي بالا در آرماتور و تنشهاي فشاري بالا در بتن تحمل مي‌شود. همانطور كه در شكل مقدمه-۷ نشان داده شده است، عمل پيش‌تنيدگي باعث ايجاد يك سيستم تنش **خود-متعادل** مي‌شود. اين تنشهاي خود- متعادل عبارتند از تنشهاي كششي بالا در فولاد پيشتنيدگي كه منجر به نيروش كششي P مي‌شود و تنشهاي متقابل در بتن كه نتيجه آنها يك نيروي فشاري برابر با P است. بايد متوجه بود كه چون اين دو نيروي متقابل همديگر را خنثي مي‌كنند، هيچ نيروي محوري و يا لنگر خمشي در اثر پيش‌تنيدگي ايجاد نمي‌شود. با وجود آنكه نيروي محوري و لنگر خمشي خالص در مقطع موجود نيست؛ در اثر پيش‌تنيدگي، عضو كوتاه شده و خم برمي‌دارد. چون قبل از هرگونه بارگذاري، تنشهاي فشاري زيادي در بتن موجود است، عضو مورد نظر مي‌تواند بار زيادي را قبل از اينكه تنش تار تحتاني به تنش ترك‌خوردگي برسد تحمل كند. بار ديگر در هنگام گسيختگي لنگر وارده بوسيلة تنشهاي كششي بالا در فولاد و تنشهاي فشاري بالا در بتن تحمل مي‌شود.

فولاد غير پيش‌تنيده فقط وقتي تحت كرنش قرار مي‌گيرد كه بتن اطرافش دچار كرنش شده باشد. بنابراين كرنشهاي كششي بالا فقط در صورتي در اين فولاد ايجاد مي‌شود كه بتن اطراف آن شديداً ترك خورده باشد. كرنش در فولاد پيش‌تنيده خيلي بيشتر از كرنش موجود در بتن اطرافش مي‌باشد. به شكل مقدمه-۷ نگاه كنيد. به اين دليل، حتي قبل از ترك خوردگي بتن، فولاد پيش‌تنيدگي مي‌تواند داراي تنشهاي كششي بالا باشد. مي‌توان چنين تصور كرد كه فولاد غير پيش‌تنيده بصورت غير مستقيم (از طريق پيوستگی با بتن اطراف) كرنشهاي وارده را قبول مي‌كند. به كمك پيش‌تنيدگي، اين طراح است كه بطور مستقيم تنش موجود در فولاد را كنترل مي‌نمايد و تغيير شكلهاي سازه را تنظيم مي‌كند.

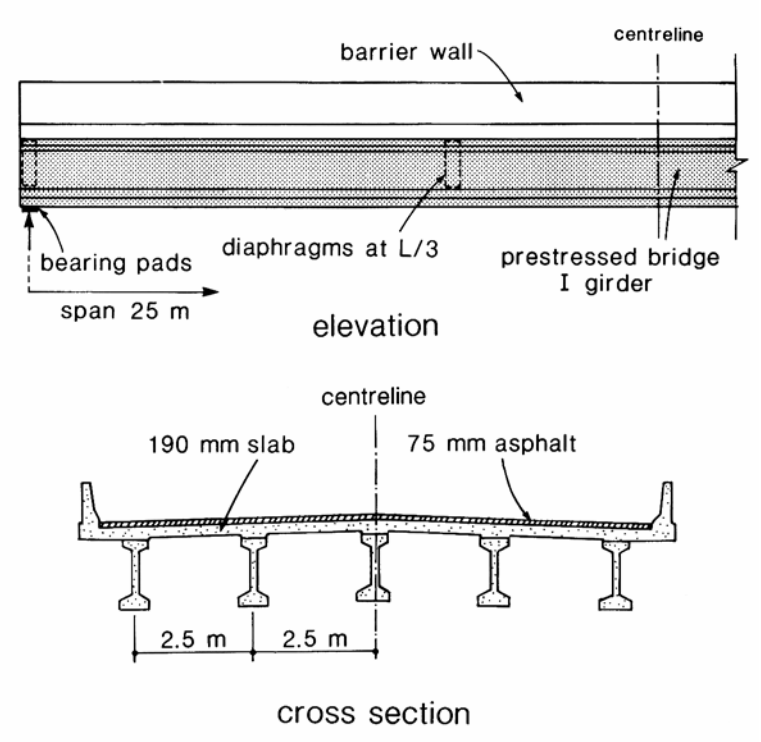


شكل مقدمه-۸ نسبتهاي دهانه به ارتفاع تيپ براي دالهاي يك‌طرفه پيش‌تنيده و غير پيش‌تنيده

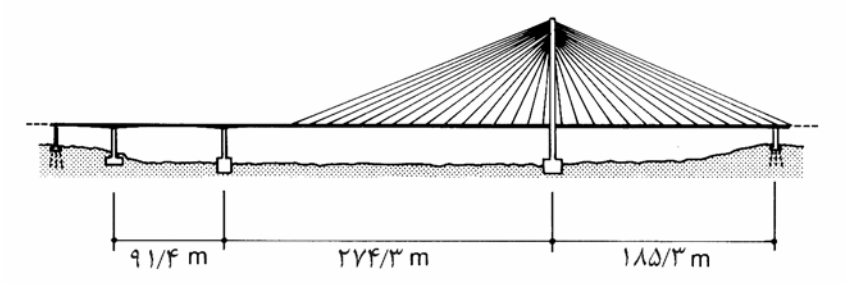
مقدمه - ۳ نمونه‌هايي از چند سازه بتن پيشتنيده

چون پيش‌تنيدگي ما را قادر مي‌سازد که ترك‌خوردگي تحت بار سرويس را به حداقل برسانيم و يا اصلاً حذف کنيم و همچنين خيزها را کنترل نماييم، بنابراين سازه‌هاي لاغرتري از اين شيوه طراحي بدست مي‌آيند. به شکل مقدمه-۸ نگاه کنيد. چند نمونه از سازه‌هاي بتن پيش‌تنيده در ادامه آورده مي‌شود.

تقريباً ۵۰٪ پلها اکنون از بتن پيش‌تنيده ساخته مي‌شوند. انواع مختلف پلهاي بتن پيش‌تنيده عبارتند از: پلهاي ساده روگذر شاهراه‌ها که از تيرهاي I شکل پيش‌ساختة پيش‌کشيده ساخته مي‌شوند (شکل مقدمه-۹) تا پلهاي جعبه‌اي پس‌کشيده در جا با دهانه بيش از ۱۰۰متر تا پلهاي کابلي با دهانة حدود ۳۰۰متر (شکل مقدمه-۱۰)



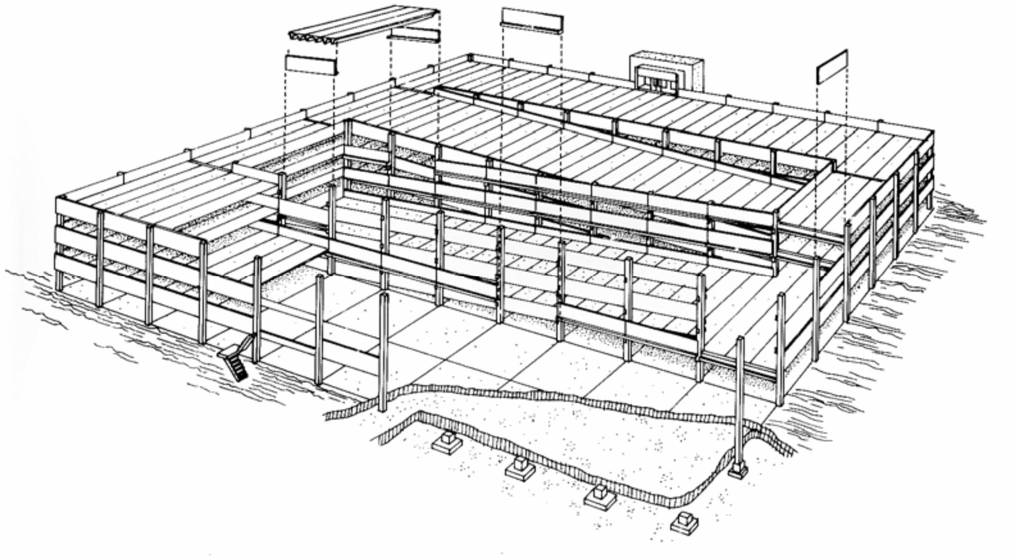
شکل مقدمه-۹ نمونه‌اي از پل روگذر شاهراه با دهانه ۲۵ m



شكل مقدمه-۱۰ نمونه‌اي از پل كابلي بتن پيش‌تنيده

قطعات پيش كشيده ساختماني معمولاً در كارخانه‌های پيش‌ساخته توليد مي‌شوند. وقتي اين روند توليد تكراري با شرايط محيطي كنترل شده كارخانه توأم مي‌شود، قطعاتي توليد مي‌شوند كه داراي بتن با كيفيت بالا و ابعاد دقيق هستند.

سازه‌هاي پاركينگ چون در معرض شرايط محيطي بسيار خورنده قرار دارند، استفاده از بتن با كيفيت بالا كه جهت كنترل ترك خوردگي پيش‌تنيده شده است، در آنها قابل توجيه مي‌باشد. شكل مقدمه-۱۱، نمونه‌اي از يك سازه پاركينگ است كه از قطعات پيش ساختة پيش‌كشيده ساخته شده است.

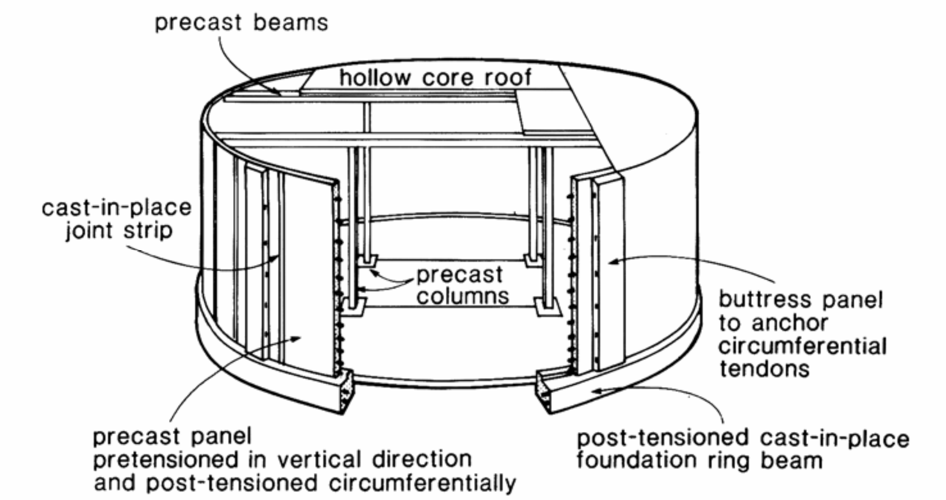


شكل مقدمه-۱۱ نمونه‌اي از يك سازه پاركينگ

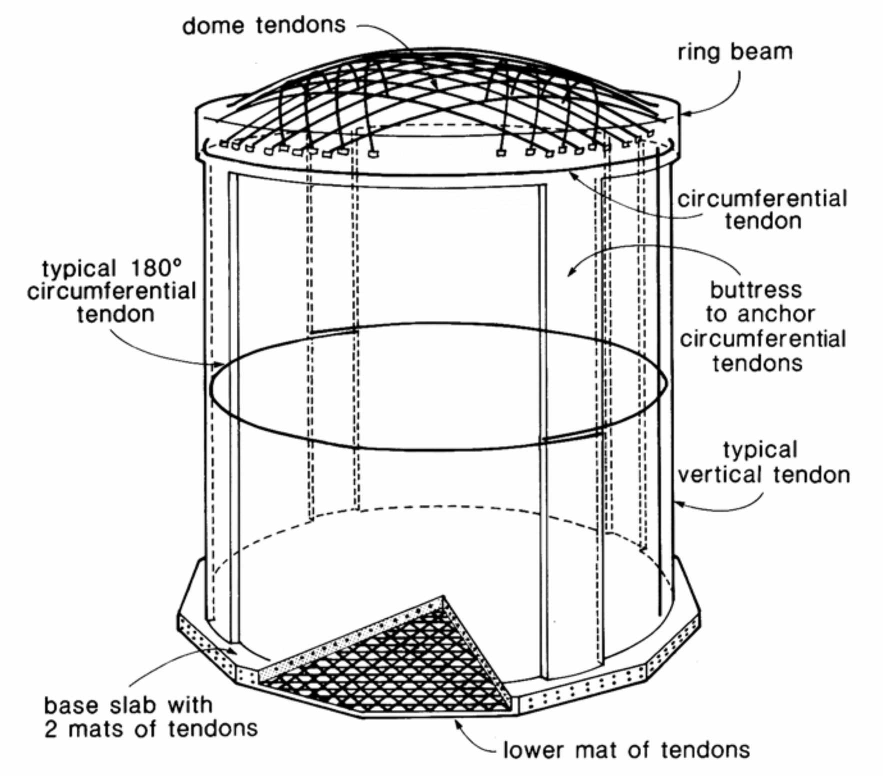
چنانچه دالهاي بتن آرمه بصورت پس كشيده اجرا شوند ضخامت مورد نياز آنها كمتر خواهد شد و در نتيجه ارتفاع كل ساختمان كاهش مي‌يابد. سازه‌هاي بتن آرمه معمولي لازم است تغيير شكلهاي قابل توجهي بدهند تا بتوانند بارهاي زياد را تحمل كنند، در صورتي‌كه بتن پيش‌تنيده اين امكان را به طراح مي‌دهد تا بطور مؤثري توزيع بار و تغيير شكل را كنترل كند و سازه بدون تغيير شكل مهمي مي‌تواند بارهاي وارده را تحمل نمايد. از اين خاصيت بتن پيش‌تنيده در حل مسائل شالوده روي پي‌هاي ضعيف استفاده زيادي شده است.

در سالهاي اخير از پيش‌تنيدگي محيطي براي اجراي مخازن ذخيره آب استفاده شده است. نمونه‌اي از اين سازه در شكل مقدمه-۱۲ نشان داده شده است كه در آن پانل‌هاي پيش‌ساخته پيش‌كشيده به كمك پس‌كشيدگي به هم فشرده شده‌اند.

قابليت بتن پيش‌تنيده در تحمل فشارهاي داخلي زياد باعث شده است كه از آن در ساخت سازه‌هاي محافظ نيروگاههاي اتمي استفاده شود. اين سازه‌ها در واقع آخرين خط دفاعي را در قبال يك حادثة هسته‌اي ايجاد مي‌كنند. به شكل مقدمه-۱۳ نگاه كنيد.



شكل مقدمه-۱۲ مخزن ذخيره آب ساخته شده از بتن پيش‌ساخته پيشتنيده



شكل مقدمه-١٣ سازه بتن پيش‌تنيده محافظ نيروگاه اتمي

مقدمه - ٤ طراحي سازه‌هاي بتن پيش‌تنيده

هدف طراح يك سازه بتن پيش‌تنيده ايجاد يك سازة ايمن، قابل استفاده، با دوام، اقتصادي و جذاب مي‌باشد. جهت حصول اين مقاصد، مهندس سازه بايستي به اصول اساسي حاكم بر رفتار بتن پيش‌تنيده احاطه كامل داشته باشد.

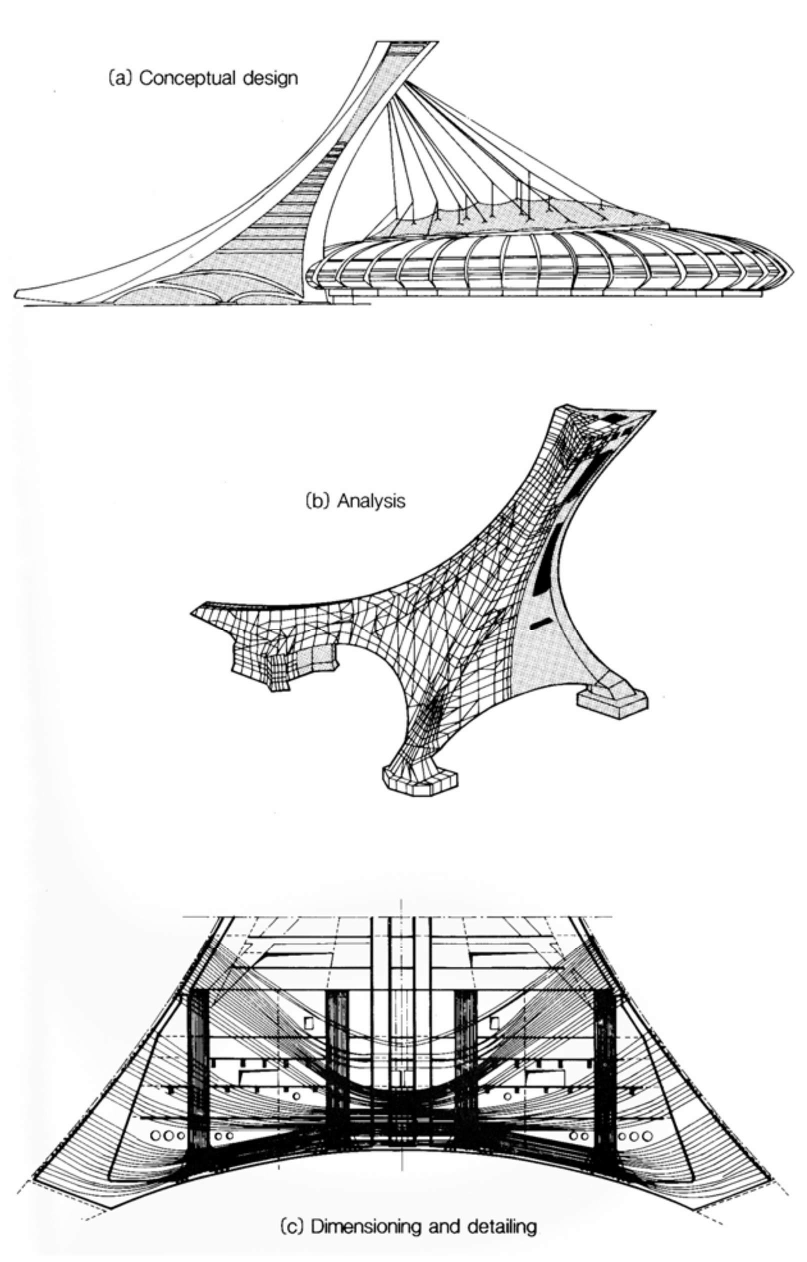
طراحي را مي‌توان به سه فاز مشخص و در عين حال نسبتاً مرتبط با يكديگر تقسيم نمود: طرح اوليه، تحليل، و تعيين ابعاد و جزئيات. به شكل مقدمه-١٤ توجه فرماييد.

طرح اوليه بحراني‌ترين مرحله طرح است و بيشترين خلاقيت را طلب مي‌كند. در اين فاز شكل سازه انتخاب مي‌شود، ابعاد مقدماتي و مسيرهاي پيش‌تنيدگي تعيين مي‌گردند و بارهاي طراحي مشخص مي‌شوند. با نگرشي به كاربري مورد نياز سازه، طرحي بر مبناي هنر، تجربه، دانش تكنيك‌هاي ساختماني، استعداد و خلاقيت شكل مي‌گيرد. طراح می کوشد تا با تکیه بر تجربیات گذشته خود، به اقتصادی‌ترین راه حل با توجه به مجموعة شرايط خاص حاكم بر طرح برسد.

در فاز تحليل، سازة واقعي به صورت مجموعه‌اي از المانهاي متشكله آن مدل مي‌شود به قسمي كه بتوان توزيع بار وارده به هر يك از اين المانها را مشخص نمود. سپس منتجه‌هاي تنش يا نيروهاي مقطع در سراسر سازه محاسبه مي‌شوند. در اين مرحله عموماً رفتار الاستيك خطي براي مصالح متصور است و بر اين اساس از روشهاي جا افتاده و پر قدرت آناليز سازه‌ها استفاده مي‌شود. برنامه‌هاي كامپيوتري استاندارد (قاب مسطح، قاب فضايي، اجزاء محدود) در فاز تحليل مورد استفاده فراوان قرار مي‌گيرند.

در فاز تعيين ابعاد و جزئيات بازتاب تك‌تك اجزاء سازه در مقابل نيروهاي داخلي وارد به آنها بررسي مي‌شود؛ ابعاد آنها كنترل مي‌شوند؛ مقادير مورد نياز آرماتور و فولاد پيشتنيدگي مشخص مي‌شوند؛ و در مورد جزئيات و نحوة قرارگيري اين فولادها تصمیم گیری مي‌شود. در اين مرحله از طراحي، مهندس لازم است رفتار واقعي و پيچيده بتن پيش‌تنيده را مد نظر قرار دهد. روشهاي مرسومي كه در اين فاز طراحي مورد استفاده قرار مي‌گيرند، آميزه‌اي از معادلات تجربي (مثلاً براي محاسبة عرض ترك و مقاومت برشي)، روشهاي تقريبي (مثلاً محاسبه تنشها با فرض رفتار الاستيك خطي و مقطع ترك نخورده) و مدلهاي منطقي (مثلاً تئوري مقاطع صفحه‌اي در خمش) مي‌باشند. فراواني و قدرت ريز كامپيوترها در سالهاي اخير، كاربرد مدلهاي منطقي در اين فاز طراحي را بيش از پيش ميسر ساخته است. قسمت اعظم اين كتاب به توضيح روشهاي مختلف تعيين ابعاد و جزئيات مقطع بتن پيش تنيده اختصاص دارد.

علاوه بر كاربرد اصول مكانيك سازه‌ها، طراح سازه‌هاي بتن پيش‌تنيده از ضوابط آيين‌نامه‌ها و استانداردهاي مربوطه نيز استفاده مي‌كند. اين مدارك آن دسته از دستورالعملهاي طراحي را مورد بحث قرار مي‌دهند كه در گذشته باعث ساختمان سازی‌هاي رضايت‌بخشی شده‌اند.



شكل مقدمه-١٤ فازهاي طراحي در مورد برج المپيك مونترال

مقدمه - ٥ مراجع فصل اول

١- Billington. D.P. “Historical Perspective on Prestressed Concrete”, Journal of Prestressed Concrete Institute, Vol. ٢١, No. ٥ Sep./Oct. ١٩٧٦ pp.٨٤-٧١

٢- Freyssinet. E. “A Revolution in the Technique of the Utilisation of concrete’. A paper read at a joint meeting of the British section of the societe des ingenieurs Civil de France and the institution of Structural Engineers, London, March ١٩, ١٩٣٦, ٢٣pp.

٣- Dobell. C., “Prestressed Concrete Tanks”, Proceeding of the First United State Conference on Prestressed Concrete, Massachusetts Institue of Technology. Agust ١٩٥١, pp ٩-٢٠.

٤- Hoyer, E, “Der Stahlsaitenbenton”, (Piano-Wire Concrete). Elsner, Berlin and Leipzing, ١٩٣٩.

٥- Grant,A.”Design and Construction of East Huntington Bridge”, Journal of the Prestressed Concrete Institue, VoL ٣٢, No.١ Jan-Feb. ١٩٨٧. pp. ٢٠-٢٩.

٦- Crom, J.M., “Design of Prestressed Tanks’’, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. ٧٦, No, ٣٧, Oct. ١٩٥٠.

٧- Knoll, F., Prosser. M.J. and Otter, J., “Prestressing the CN Tower”, Journal of the Prestressed Concrete Institute, Vol. ٢١. No. ٣, May/June ١٩٧٦. pp. ٨٤-١١١.

٨- Mamet,J.C. and Moselhi.O.,”Outline of Current Analysis Procedure for CANDU ٦٠٠ MW Reactor Buildings’’, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. ١٢, No, ٤, Dec. ١٩٨٥, pp. ٧٩٦-٨٠٤.

٩- CSA Committee A٢٢,٣, CSA Standard CAN٣-A٢٣,٣-M٨٤, ‘Design of Concrete Structures for Buildings”, Rexdale, ١٩٨٤, ٢٨١ pp.

١٠- "Metric Design Manual - Precast and Prestressed Croncrete", Second Edition, Canadian Prestressed Concrete Institute, Ottawa, ١٩٨٧.

فصل ۱- اصول كلي

۱-۱ مقدمه

بتن پيش تنيده، یکی از جدیدترین فرم‌های ساختمان است كه وارد مهندسي سازه شده است. در قرن پيش چندين حق امتياز انحصاري براي چند الگوي پيش تنيدگي متفاوت داده شده بود، ولي به‌علت استفاده از فولاد با مقاومت پايين، اثرات طولاني مدت خزش و انقباض باعث كاهش نيروي پيش‌تنيدگي مي‌شد و مزيت كاربرد بتن پيش تنيده را شديداً كاهش مي‌داد. همانگونه كه در فصل مقدمه ذكر شد در ابتداي قرن بيستم يك مهندس فرانسوي بنام یوجین فريسينه[۱] با استفاده از برخورد منطقی با مساله، با استفاده از فولاد با مقاومت بالا توانست تکنیک پیش تنیدگی را با موفقيت به كار برد. از این زمان به بعد، بتن پيش تنيده بعنوان يك روش ساخت قابل قبول مورد استفاده واقع شد و امروزه در بسياري از كشورهاي توسعه يافته و در حال توسعه در دسترس است.

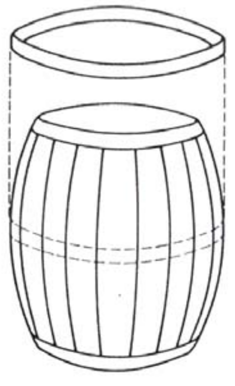
---

[۱] Eugene Freyssinet

ايده پيش تنيدگي و يا پيش فشردگی يك سازه امر جديدي نيست. بشکه‌های چوبی در قديم از تخته‌هاي خميده همراه با تسمه فلزي ساخته و حتي در زمان حاضر نيز ساخته مي‌شوند. تسمه فلزي قطري كمتر از قطر بشکه دارد و با فشار به محل خود رانده شده و بدين ترتيب يك بشکه آب بند حاصل می شود. (شکل ۱-۱) چرخ درشکه نيز به طرز مشابه با عبور دادن يك چرخ آهني گرم شده به دور طوقه[۱] چوبي چرخ پيش فشرده شده است. در موقع سرد شدن، چرخ آهنی منقبض خواهد شد و محکم طوقه چوبی چرخ را در بر خواهد گرفت. (شکل ۱-۲) بنابراين با فشار دادن طوقه و دستکهای چرخ به‌هم موجب سخت شدگي آنها مي‌شود.

روش پيش تنيدگی کاربردهاي بسياري در مهندسي عمران دارد؛ ولي معمول‌ترين آنها در بتن پيش تنيده مي‌باشد؛ كه نيروي پيش تنيدگي به عضو بتني وارد مي‌شود و موجب بوجود آمدن يك فشار محوري مي شود که همه يا قسمتي از تنشهای کششي بوجود آمده در عضو در اثر بارگذاري خارجی را بي‌اثر مي‌کند.

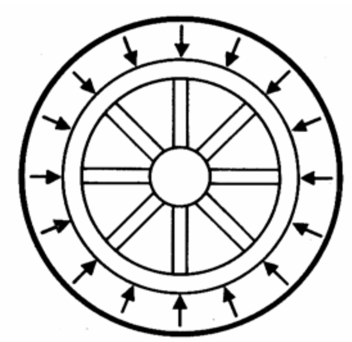
بيشترين کاربردهاي بتن پيش تنيده در زمينه سازه‌های ساختمانی به صورت توليد تيرها و دالها با تکيه‌گاه ساده مي باشد (شکل ۱-۳). اين تيرها معمولاً در کارخانه ساخته مي‌شوند تا کنترل کيفيت بهتر انجام گيرد. جايي‌که دهانه‌هاي بزرگ لازم هستند، معمولاً تيرهاي بتني پيش تنيده در جا بكار مي‌روند. بکارگيري دال تخت بتني پيش تنيده در جا در حال گسترش مي‌باشد. اين روش گاهی با تکنيک lift slab همراه است، که تمام دالهاي سقف در روي زمين اجرا و پيش تنيده می شوند و سپس به وسيله جك بالا برده مي‌شوند تا در موقعيت نهايي خود مستقر شوند.



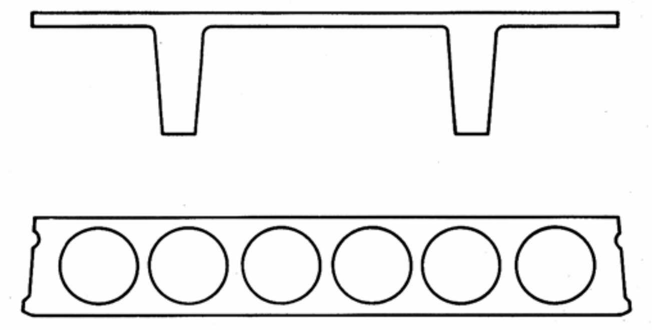
شکل ۱-۱ بشکه فشرده شده با تسمه‌ها

---

۱ rim

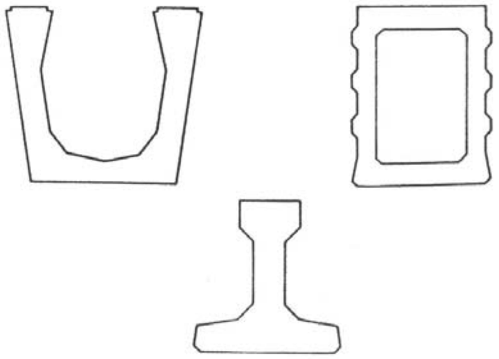


شکل ۱-۲ چرخ در شکه فشرده شده با تایر آهنی



شکل ۱-۳ مثالي از تیرهاي پیش‌ساخته

در زمینه مهندسي پل، معرفي بتن پیش تنیده ساخت پل‌هاي بتني با دهانه زیاد را عملي ساخته است. این پلها معمولاً از قطعات پیش ساخته تشکیل شده اند که با جرثقیل در ارتفاع موردنظر قرار گرفته اند و به کمک پیش تنیدگی به قطعات موجود متصل می شوند. این فرآیند همچنان ادامه پیدا مي‌کند تا دهانه موردنظر تکمیل شود. در پلهاي کوچکتر، استفاده از تیرهاي بتني پیش ساخته پیش تنیده بسیار اقتصادي است؛ به‌ویژه اگر بخواهیم کمترین وقفه در ترافیک زیر پل ایجاد شود. معرفي محدوده مقاطع تیرهاي استاندارد، طراحي و ساخت این پلها را آسان ساخته است. (شکل ۱-٤)



شكل ۱-٤ نمونه‌هايي از تيرهاي استاندارد پلها

يكي از مزيت‌هاي بتن پيش تنيده نسبت به بتن آرمه اين است که برای يك دهانه و بارگذاري داده شده، مقطع کوچکتری برای بتن پيش تنيده لازم مي‌باشد. اين صرفه‌جويي در بار مرده در سازه‌هاي با دهانه زياد مانند پلها، كه بار مرده بخش بزرگي از بار كلي را تشكيل مي‌دهد، اهميت ويژه دارد. علاوه بر صرفه‌جويي در بتن مصرفی در اعضاء، ساخت شالوده سازه نيز ارزان تر تمام خواهد شد، که این امر می تواند عامل مهمی در ساخت و ساز روی پی های ضعيف باشد.

مزيت مهم ديگر بتن پيش‌تنيده اين است كه با پيش تنيدگي مناسب می توان یک سازه بدون ترك بدست آورد؛ که تاثیرات مهمی روی دوام بويژه در سازه های منابع آب خواهد داشت. مزيت سوم اين است كه پيش تنيدگي می تواند وسیله ای براي كنترل خيز باشد. يك نيروي پيش تنيدگي برون محور نسبت به مركز سطح مقطع عضو موجب خيز قائم مي‌شود كه معمولاً در جهت مخالف خیز حاصل از بارگذاری است. با انتخاب مناسب نيروي پيش تنيدگي، می توان خيز ناشی از بارگذاری را کاهش داد و یا به کلی از بین برد.

در مقابل مزيت‌هايي كه در بالا ذكر شد، بعضي نقاط ضعف در استفاده از بتن پيش تنيده وجود دارد. اين واقعيت كه قسمت عمده و در بعضی مواقع تمام مقطع بتني در تمام شرايط بارگذاري تحت فشار می باشد به اين معناست كه مشكلات مربوطه به حركتهاي خزشي بلند مدت افزايش خواهد يافت.

از ديدگاه اجرایی، تراز بالاتري از كنترل كيفيت هم براي توليد مصالح و هم به لحاظ تثبيت محل تاندونها (فولاد پیش تنیدگی) در سازه لازم است.

تكنولوژي لازم براي بتن پيش تنيده ممكن است در بسياري از كشورهاي در حال توسعه موجود نباشد و به لحاظ لزوم ورود تجهیزات و گاهی اوقات پرسنل فنی ممکن است طراحی با بتن پیش تنیده، غير اقتصادي باشد.

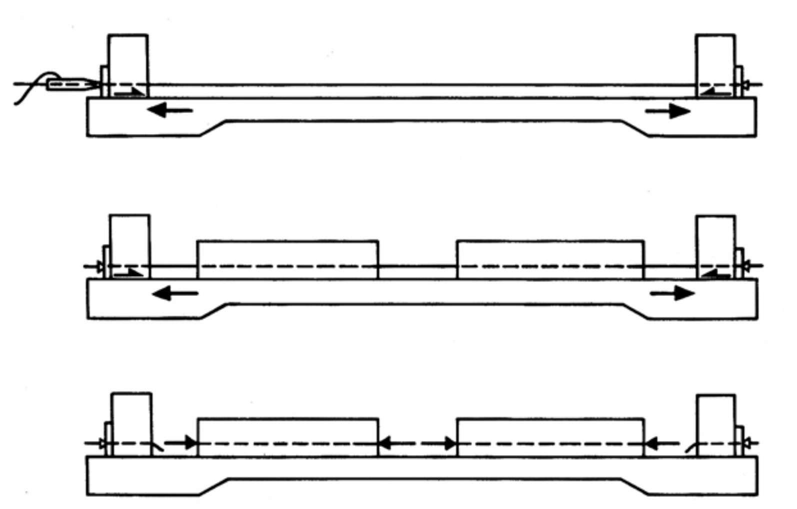
۱-۲ روشهاي پيش تنيدگي

روشهاي پيش تنيدگي به دو گروه اصلي تقسيم‌بندي مي‌شوند: پيش كشيدگي و پس كشيدگي.

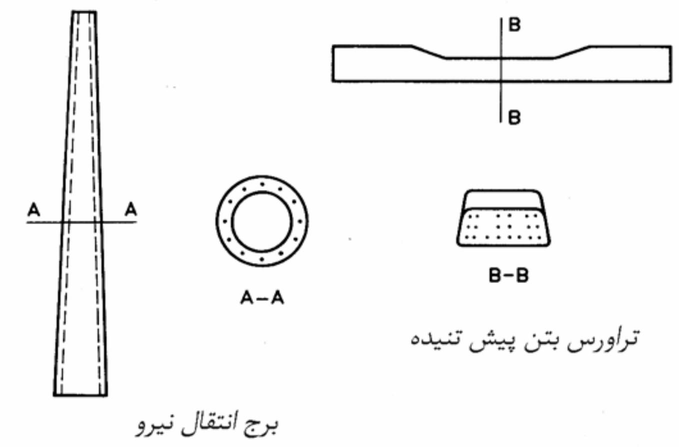
الف- پيش كشيدگي

در اين روش، تاندونهاي فولادي به شكل واير (wire) يا مفتول (strand) بين دو گيره انتهايي كشيده مى‌شوند و اعضاي بتني در اطراف اين تاندونها ريخته مي‌شوند. هنگاميكه بتن به اندازه كافي سخت شد، گيره‌هاي انتهايي آزاد مي‌شوند و در نتيجه نيروي پيش تنيدگي در اثر پيوستگى موجود بين فولاد و بتن، به بتن منتقل مي‌شود. سپس انتهاي بيرون زده تاندونها بريده مي‌شود تا سطح انتهايي بتن به صورت صاف باشد. اعضاي پيش كشيده عموماً تعداد زيادي مفتول و يا واير را در خود جاى مى دهند تا نيروي پيش تنيدگي لازم بوجود بيايد. از آنجايي‌كه اين نيرو به وسيله پيوستگى بين بتن و فولاد منتقل مي‌شود، بايد سطح تماس زيادى بين بتن و فولاد ايجاد گردد.

اين روش براي توليد كارخانه‌اي به گيره‌هاي بزرگي نياز دارد تا همه تاندونها را مهار كند و چندين عضو در يك زمان مي‌توانند با يك مجموعه از تاندونها (شكل ۱-۵) بتن ريزي بشوند.



شكل ۱-۵ پيش‌كشيدگي



شكل ۱-٦ نمونه‌هايي از اعضاي پيش‌كشيده

اطمينان از حركت آزاد اعضا در بستر پيش تنيدگي، اهميت دارد، در غير اينصورت تنشهاي كششي ناخواسته‌اي در عضو در زمانيكه گيره‌هاي انتهايي آزاد مي‌شود، ممكن است بوجود آيد.

ب- پس كشيدگي

در این حالت نیروی پیش تنیدگی بدین ترتیب اعمال می شود که تاندونهای فولادی به وسیله جکهایی کشیده می شوند به قسمی که عکس العمل این جکها به یک عضو بتنی که قبلاً ریخته شده وارد مي‌شود. تقريباً تمامي پيش‌تنيدگي درجا با استفاده از اين روش انجام مي‌شود. تاندونها از داخل غلافهایی که قبلاً در عضو بتن تعبیه شده اند عبور داده مي‌شوند و حتی ممکن است از خارج مقطع بتني عبور كنند. هنگاميكه تاندونها تا نیروی کامل خود كشيده شدند، نيروي جكها از طريق گيره‌هاي مخصوص قرار داده شده در بتن، به بتن منتقل مي‌شود. انواع مختلفي از اين گيره‌ها با جزئيات در فصل ۸ نشان داده شده‌اند. نيروي پيش تنيدگي در اعضاي پس‌كشيده معمولاً توسط تعداد زیادی وایر یا مفتول تامین می شود که به صورت گروهی، تاندون بزرگی را تشکیل داده و به کمک گیره ها تثبیت می شوند. نيروي متمركز اعمال شده در گيره حالت پيچيده‌اي از تنش را در بتن اطراف بوجود مي‌آورد به طوريكه لازم است از آرماتوربندی خاص جهت جلوگیری از شكافتن بتن استفاده نمود.

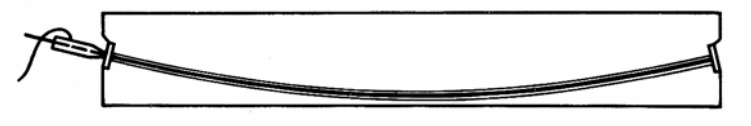
در اكثر كاربردهای بتن پس کشیده، فضاي بين تاندون و غلاف با دوغاب سيمان تحت فشار تزريق مي‌شود، اين عمل از تاندونها در مقابل زنگ زدگی محافظت مي‌كند و نيز باعث بهبود ظرفيت مقاومت نهايي عضو مي‌شود.

يكي از مزيت‌هاي پس كشيدگي نسبت به پيش كشيدگي اين است كه در آن می توان نیروی کشش تاندون را به صورت مرحله ای اعمال کرد. این کار را می توان برای تمام تاندونها و یا برای بعضی از آنها انجام داد، این امر در مواردي كه بار اعمال شده در مراحل مشخصي وارد مي‌شود، مي‌تواند مفيد باشد.

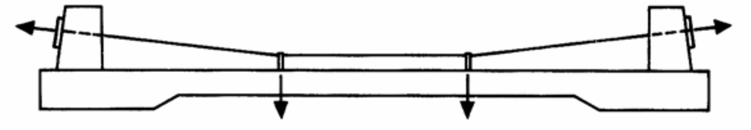
يك تفاوت مهم بين سيستم‌هاي پيش كشيدگي و پس كشيدگي اين است كه در حالت پس كشيدگي براحتی می توان از تاندونهای منحنی استفاده نمود. برای این کار غلافهای انعطاف پذیر را به شکل منحنی در عضو کار می گذاریم و همانطور که در شکل ۱-۷ نشان داده شده است، بتن ریزی در اطراف آنها انجام می‌شود.

مزيت‌هاي داشتن چنين تاندونهاي منحني شكل را بعداً خواهيم ديد. در اعضاي پيش كشيده، بدست آوردن تاندونهای منحنی شکل بسيار كار مشكلي مي‌باشد؛ اگر چه داشتن تغییرات ناگهانی در امتداد تاندون مانند شکل ۱-۸ امکان‌پذير است. اين امر مستلزم داشتن نيروي متمرکزی رو به پایین در نقطه تغيير امتداد مي‌باشد و به همين دليل اين گونه اعضا تقريباً هميشه در كارخانه توليد مي‌شوند تا بتوان نیروی نگهدارنده فوق الذکر را اعمال نمود.

روشهاي ديگري براي پيش تنيدگي بتن وجود دارد (Ramaswamy, ۱۹۷٦) ولي آنچه در بالا توضيح داده شد، متداول‌ترين صورت آن است.



شکل ۱-۷ پس کشیدگي

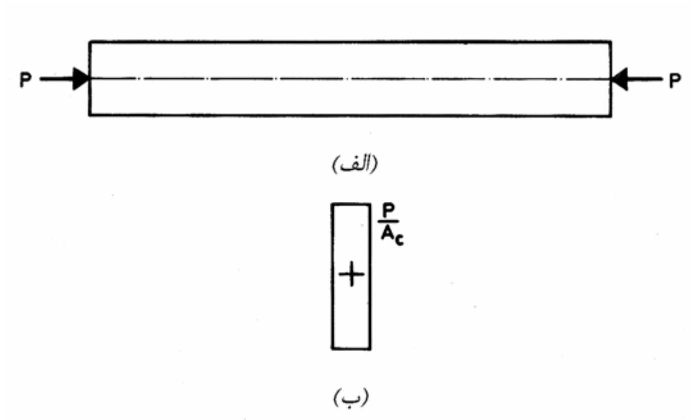


شکل ۱-۸ پيش‌کشیدگي تاندونهاي انحرافي

۱-۳ رفتار سازه‌اي

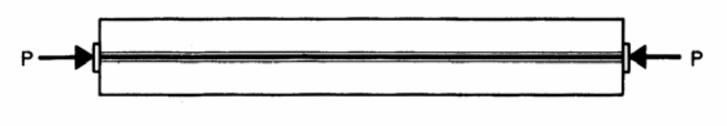
یک عضو بتني منشوری با مقطع مستطيلي را که بار محوري P در مرکز سطح مقطع آن وارد شود را در نظر بگيريد (شکل ۱-۹ الف). در هر مقطع از عضو تنش در هر نقطه برابر P/A_c است که A_c سطح مقطع عضو مي‌باشد شکل (۱-۹ ب). نيروي خارجي مي‌تواند توسط يك تاندون كه از يك غلاف منطبق با محور مرکز سطح عضو می گذرد، ایجاد شود. تاندون توسط ابزار خارجي مانند یک جك هيدروليكي كشيده مي شود؛ سپس نيروي كشيدگي حذف مي شود و نيروي لازم براي نگه‌داشتن تاندون در حالت كشش، در انتهاي آن از طريق صفحات فشاری به بتن منتقل مي شود. (شكل ۱-۱۰)

توزیع تنش در بتن مانند شکل ۱-۹ خواهد بود و تنش در هر نقطه از مقطع برابر P/A_c خواهد بود. این امر در دو ناحية انتهايي عضو دقيقاً صحيح نمي‌باشد. زيرا نيروي تاندون بصورت متمرکز وارد مي‌شود، ولي مطابق اصل سن ونان*براي مقاطع دورتر از انتها تقريباً برقرار مي‌باشد. آنچه که در بالا شرح داده شد، براي عضو پس کشيده مي‌باشد. همه موارد زیر، براي عضو پيش کشيده نيز صادق است.



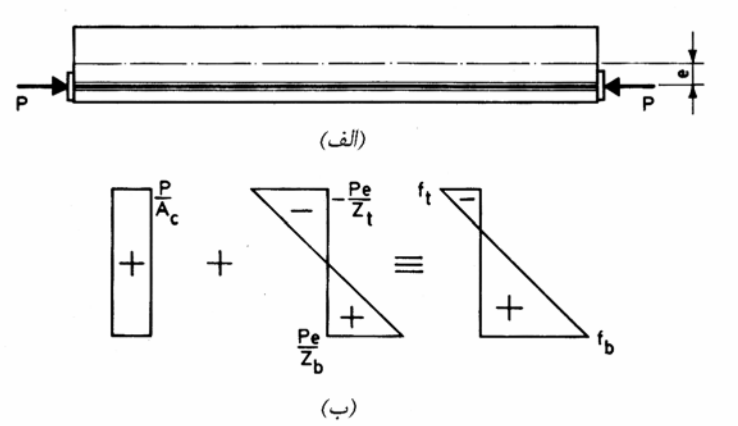
شکل ۱-۹ عضو تحت بار محوري

* St Venan's principle

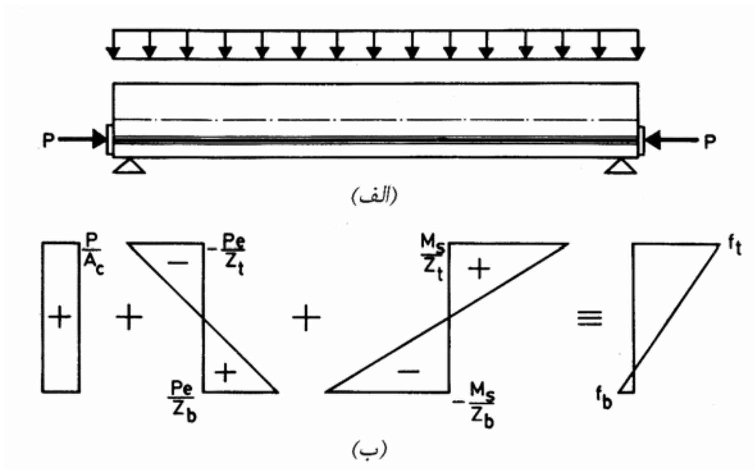


شكل ۱-۱۰ پيش‌تنيدگي محوري عضو

اگر اكنون موقعيت غلاف به سمت پايين كشيده شود، بطوريكه از مركز سطح مقطع فاصله e داشته باشد (شكل ۱-۱۱ الف)، توزيع تنش در مقاطع ديگر بصورت يكنواخت نخواهد بود. اين حالت مشابه اثر نيروي محوري P همراه با لنگر Pe روي مقطع خواهد بود. با فرض اينكه رفتار عضو الاستيك خطي مي‌باشد، توزيع تنش با استفاده از تئوري خمش معمولي تعيين مي‌شود و در شكل ۱-۱۱ ب نشان داده شده است، كه در آن Z_t و Z_b اساس مقطع عضو براي تارهاي پايين و بالاي مقطع مي‌باشند.
اگر عضو بر روي تكيه‌گاههاي ساده در دو انتهاي خود قرار داشته باشد و علاوه بر وزن خود يك بار گسترده روي آن قرار بگيرد (شكل ۱-۱۲ الف)، تنش در وسط دهانه در اثر لنگر خمشي M_s كه مربوط به بار كلي يكنواخت است، قابل محاسبه می‌باشد. توزيع تنش بدست آمده در شكل ۱-۱۲ ب نشان داده شده است.



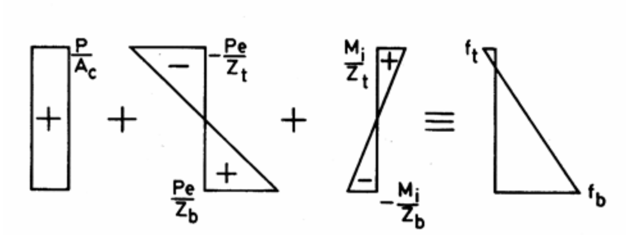
شكل ۱-۱۱ پيش‌تنيدگي همراه با خروج از مركزيت



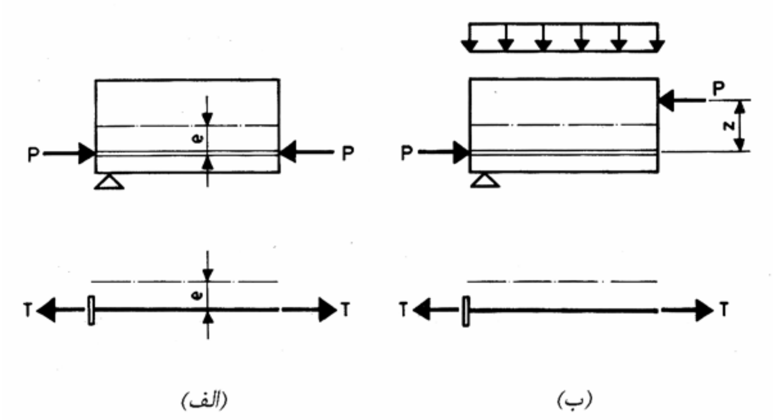
شكل ۱-۱۲ تنش‌هاي ناشي از پيش‌تنيدگي و بار سرويس

دقت كنيد كه توزيع بدست آمده تنش، همراه با يك تنش خالص كششي در پايين تير نشان داده شده است. مي‌توان با انتخاب مقادير مناسب P و e اين تنش كششي را حذف كرد و یک عضو بدون ترک ایجاد نمود. این امر در واقع كليد كاربرد بتن پيش تنيده است. در بتن مسلح، مقداري از ترك خوردگي بتن اجتناب‌ناپذير است. در بتن پيش تنيده، اين ترك خوردگی مي‌تواند بطور كامل حذف شود كه مزيت‌هايي كه قبلاً برشمرده شد را خواهد داشت. استفاده از واژه‌هاي "بالا" و "پايين" در اعضايي مانند تيرها مناسب است. در اعضاي عمودي مانند ستونها و ديوارهاي مخازن بهتر است از Z_t و Z_b به عنوان مدول مقطع براي سطوحي از عضو كه تنش‌هاي فشاري بزرگتر و كوچكتري تحت بار دارند، استفاده كرد.

تفاوت مهم ديگري بين پيش تنيده و بتن مسلح وجود دارد. در تيرهاي بتن مسلح روي تكيه گاه ساده بار حداقل روي تير از اهميت كمتري برخوردار است، و بار حداكثر است كه طراحي سازه‌اي را تعيين مي‌كند. در صورتي‌كه در بتن پيش تنیده بار حداقل یک حالت بارگذاري مهم است. شكل ۱-۱۳ تنش هاي تركيب نيروي پيش تنيدگي و وزن خود تير را نشان مي‌دهد. در بالاي تير ممكن است كشش خالص اتفاق بيفتد، در صورتی كه تحت بار ماكزيمم اين حالت در تار تحتانی اتفاق افتاده بود. اين شرايط زماني‌كه بار حداقل بلافاصله پس از انتقال نيروي پيش تنيدگي از تجهيزات كشش به بتن ایجاد می شود، بوجود مي‌آيد. انتقال معمولاً در فاصله كوتاهی پس از بتن ریزی عضو اتفاق مي‌افتد (در كارهاي پيش ساخته از نظر اقتصادی اهمیت دارد كه انتقال نیروی پیش تنیدگی به‌مجرد امكان صورت پذيرد تا بتوان از قالبها استفاده مجدد كرد). مقاومت بتن در اين سن معمولاً كمتر از زماني است كه بار كل يا بار سرويس به عضو وارد می شود.



١-١٣ تنش‌هاي ناشي از پيش‌تنيدگي و وزن عضو



شكل١-١٤ تعادل داخلي

١-٤ تعادل داخلي

اگر يك مقطع قائم در طول تير نشان داده شده در شكل ١-١١ زده شود و دياگرام آزاد عضو را به دو قسمت تفكيك كنيم، كه يك قسمت شامل تاندون فولادي و ديگري شامل بتن باشد، در اينصورت نيروهاي اعمال شده به اين دو دياگرام آزاد مطابق شكل ١-١٤ الف خواهد بود. نيروهاي متناظر در بتن و فولاد، به‌ترتيب نيروي فشاري P و نيروي كششي T مي‌باشد.

محل اعمال نيروي فشاري در بتن براي حفظ تعادل بايد منطبق بر موقعيت تاندون باشد. براي اين مثال ساده اين امر ممكن است واضح به نظر برسد، ولي در بخش ١-٥ يك حالتی را خواهيم ديد كه موقعيت نيروي فشاري بتن به اين صورت واضح نيست. بنابراين، حال اگر بتن و فولاد را به عنوان یک جسم مرکب در نظر بگيريم، تعادل داخلي نيروها برقرار بوده و لنگر خالص داخلي وجود نخواهد داشت. دو نيروي P و T با يكديگر

برابر و بر يكديگر منطبق هستند. اين نتيجه با در نظر گرفتن تعادل كلي قابل انتظار است، زيرا هيچ نيروي محوري خارجي روي عضو وجود ندارد.

مطابق شكل ۱-۱۲ اگر عضو مورد نظر بر روي تكيه‌گاههاي ساده قرار گيرد و بار گسترده يكنواخت بر آن اثر كند، در وسط دهانه لنگر خمشي M_s وجود خواهد داشت كه با در نظر گرفتن تعادل كلي نيز بدست خواهد آمد. نيروها و تنشهاي بدست آمده از مقطع وسط دهانه، يك لنگر مقاوم داخلي كه با لنگر خمشي M_s تعادل خواهد داشت، به وجود مي‌آورد. از آنجايي‌كه نيروي تاندون در موقعيت خود ثابت است، (زيرا اين امر توسط موقعيت تاندون در وسط دهانه كنترل می شود،) نيروي وارد به بتن بايد تغيير محل بدهد تا بتواند لنگر مقاوم داخلي را بوجود بياورد (شكل ۱-۱٤ ب).

مكان هندسی نيروي فشاری بتن در طول دهانه عضو غالباً "خط فشار" ناميده مي‌شود. از مفهوم خط فشار در تحليل سازه‌هاي نامعين استاتيكي استفاده خواهد شد. (فصل ۱۱)

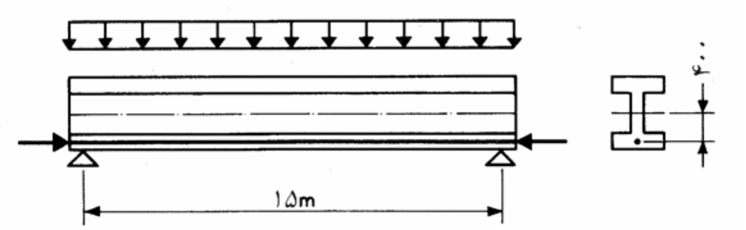
حال اگر مقطع بتن تحت نيروي P در خروج از مركزيت Z نسبت به تاندون باشد، تنشهاي بدست آمده مانند شكل ۱-۱۲- ب خواهد بود.

رابطه بين نيروي پيش تنيدگي، بازوي لنگر و لنگر خمشي وارده كه در بالا مطرح شد تا لحظه گسيختگی عضو برقرار بوده و براي يافتن مقاومت نهايي مقطع در فصل ۵ بكار خواهد رفت.

■■■

مثال ۱-۱

يك تير با مقطع نشان داده شده در شكل ۱-۱۵ بر روي تكيه گاههاي ساده قرار دارد؛ دهانه تير ۱۵ متر و باري را برابر ۵۰ kN/m كه شامل وزن تير نيز مي‌باشد را حمل مي‌كند. اگر تير با نيروي پيش تنيدگي برابر ۲۰۰۰kN و خروج از مركز ٤۰۰ ميليمتر در زير محور تير پيش تنيده شده باشد، توزيع تنش را در وسط دهانه بدست آوريد.



شكل ۱-۱۵

لنگر خمشي ماكزيمم در وسط دهانه $= ۵۰\times\frac{۱۵^{۲}}{۸} = ۱۴۰۶/۳\ \text{kN.m}$ است.

خواص مقطع:

$$Z_b = Z_t = ۷۰/۷۳\times ۱۰^{۶}\ \text{mm}^{۳}$$

$$A_c = ۲/۹\times ۱۰^{۵}\ \text{mm}^{۲}$$

بنابراین تنشهای موجود در مقطع وسط دهانه عبارتند از:

بالاي مقطع در تار فوقانی:

$$f_t = \frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{Z_t} + \frac{M_s}{Z_t}$$

$$= \frac{۲۰۰۰\times ۱۰^{۳}}{۲/۹\times ۱۰^{۵}} - \frac{۲۰۰۰\times ۱۰^{۳}\times ۴۰۰}{۷۰/۷۳\times ۱۰^{۶}} + \frac{۱۴۰۶/۳\times ۱۰^{۶}}{۷۰/۷۳\times ۱۰^{۶}}$$

$$= ۶/۹۰ - ۱۱/۳۱ + ۱۹/۸۸$$

$$= ۱۵/۴۷\ \ ^{\text{N}}/_{\text{mm}^{۲}}$$

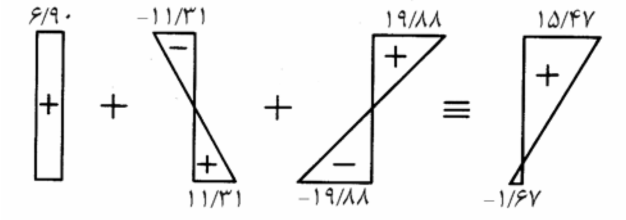
پایین مقطع در تار تحتانی:

$$f_b = \frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{Z_b} - \frac{M_s}{Z_b}$$

$$= ۶/۹۰ + ۱۱/۳۱ - ۱۹/۸۸$$

$$= -۱/۶۷\ \ ^{\text{N}}/_{\text{mm}^{۲}}$$

توزیع تنشهاي بدست آمده در شکل ۱-۱٦ نشان داده شده‌اند.



شکل ۱-۱٦ تنشهاي وسط دهانه تیر در مثال ۱-۱ ($\text{N/mm}^{۲}$)

به عنوان روشی دیگر برای تعیین تنشها محل خط فشار در بتن را از شکل ۱-١٤-ب می توان بدست آورد.

$$Z = \frac{M_s}{P} = \frac{۱۴۰۶/۳}{۲۰۰۰} = ۰/۷۰۳m$$

بنابراین موقعیت نیروی فشاری در بتن۳۰۳mm=(٤٠٠-۷۰۳) بالاي مرکز سطح خواهد بود. تنشها با در نظر گرفتن مقطع تحت بار ۲۰۰۰kN و لنگر ٦٠٦ kN.m=۲۰۰۰×۰/۳۰۳ تعیین خواهد شد.

بنابراین تنشها در وسط دهانه برابر خواهد شد با:

$$f_t = \frac{۲۰۰۰\times۱۰^۳}{۲/۹\times۱۰^۵} + \frac{۶۰۶/۰\times۱۰^۶}{۷۰/۷۳\times۱۰^۶}$$

$$= ۶/۹۰ + ۸/۵۷$$

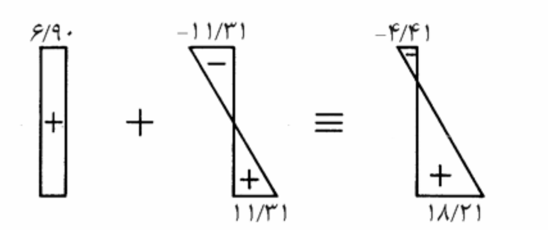
$$= ۱۵/۴۷ \quad N/mm^۲$$

$$f_b = ۶/۹۰ - ۸/۵۷$$

$$= -۱/۶۷ \quad N/mm^۲$$

■■■

حال بررسی می کنیم در تکیه گاهها چه اتفاقی می افتد. لنگر خمشي در این نقاط صفر است، بنابراین توزیع تنش مانند شکل ۱-۱۷ خواهد بود. تنش کششي خالص بزرگي در بالاي تیر وجود خواهد داشت. بنابراین داشتن همان مقدار خروج از مرکزیت وسط دهانه در دو انتهاي عضو غیر مطلوب است. این امر مي‌تواند با کاهش خروج از مرکزیت در نزدیکي تکیه‌گاهها بدست مي‌آید. در اعضاي پیش کشیده که تاندونها عمدتاً مستقیم هستند، برای حل این مشکل می توان پیوستگی بین فولاد و بتن را در نزدیکی تکیه گاهها کاهش داد که با عبور آنها از داخل یک لوله کوتاه و یا استفاده از یک پوشش پلاستیکی امکان پذیر است.

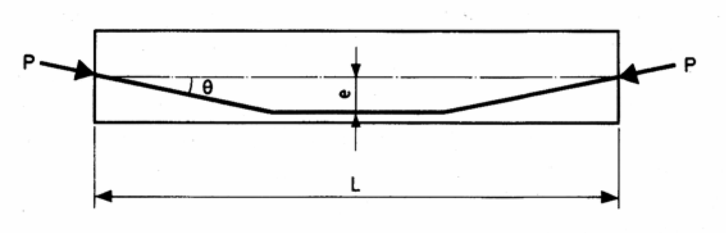


شکل ۱-۱۷ تنش‌ها در تکیه‌گاههاي تیر مثال ۱-۱ $(N/mm^۲)$

براي مقاطع نزديك به انتهاي تير در مثال ۱-۱، تاندون هنوز در همان موقعيت وسط دهانه مي‌باشد، ولي لنگر خمشي كمتر از وسط دهانه خواهد بود. بنابراین برای مقابله با یک لنگر کمتر مقدار بازوی لنگر z بایستی کاهش پیدا کند. خط فشار براي يك عضو بدون بار، بايد منطبق بر تاندون باشد، تا تعادل داخلي بدست بيايد. هنگامیکه بار وارد مي‌شود، خط فشار بايد از موقعيت تاندون حركت بكند تا کوپل داخلی لازم جهت مقابله با لنگر خمشی وارده تامین گردد.

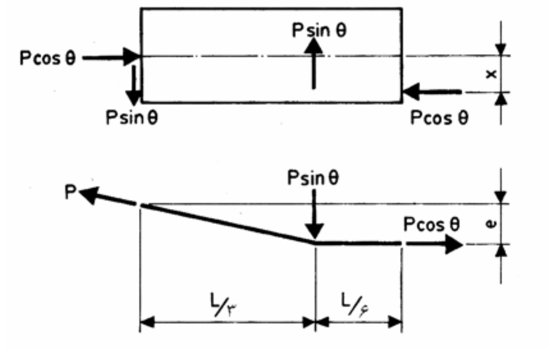
۱ - ۵ تاندونهاي انحرافي (غير مستقيم) [1]

تابه‌حال، همه اعضاي بتن پيش تنيده در نظر گرفته شده، تاندونهاي مستقيم داشته اند. عضوی را در نظر بگيريد كه همانند شكل ۱-۱۸ در آن تاندون در نقاط $\frac{۱}{۳}$ تغيير امتداد داده است. نيروي پيش تنيدگي در دو انتهاي عضو در اين حالت ديگر افقي نيست. زاويه θ معمولاً كوچك است و لذا نيروي پيش تنيدگي را می توان افقي در نظر گرفت. مؤلفه عمودي نيرو در انتهاي تير مستقيماً توسط تكيه گاهها تحمل مي‌شود.
براي تعيين توزيع تنش در وسط دهانه، موقعيت خط فشار مورد نياز است. به اين منظور، دو دياگرام آزاد بتن و فولاد را جداگانه (شكل ۱-۱۹) براي قسمت چپ عضو در نظر بگيريد. امتداد واقعي نيروي پيش تنيدگي در دو انتهاي عضو بايد در نظر گرفته شود، كه داراي مولفه افقي $P\cos\theta$ و مولفه عمودي $P\sin\theta$ مي‌باشد. با در نظر گرفتن دياگرام آزاد تاندون فولادي، لازم است كه نيروي عمودي $P\sin\theta$ در نقطه انحراف وجود داشته باشد. موقعيت خط فشار در مقطع وسط دهانه با در نظر گرفتن تعادل دياگرام آزاد بتن تعيين می‌شود.



شكل ۱-۱۸ عضو با تاندونهاي انحرافي

[1] Deflected tendons



شکل ۱-۱۹ دیاگرام آزاد بتن و فولاد

با لنگر گرفتن حول تکیه‌گاه چپ:

$$P\sin\theta\left(\frac{L}{۳}\right)=(P\cos\theta)x$$

در نتیجه

$$x=\left(\frac{L}{۳}\right)tg\theta$$

اما:

$$tg\theta=\frac{e}{\frac{L}{۳}}$$

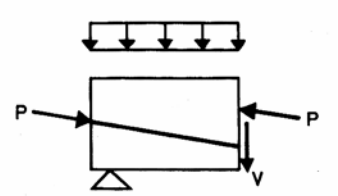
لذا:

$$x=e$$

نتیجه مهم این است که خط فشار در عضو بتن پیش تنیده در یك تاندون مایل و بدون اعمال بار خارجي، در موقعیت تاندون فولادي در هر مقطع از طول عضو قرار دارد؛ یعنی خط فشار منطبق بر پروفیل تاندون است. اگرچه مثال بالا در مورد تاندون مستقیمي است که فقط در دو نقطه منحرف شده است، لیکن همین نتیجه را می توان در مورد تاندونهای منحنی شکل که در اغلب اعضاي پس کشیده بکار می روند، بدست آورد.

حال اگر در تیر نشان داده شده در شکل ۱-۱۸ مقطعی در نقطه $\frac{۱}{۳}$ زده و دیاگرام آزاد بتن در قسمت چپ آن را در نظر بگیریم، به شکل ۱-۲۰ خواهیم رسید. نیروي برشي نشان داده شده V توسط سمت راست مقطع به قسمت سمت چپ آن وارد می شود. نیروي وارد به بتن در این مقطع افقي نیست و بنابراین مؤلفة عمودی آن

با نیروي برشي V در این مقطع مقابله مي‌کند. لذا تنشهاي برشي در مقطع کاهش خواهد یافت. تعیین مقاومت برشي اعضای بتن پیش تنیده مفصلاً در فصل ۷ مورد بحث قرار خواهد گرفت.



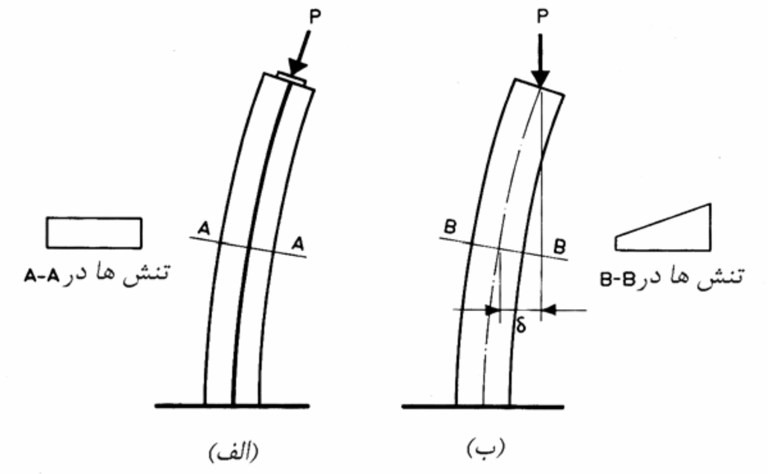
شکل ۱-۲۰ دیاگرام آزاد بتن نزدیك تکیه‌گاه

۱-۶ رفتار کلي

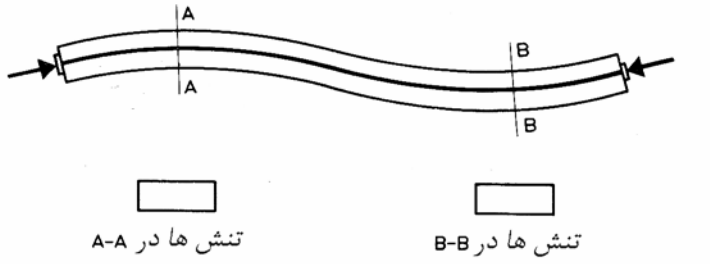
این واقعیت که خط فشار با پروفیل تاندون براي یك عضو بارگذاري نشده مطابقت دارد، ایجاب مي‌کند که به عضو بتن پیش تنیده به عنوان یك عضو سازه‌اي منفرد نگاه کنیم، و نه به عنوان عضوی که از بتن و فولاد بطور مجزا تشکیل شده است. برای تاکید بر این دیدگاه عضو بتني قائمی را در نظر بگیرید که به وسیلة یك نیروي P گذرنده از مرکز سطح مقطع مطابق شکل ۱-۲۱ الف پیش تنیده شده است و آن را مقایسه کنید با عضو بتني قائم مشابهی که یك نیروي قائم خارجي P در مرکز مقطع آن وارد شده است (شکل۱-۲۱-ب). در حالت اول، هنگامي‌که نیروي P از صفر افزایش مي‌یابد، امکان وقوع کمانش عضو بعلت نیروي پیش تنیدگي وجود ندارد و گسیختگی این عضو در اثر خرد شدگی فشاری بتن اتفاق مي‌افتد. در حالت دوم، هنگامي‌که نیروي P از صفر افزایش مي‌یابد، با توجه به ابعاد عضو ممکن است به وضعیتی برسیم که قبل از خرد شدگی فشاری بتن، کمانش عضو اتفاق بیفتد.

تفاوت بین این دو مثال مهم است، زیرا رفتار اساسی بتن پیش تنیده را بیان مي‌کند. در مثال اول، اگر به عضو عمداً مقدار کمي تغییر مکان جانبي بدهیم، در هر مقطع خط فشار منطبق بر موقعیت تاندون خواهد بود و توزیع تنش یکنواخت بدست مي‌آید. در مثال دوم، اگر عضو قائم تغییر مکان جانبي کوچکی بدهد، در هر مقطعي یک لنگر خمشي بوجود مي‌آید، و توزیع تنش بدست آمده یکنواخت نخواهد بود. در حالت عضو قائم پیش تنیده، تأثیر نیروي محوري نمي‌تواند خیز جانبي را افزایش دهد و موجب کمانش شود.

مثال ديگری در شكل ١-٢٢ نشان داده شده است كه در آن پروفيل تاندون منطبق بر محور مركز سطح عضو مي‌باشد. در اين حالت تحت تاثير نيروی پيش تنيدگی به تنهايی، توزيع تنش در هر مقطعي در طول عضو خميده يكنواخت خواهد بود.



شكل ١-٢١ اعضاي قائم تحت نيروی پيش‌تنيدگي و بار محوري



شكل ١-٢٢ عضو پيش‌تنيده خميده

١-٧ نيروهاي ناشي از تاندونها

در شكل ١-١٩ ديده مي‌شود كه در صورت انحراف يك تاندون از مسير مستقيم، نيرويي رو به پايين براي نگهداري تاندون در وضعيت موجود لازم است. عكس العمل اين نيرو به صورت يك نيروي رو به بالا به بتن منتقل مي‌شود. لذا در مورد در حالت با انحنای پيوسته، براي نگهداري تاندون در محل خود يك نيروي گسترده بايد به بتن وارد شود. (شكل ١-٢٣).

براي تعيين مقدار اين نيرو، يك طول محدود و كوچك از تاندون (شكل ۱-۲٤) را در نظر بگيريد. اگر از نيروي اصطكاكي بين تاندون و بتن دور آن صرفنظر شود، نيروي تاندون در دو انتهاي عضو به طول Δs برابر T خواهد شد. اگر w بار گسترده يكنواخت بر روي تاندون باشد كه براي نگهداري آن در محل خود لازم است، از مثلث نيروها خواهيم داشت:

$$w\Delta s = ۲T\sin\left(\frac{\Delta\theta}{۲}\right)$$

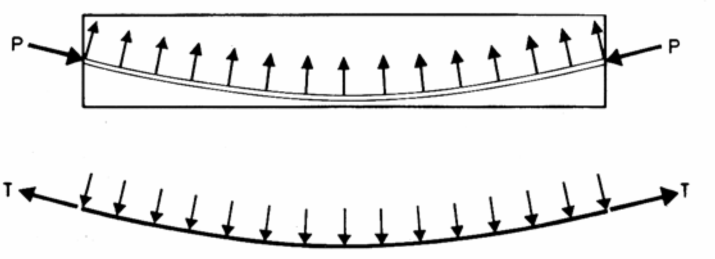
براي تغييرات كم زاويه داريم $\sin\left(\frac{\Delta\theta}{۲}\right) = \left(\frac{\Delta\theta}{۲}\right)$. اگر عضو كوچك و كوچكتر شود، در حالت حدی، رابطة زير برقرار است:

$$w = T\frac{d\theta}{ds}$$

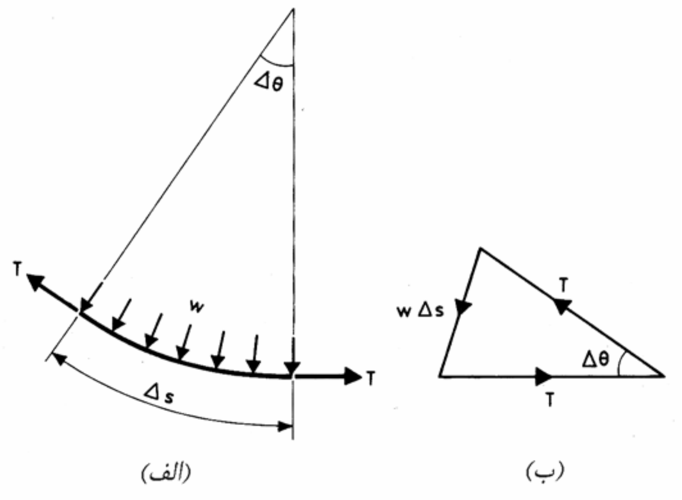
حال با توجه به اين كه، $\frac{d\theta}{ds} = \frac{۱}{r_{ps}}$، كه در آن r_{ps} شعاع انحنای تاندون مي‌باشد؛ بنابراين:

$$w = \frac{T}{r_{ps}}$$

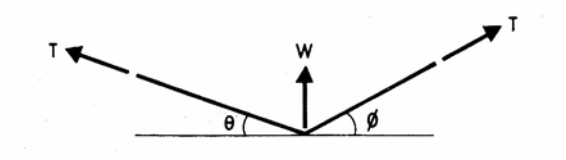
اگرچه اين نيرو از نظر تئوري در هر نقطه به سمت مركز انحنای تاندون مي‌باشد، نظر به اينكه در اكثر موارد پروفيل تاندون نسبتاً تخت می باشد، مي‌توان فرض كرد كه اين نيرو در امتداد قائم اثر می كند.



شكل ۱-۲۳ دياگرام آزد بتن و تاندون خميده



شکل ۱-۲٤ الماني از تاندون



شکل ۱-۲۵ محل تغيير شکل تاندون

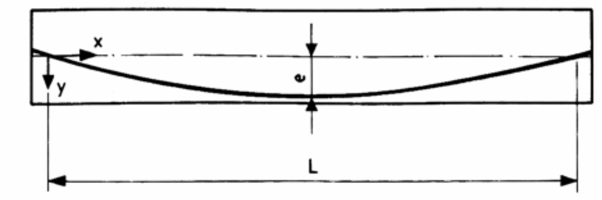
در تاندونهای انحرافی در نقطة تغيير امتداد تاندون، مانند شکل ۱-۲۵ یک نیروی قائم ایجاد می شود که مقدار آن برابر است با:

$$W = T(\sin\theta + \sin\varphi)$$

■■■

مثال ۱-۲

يك تير ساده به طول L با يك پروفيل تاندون سهمي شکل که خروج از مرکزيت ماكزيمم e را دارد، بر روي تکيه‌گاه ساده مطابق شکل ۱-۲٦ قرار گرفته است. نيروي رو به بالاي روي تير ناشي از تاندون را بدست بياوريد و نمودار نيروي برشي و لنگر خمشي، ناشی از نیروی پیش تنیدگی را رسم کنید.



شکل ۱-۲۶

سیستم مختصات xy نشان داده شده در شکل ۱-۲۶ را برای منحنی سهمی در نظر می گیریم. معادلهٔ پروفیل تاندون در این سیستم به صورت زیر خواهد بود:

$$y = ۴ex\frac{(L-x)}{L^۲}$$

براي یک منحني نسبتاً تخت انحنای $\frac{۱}{r_{ps}}$ را می توان تقریباً برابر $\frac{d^۲y}{dx^۲}$ در نظر گرفت:

$$\frac{۱}{r_{ps}} = -۸\frac{e}{L^۲}$$

در نتیجه:

$$w = \frac{P}{r_{ps}} = -۸\frac{Pe}{L^۲}$$

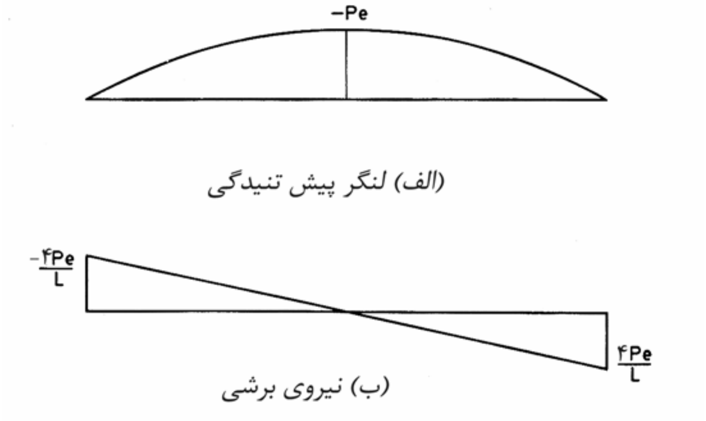
که در آن w نیروي رو به بالا مي‌باشد و P نیروی پیش تنیدگی است. ماکزیمم لنگر خمشي در تیر برابر خواهد بود با:

$$M_{max} = w\frac{L^۲}{۸} = \left(-۸\frac{Pe}{L^۲}\right)\left(\frac{L^۲}{۸}\right) = -Pe$$

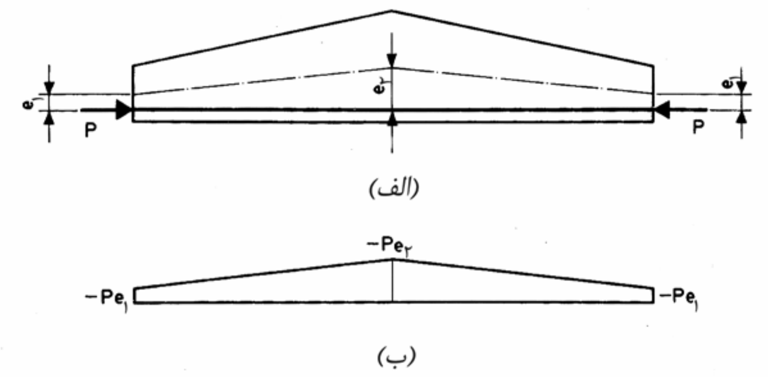
■■■

که همان مقدار مورد انتظار است. نمودارهاي لنگر و نیروي برشي ناشی از نیروی پیش تنیدگي به ترتیب در اشکال (۱-۲۷ الف و ب) نشان داده شده‌اند. دقت کنید که نمودار لنگر خمشي پیش تنیدگي، مقیاسي از پروفیل تاندون مي‌باشد. لنگرها به علت اینکه نیروي پیش تنیدگي در تمام مقاطع در زیر محورتیر قرار دارد، منفي مي‌باشند.

نمودار لنگر پيش تنيدگي براي تمام اعضاي معين استاتيکي به همان شکل پروفيل تاندون مي‌باشد. اين ويژگي کار رسم لنگر پيش تنيدگي و محاسبة تغيير مکانها را (فصل ٦) تسهيل می کند. براي عضو نشان داده در شکل ۱-۲۸-الف که مقطع متغير دارد ولي خط تاندون آن مستقيم مي‌باشد، می توان از اين خاصيت استفاده کرد. از آنجايي‌که تاندون مستقيم مي‌باشد، هيچ بار عمودي در اين‌حالت وجود ندارد ولي نمودار لنگر پيش تنيدگي به صورت ساده‌اي با در نظر گرفتن فاصله بين محل تاندون و مرکز سطح عضو در هر مقطع مطابق شکل۱-۲۸-ب قابل ترسيم است.



شکل ۱-۲۷دياگرام لنگر پيش‌تنيدگي و نيروي برشي



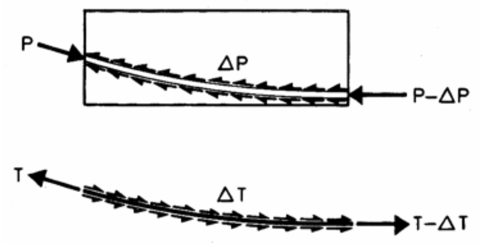
شکل ۱-۲۸ عضو با مقطع متغيير

این ویژگي که در تاندون انحرافی باید نیرویي به بتن وارد شود اساس روش "بالانس به کمک بار" مي‌باشد که کاربرد مفیدي در طراحي سازه‌هاي نامعین و بویژه در تحلیل دالهاي تخت بتن پیش تنیده دارد (فصل ۱۲). معذالک نمی توان از آن براي اعضاي با تاندون مستقیم استفاده نمود و اگر چنانچه به علت خروج از مرکزیت تاندونها لنگرهایی در دو انتهای عضو داشته باشیم، تاثیر آنها را باید لحاظ کنیم.

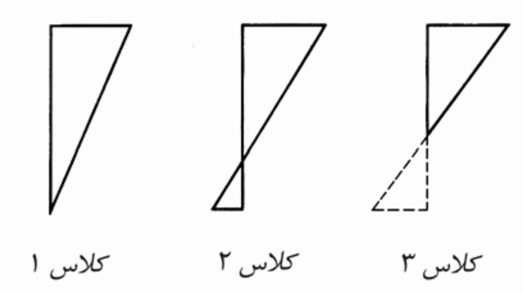
۱-۸ افت در نیروي پیش تنیدگي

در همه اعضاي بتن پیش تنیده که تاکنون مورد بحث قرار گرفته اند، فرض بر این بود که نیروي تاندون در تمام طول تاندون ثابت است. در زمان کشیدن تاندون در یک عضو پس کشیده، بین تاندون و سطح غلاف نیروی اصطکاک بوجود می آید. این اصطکاک عمدتاً به واسطة وجود انحنا در طول پروفیل تاندون می‌باشد؛ اما حتي در يك تاندون مستقیم نیز بین تاندون و غلاف اصطكاك بوجود می آید؛ زیرا تاندون دقیقاً در محور غلاف قرار نمي‌گیرد و در نقاطي از طولش بین تاندون و غلاف تماس وجود دارد.

تأثیر اصطكاك در رفتار اعضاي پس كشیده این است که در هر مقطعي دورتر از انتهاي كشیدگي، نیروي تاندون كمتر از نیروي وارد شده به تاندون از طريق جك خواهد بود. يك بار ديگر دياگرام آزاد تاندون فولادي و بتن را در يك قسمت عضو در نظر بگيريد (شكل ۱-۲۹). اصطكاك يكي از علت‌هاي كاهش نيروي پيش تنيدگي مي‌باشد و فقط مخصوص اعضاي پس كشيده است. علل دیگر افت پیش تنیدگی که براي اعضاي پس كشيده و پيش كشيده هر دو مطرح مي‌باشد عبارتند از: كوتاه شدگي الاستيك اوليه بتن كه سبب كوتاه شدگي تاندون فولادي نيز مي‌گردد و در نتيجه باعث كاهش نيروي پيش تنيدگي مي‌شود؛ تغييرات بلند مدت در طول عضو بتني بعلت خزش و انقباض كه موجب كاهش نيروي پيش تنيدگي مي‌شود. همه اين عوامل با جزئيات بيشتر در فصل ٤ بررسی خواهند شد.



شكل ۱-۲۹ كاهش پيش‌تنيدگي ناشي از اصطكاك



شكل ۱-۳۰ كلاسهاي عضو بتن پيش‌تنيده

۱-۹ درجة پيش تنيدگي

هنگامي‌كه براي اولين بار ايده بتن پيش تنيده معرفي شد، اينگونه تصور می شد که تحت بار بهره برداری هیچ ترکي نبايد موجود باشد و تمام مقطع بایستی در حالت فشار دائمي قرار داشته باشد. به اين حالت غالباً "پيش تنيدگي كامل" گفته مي‌شود. معذالک در مراحل بعدی آزمایشاتی صورت گرفت که در آن مقدار کمی فولاد پیش تنیدگی برای کنترل ترک خوردگی تحت بار بهره برداری مورد استفاده قرار گرفت و در کنار آن از فولاد معمولی (نکشیده) استفاده شد تا به کمک فولاد پیش تنیدگی بتوان مقاومت نهایی مورد نیاز مقطع را بدست آورد. اين تركيب فولاد نكشيده و كشيده غالباً به "پيش تنيدگي نسبي" معروف است.

به این ترتیب سه كلاس در اعضای بتن پیش تنیده قابل شناسایی می باشد. این سه كلاس در شكل ۱-۳۰ با استفاده از توزيع تنش در مقطع تحت بار سرويس طبقه‌بندي شده‌اند. در اعضاي كلاس ۱، تنش حداقل تحت بار سرويس صفر است و همان حالت پيش تنيدگي كامل را داراست. در اعضاي كلاس ۲، مقداری کشش مجاز مي‌باشد، بشرطي‌كه از مقاومت کششی بتن تجاوز نکند؛ پس عضو هنوز ترك نخورده است. اعضاي كلاس۳، با فرض ترك‌خوردگی طراحي مي شوند؛ ولي مقدار ترك خوردگي بوسيله فولاد كشيده و نكشيده كنترل مي‌شود.

این نوع طبقه‌بندي را می توان به عنوان ارتباطی بین اعضاي بتن پيشتنيده كامل تا اعضاي بتن مسلح بدون پيش تنيدگي در نظر گرفت. پارامترهاي متفاوتي براي نشان دادن درجه پيش تنيدگي عضو بتني ارائه شده است. يكي از اين پارامترها به صورت زير است:

$$\eta = \frac{M_o}{M_s}$$

كه در آن M_o لنگر خمشي مورد نياز در مقطع برای ایجاد تنش صفر و در وجه كششي بتن مي‌باشد و M_s لنگر خمشي ماكزيمم مربوط به بار سرويس مي‌باشد. در عضو پيش تنيده كامل، $\eta = ۱$ و براي عضو بتني

مسلح $\eta = 0$ است. اعضاي كلاس ۳ را مي‌توان اساساً به صورت اعضاي بتن مسلح معمولي فرض كرد كه مقداري آرماتور پيش تنيده براي كم كردن ترك خوردگي تحت بار سرويس در آن قرار داده شده است. شباهت بین اعضاي بتن پيش تنيده و اعضاي بتن مسلح كمي توجه به اين واقعيت كه رفتار هر دوی آنها در نقطه گسيختگی مشابه هم مي‌باشد،یک بار ديگر قابل تاكيد است. (به فصل پنجم مراجعه فرماييد).

۱-۱۰ ايمني

چون در اعضاي بتن پيش تنيده در هر دو حالت بار حداكثر و حداقل تنشهاي بالايي وجود دارد، بنابراين بايد نظارت دقيقي بر كيفيت مصالح بكار رفته انجام شود. در سازه‌هاي بتن مسلح يا فولادي اين تنشهاي بالا فقط در حالت بارگذاری بيشينه اتفاق مي‌افتد كه معمولاً به ندرت رخ می‌دهد. در سازه‌هاي بتن پيش‌تنيده اين تنشهاي بالا در تمام مراحل بارگذاری وجود دارند. به عبارت ديگر، شايد بتوان گفت سازه بتن پيش تنيده يك بار پيش آزمايش شده است. به اين ترتيب وجود فولاد يا بتن با كيفيت پايين قبل از اينكه سازه وارد مرحلة بهره برداری شود، قابل شناسايي می باشد. چون تغيير كوچكی در خروج از مركزيت تاندون می تواند تاثير زيادی روی تنشهای ايجاد شده در عضو پيش تنيده داشته باشد، بايستی نهايت دقت در هنگام اجرا اعمال گردد تا پروفيل صحيح فولاد پيش‌تنيدگی در هنگام بتن ريزی دستخوش تغيير نگردد.
مورد ديگر با اهميت در ساخت سازه‌هاي بتن پيش تنيده وجود نيروهاي جك بالا مي باشد. ضوابط مراقبتي لازم براي پرسنل كارگاه در برابر گسيختگی نابهنگام تاندون فولادي و حوادث غير معمول بايد صورت گيرد. انرژي آزاد شده ناگهاني مي‌تواند مرگ آور باشد. يكي ديگر از جنبه‌هاي سازه‌هاي بتن پيش تنيده به تازگي مهندسان را به چاره‌انديشي واداشته است. هنگاميكه سازه‌هاي قديمي به پايان عمر مفيد خود مي‌رسند، مسئله مهم، چگونگي تخريب يك عضو بتن پيش تنيده مي‌باشد كه مقدار زيادي انرژي در آن ذخيره شده است. در بعضي حالات امكان دارد كه نيروي موجود در تاندونها را تدريجاً كاهش داد، تا بتوان تخريبی ايمن و كنترل شده را در پي داشت. اين مسئله، با افزايش تعداد سازه‌های بتن پيش‌تنيده، كه به پايان عمر خود می‌رسند، اهميت بيشتری پيدا می‌كند.

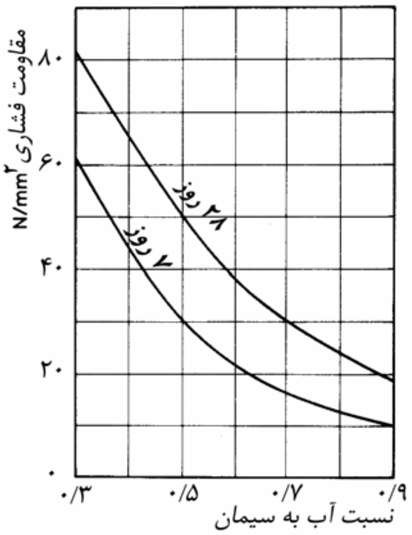
۱-۱۱ مرجع

Ramaswamy, G.S. (۱۹۷٦) Modern Prestressed Concrete Design, Pitman, London

فصل ۲- خواص مصالح

۲-۱ مقاومت بتن

مقاومت بتن عمدتاً متاثر از نسبت آب به سیمان می باشد که در واقع نسبت وزنهای آب و سیمان به کار رفته در یک طرح اختلاط است. منحنی بین نسبت آب به سیمان یک نمونه و مقاومت فشاری آن در زمانهای مختلف در شکل ۲–۱ نشان داده شده است.



شکل ۲ – ۱ مقاومت بتن با سیمان پرتلند معمولی

یک فاکتور مهم مؤثر بر مقاومت، مقدار فضای خالی باقی مانده در بتن بعد از تراکم است. هوای بیشتر داخل بتن باعث افزایش قابلیت تراکم و در نتیجه کاهش مقاومت می‌شود. پس بنابراین مهم است که بتن تا جایی که امکان دارد به خوبی متراکم شود. اغلب اتفاق می افتد که بتن در بالای قالب یک عضو افقی کمتر از پایین آن متراکم می شود که این باعث کاهش مقاومت می گردد. خاصیت دیگری که در بتن به علت تراکم ضعیف تحت تأثیر قرار می گیرد پیوستگی بین بتن و هر گونه آرماتور فولادی در آن است. این مورد، به خصوص برای اعضای بتن پیش تنیده پیش کشیده مهم است؛ زیرا در این اعضا از پیوستگی بین فولاد و بتن برای انتقال نیروی پیش تنیدگی به عضو بتنی استفاده می شود.

مقاومت بتن با زمان افزایش می یابد و اما سرعت افزایش این مقاومت بسیار متأ ثر از شرایط عمل آوری بتن است. در حالت ایده ال، بتن باید در شرایط مرطوب نگه داشته شود تا اینکه به خوبی گیرش سیمان عملی شود. اغلب اعضای بتنی در روزهای اولیه تحت پوشش مرطوب عمل آوری می شوند و سپس تحت شرایط هوای محیط قرار می گیرند.

در آیین نامه BS۸۱۱۰ انگلستان، آزمایش مقاومت فشاری استاندارد روی نمونه مکعبی با ابعاد ۱۵۰ میلی متر بعد از ۲۸ روز انجام می‌شود. در آمریکا، آزمایش استاندارد روی نمونه سیلندری ۳۰۰×۱۵۰ میلی متر صورت می‌گیرد. مقاومت یک نمونه سیلندری برای یک اختلاط داده شده، بین ۹۰–۷۰ درصد مقاومت نمونه مکعبی است.

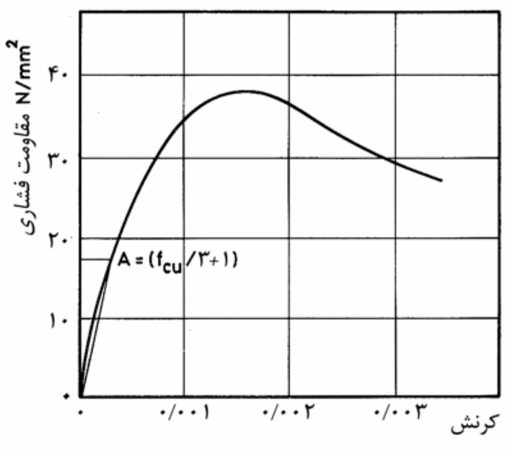
دامنه رایج مقاومت مکعبی بتن که در بتن پیش تنیده استفاده می شود $۳۰\text{-}۶۰ N/mm^۲$ است. به این صورت که حد پایینی برای دالها و حد بالایی برای تیرها کاربرد دارد. جزییات طرح اختلاط برای رسیدن به این مقاومتها در مراجع مختلف داده شده است.

با وجود اینکه مقاومت کششی بتن در طراحی بتن آرمه خیلی مهم نیست، زیرا سهم آن در مقاومت خمشی نادیده گرفته می‌شود، در بتن پیشتنیده علم به مقاومت کششی در کنار مقاومت فشاری اهمیت دارد. یک رابطه تقریبی بین مدول گسیختگی f_{tu} (مقاومت کشی خمشی حاصل از آزمایش تیر با دو بار نقطه ای در نقاط $\frac{۱}{۳}$ دهانه) و مقاومت فشاری نمونه مکعبی f_{cu} یا مقاومت فشاری استوانه ای f'_c به صورت زیر داده شده است:

$$f_{tu} \cong ۰/۵۹\sqrt{f_{cu}} \cong ۰/۶۶\sqrt{f'_c} \quad (۱\text{–}۲)$$

۲-۲ ضریب ارتجاعی بتن

مدول ارتجاعی بتن کمیتی مهم است، نه تنها در تخمین خیز اعضای بتن پیش‌تنیده، بلکه در محاسبه برخی از افتهای نیروی پیشتنیدگی از مدول الاستیسیته استفاد ه می شود. این مطلب در فصل ٤ بحث خواهد شد.
یک منحنی تنش – کرنش نمونه برای بتنی که در دستگاه آزمایش فشاری آزمایش شده در شکل ۲ – ۲ نشان داده شده است. بخش ابتدایی منحنی تقریباً خطی است، و مدول الاستیسیته را می توان با شیب خط OA تخمین زد که به عنوان مدول سکانت شناخته شده است. تنش فشاری بتن که در نقطه A در نظر گرفته می‌شود برابر $(\frac{۱}{۳} f_{cu} + ۱)\ N/mm^۲$ می‌باشد، و سرعت بارگذاری در آزمایش $۱۵\ N/mm^۲$ در هر دقیقه است. چون منحنی تنش–کرنش به سرعت بارگذاری بستگی دارد، این خواسته اخیر را لازم است رعایت کنیم. موضوع وابستگی به زمان تغییر شکل بتن تحت تنش به صورت پدیده خزش مطرح می شود. (بخش۲- ۳ را ببینید.) یک شکل ایده‌آل از منحنی تنش–کرنش شکل ۲–۲ که برای اهداف طراحی به کار می رود، در فصل۳ نشان داده شده است.



شکل ۲-۲

مقادیر مدول سکانت بر اساس آیین نامه۸۱۱۰ BS در جدول ۲-۱ نشان داده شده است. این مقادیر ممکن است برای محاسبه خیز کوتاه مدت اعضای بتن پیش‌تنیده و افتهای اولیه نیروی پیش‌تنید گی ناشی از کوتاه شدگی الاستیک، به کار برود. برای خیز بلند مدت، که وابسته به زمان است تاثیرات خزش و انقباض باید به حساب بیایند. (فصل ٦)

محدوده مدول الاستیسیته در ۲۸ روز برای بتن باوزن معمولي		
دامنه E_C (kN/mm۲)	مقدار متوسط E_C (kN/mm۲)	مقاومت مكعبي (N/mm۲)
۱۸ – ۳۰	۲٤	۲۰
۱۹ – ۳۱	۲۵	۲۵
۲۰ – ۳۲	۲٦	۳۰
۲۲ – ۳٤	۲۸	٤۰
۲٤ – ۳٦	۳۰	۵۰
۲٦ – ۳۸	۳۲	٦۰

جدول ۲ – ۱ مدول الاستیسیته بتن

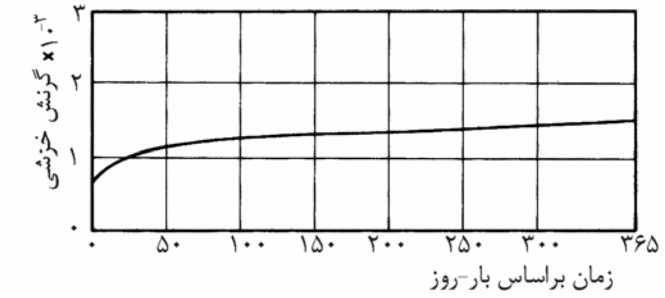
۲-۳ خزش بتن

پدیده‌ای که تا اندازه‌ای بر اغلب مواد تاثیر می گذارد خزش است. این پدیده عبارت است از تغییر شکل تابع زمان تحت بارگذاری ثابت. خزش به خصوص در بتن مهم است و بر خیز بلند مدت و افت نیروی پیش‌تنیدگی در اعضای بتن پیش تنیده تأثیر می‌گذارد. مکانیسم اصلی خزش در بتن، حرکت و کاهش تدریجی رطوبت است که سبب انقباض در ساختار خمیره سیمان در بتن می شود. تأ ثیرات خزش در اعضای بتن پیش تنیده خیلی مهم تر از اعضای بتن آرمه است. چون در بتن پیش‌تنیده بخش بزرگتری از مقطع عضو در فشار است. یک منحنی نمونه تغییرات کرنش خزشی با زمان، در شکل ۲–۳ نشان داده شده است.

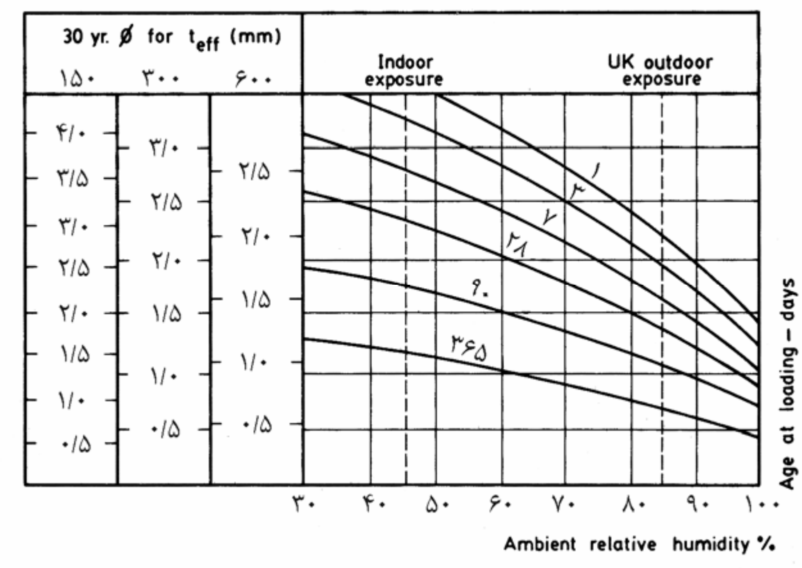
چون خزش در طول فاصله زمانی مورد نظر با تراز تنش در بتن تغییر می‌کند، یک پارامتر مفید که خزش مخصوص نامیده می شود، به عنوان کرنش خزشی بازار واحد تنش تعریف شده است، کرنش خزشی مخصوص بلند مدت (سی سال) را می توان از رابطه زیر محاسبه کرد.

$$\text{خزش مخصوص} = \frac{\phi}{E_{ct}} \qquad (۲–۲)$$

که در آن E_{ct} مدول الاستیسیته بتن در دراز مدت و ϕ ضریب خزش است که از شکل ۲–٤ حساب می شود. در اینجا، ضخامت موثر، دو برابر مساحت مقطع عرضی تقسیم بر محیط عریان مقطع، محاسبه می شود.



شکل ۲-۳



شکل ۲-٤ ضرایب خزشی BS۸۱۱۰

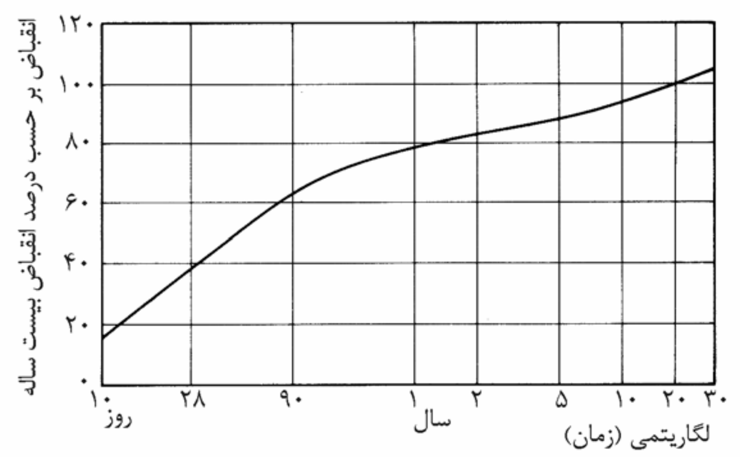
۴-۲ انقباض بتن

بخش مهمی از بتن را آب تشکیل می دهد و هنگامیکه آب اضافی که در واکنش هیدراتاسیون سیمان بکار نمی‌رود، تبخیر می شود، عضو بتنی، منقبض خواهد شد. مقدار انقباض بستگی به شرایطی محیطی مجاور بتن دارد و به بار اضافی روی عضو وابسته نیست. اگر بتن در یک آب و هوای باد گیر خشک باشد، کاهش رطوبت خیلی بیشتر است تا هنگامی که بتن در یک محیط مرطوب واقع شده است.

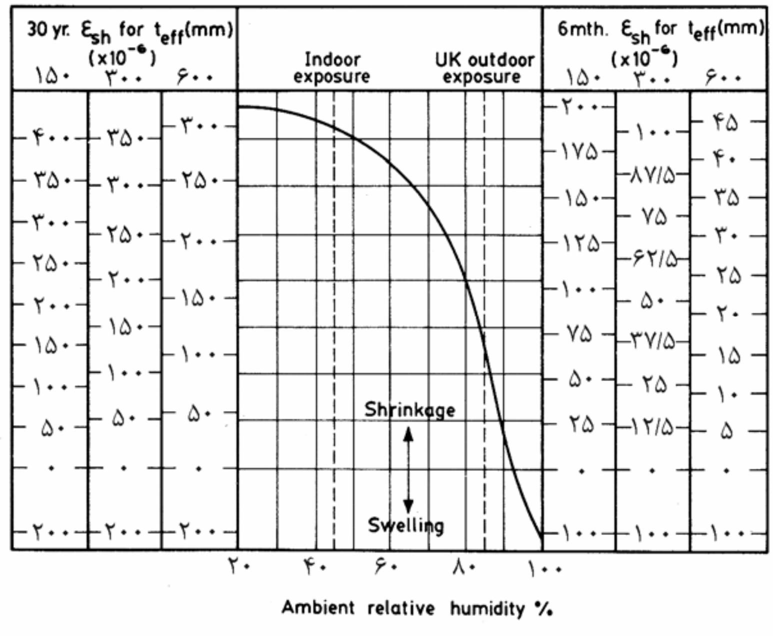
انقباض بتن با زمان تغییر می کند، و یک رفتار نمونه در شکل ۲-۵ نشان داده شده است. سرعت ابتدایی انقباض بتدریج کاهش می یابد و در انتهای یک سال تقریباً ۸۰% انقباض بلند مدت رخ داده است.

مقادیر کرنش انقباضی بلند مدت و کوتاه مدت که برای اهداف طراحی استفاده می شود از شکل ۲-۶ به دست می‌آید. این کرنش انقباضی برای بتنی قابل کاربرد است که حدود ۱۹۰ lit/m^3 آب داشته باشد. در دامنهٔ ۱۵۰-۲۳۰ lit / m۳ کرنش انقباضی تقریباً متناسب با آب موجود در بتن است.

تاثیرات خزش و انقباض روی افت نیروی پیش‌تنیدگی و خیز بلندمدت به ترتیب در فصل ٤ و ٦ مورد بحث قرار خواهد گرفت.



شکل ۲-۵ انقباض متوسط بتن در رطوبت نسبی %۷۰-۵۰ (Neville ۱۹۷۷)



شکل ۲-٦ کرنش انقباضی براساس BS۸۱۱۰

۲–۵ بتن سبک

چندین سازه بتنی پیش تنیده قابل ملاحضه در سالهای اخیر با بتنی که از سنگدانه های سبک تشکیل شده ساخته شده اند. صرف نظر از خاصیت اصلی که در کاهش وزن است، این بتن‌ها همچنین مقاومت بهتری در برابر آتش سوزی دارند و عایق های بهتری هستند. سنگدانه ها ممکن است طبیعی باشند مثل سنگ پا (سنگ متخلخل) یا به صورت مصنوعی یا از قشر رویه مواد به دست آمده از کوره ذوب فلزات تولید شده باشد. چگالی بتنی که با این خرده سنگها تولید می شود در محدوده ۱۳۰۰ Kg/m^3 تا ۲۰۰۰ Kg/m^3 است، در مقایسه با ۲٤۰۰ Kg/m^3 برای بتن‌ها با چگالی معمولی.

برای بتن‌های سبک، مقاومت معمولاً بستگی به مقاومت سنگدانه ها دارد. برای مقاومت مکعبی ۲۸ روزه مقاومت قابل حصول در صورت استفاده از سنگدانه‌های رس منبسط شونده حدود ۱۷ N/mm^2 است و در صورت استفاده از سنگدانه PFA (Pulueniged – Fuel – Ash) تا ٦۰ N/mm^2 نیز خواهد رسید.

مدول الاستیسسیته بتن سبک بین ۵۰ تا ۷۰ درصد مدول بتن با چگالی معمولی است. انقباض و خزش این نوع بتن معمولاً بزرگتر هستند و در غیاب اطلاعات جزئی بیشتر از منبع تهیه خرده سنگها کرنش انقباضی را ۴۰۰×۱۰^{-۶} تا ۶۰۰×۱۰^{-۶} می‌توان گرفت و خزش مخصوص $۰/۷\times۱۰^{-۴}$ تا $۰/۹\times۱۰^{-۴}$ به ازای هر $N/mm^۲$ تنش فشاری خواهد بود.

۶-۲ فولاد پیش تنیدگی

فولاد های پیش تنیدگی شامل انواع زیر هستند:

۱ – وایر[۱]

۲ – کابل یا مفتول[۲]

۳ – میلگرد[۳]

وایرها قطر ۳ الی ۷ mm دارند و محتوی ‎٪۰/۸۵ –۰/۷ کربن هستند. (فولاد نرم ۰/۲۵ تا ۰/۲۹ درصد کربن دارد.) وایرها تحت نورد گرم کشیده می شوند به این ترتیب که حداقل تا $۱۰۰۰\ ^oC$ گرم شده و سپس عملیات کشیدن که طی آن قطر وایرها کاهش و مقاومت کششی آنها افزایش می یابد انجام می شود. نهایتاً وایرها دور یک قرقره با قطر ۰/۶ – ۰/۷ m پیچانده می‌شود. این به عنوان وضعیت چون کشیده[٤] کشش شناخته می شود و فولاد پیچانده شده برای پیش کشیدگی مناسب خواهد بود.

به هر صورت وایرهای چون کشیده به صورت مستقیم از دور قرقره ها خارج نمی شوند بلکه می توان آنها را پیش–صاف کرد تا به راحتی از بین غلافهای پس کشیدگی عبور داده شوند. این کار با گرما دادن آنها برای مدت کوتاه یا حرارت دادن در حین اینکه تحت کشش بالا قرار می گیرند عملی می شود. هر دوی این فرآیندها محدوده الاستیک وایرها را افزایش می دهد. اولی وایر تنش زدایی شده و دومی وایر تثبیت شده نام دارند. وایرهای تنش زدایی شده دارای سستی نرمال هستند در حالیکه وایرهای تثبیت شده دارای سستی کم می‌باشند.

---

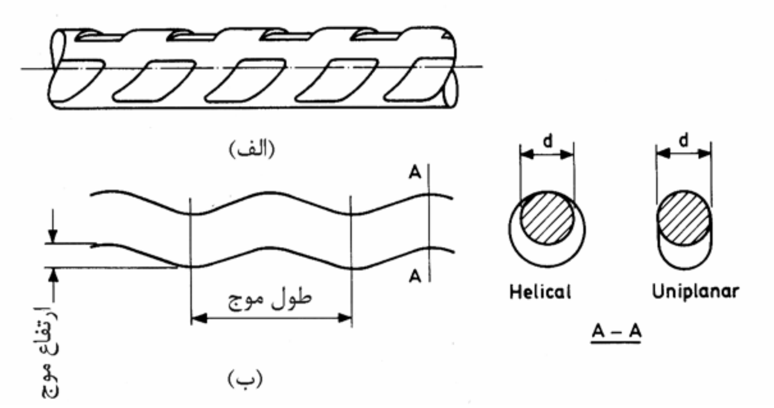
[۱] Wire

[۲] Strand

[۳] Bar

[٤] as-drawn

برای اعضای پیش کشیده انتقال نیروی پیش تنیدگی به بتن به کمک پیوستگی بین بتن و فولاد انجام می‌شود. برای افزایش این پیوستگی با ایجاد دندانه در سطح وایر و همچنین تشکیل یک چین خوردگی به صورت موجی شکل در وایر به جای پروفیل مستقیم اقدام می شود. این دو فرآیند در نمودار ۲–۷ نمایش داده شده‌اند. طول موج ۵ تا ۱۲ برابر قطر وایر تغییر می کند و دامنه ارتفاع موج بین ٪ ۱۲–۵ قطر وایر برای حالت مارپیچ و ٪ ۲۵–۱۰ قطر برای حالت ساده می تواند باشد.



شکل ۲-٦

با تاباندن چند وایر به دور یک وایر مرکزی یک کابل یا مفتول مارپیچ به وجود می آید. مفتول های مدرن شامل هفت وایر با قطر mm ۱۸–۸ می باشند. چنانچه با بافتن وایرهای چون کشیده شده مفتول تهیه شود یک مفتول چون بافته خواهیم داشت و یا با عملیات گرمایی بعد از بافتن می توان مفتولهایی با سستی نرمال یا کم به دست آورد.

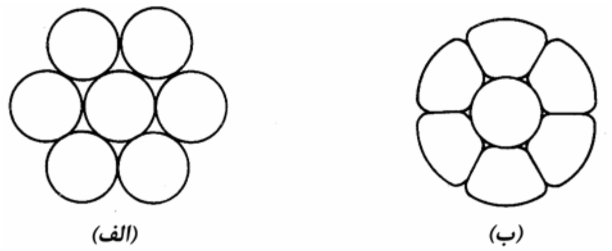
به منظور ساختن مفتول، شش وایر به صورت مارپیچ حول یک وایر مرکزی مستقیم پیچانده می شود. (نمودار ۲–۸-الف) مفتولها را می توان به صورت استاندارد یا سوپر تولید کرد، بطوریکه نوع سوپر دارای مقاومت آلیاژی بالاتر است و همچنین می توان آنها را از درون یک نورد کشیده تا به هم فشرده شوند که در اینصورت به آنها مفتولهای فشرده می گویند. مقطع عرضی این مفتول‌ها در نمودار ۲–۸–ب نشان داده شده است. هر سه نوع مفتول می توانند با سستی نرمال یا کم تولید شوند. مفتولهای فشرده دارای سطح مقطع بزرگتر با همان قطر خارجی هستند و مقاومت آنها نیز اندکی بیشتر است.

میلگردهای فولاد آلیاژی به صورت گرم نورد شده اند دارای قطرهای mm ٤٠-٢٠ هستند و موقعی که سرد شدند به منظور بهبود خواص مکانیکی شان کشیده می شوند. این آرماتورها، به صورت سراسری رزوه شده

هستند و یا اینکه صاف بوده و تنها دو سر آن رزوه شده هستند و در هر دو مورد رزوه ها برای مهار آرماتور و یا ایجاد اتصال بین دو آرماتور مجاور بکار می روند.

ویژگی های انواع مختلف وایر، مفتول و آرماتور پیشتنیدگی در جدول ۲–۲ خلاصه شده است. هر تولید کننده‌ای محدوده خاص محصولات خودش را خواهد داشت.

قبل از انتخاب فولاد پیش تنیدگی نکته قابل توجه در تمام انواع فولاد های شرح داده شده در بالا این است که مقاومت بالای آنها عمدتاً طی یک فرآیند سرد کاری[1] ایجاد می شود. بنابراین در طی مراحل انبارداری و اجرا باید دقت شود که فولاد در مقابل گرمای ناشی از جوشکاری و غیره قرار نگیرد.



شکل ۲-۸ مفتولهای پیش‌تنیدگی

[1] Cold–Working Process

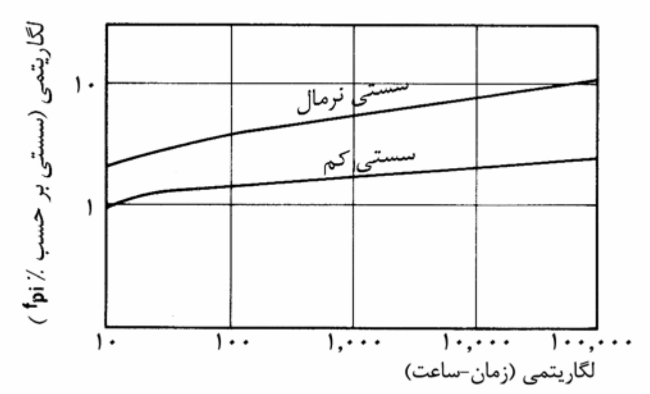
۲-۷ سستی فولاد[۱]

سستی در فولاد شبیه خزش در بتن است یعنی عبارت است از تغییر شکل تابع زمان تحت بار ثابت. مقدار سستی به زمان، دما و تراز تنش بستگی دارد. در آزمایش استاندارد سستی، میزان سستی بعد از ۱۰۰۰ ساعت و دمای $20\ ^{\circ}C$ تعیین می شود و این مقادیر در جدول ۲-۲ منعکس شده اند. تغییرات نمونه سستی با زمان در دمای $20\ ^{\circ}C$ و تحت تنش اولیه $0/7\, f_{pu}$ در شکل (۲-۹) نشان داده شده است. (f_{pu} مقاومت نهایی فولاد پیش تنیدگی است.) اگر سستی بعد از ۱۰۰۰ ساعت تحت تنش $0/7\, f_{pu}$ و در دمای $20\ ^{\circ}C$، ۲٪ باشد، این مقدار سستی در دمای $100\ ^{\circ}C$ تحت همان تنش اولیه به ٪ ٦/۵ و برای تنش اولیه $0/75\, f_{pu}$ و دمای $20^{\circ}C$ به ٪ ۱/۵ افزایش می یابد.

دو کلاس برای سستی در استاندارد BS۵۸۹٦ تعریف شده است:

کلاس یک: برای وایرهای تنش زدایی شده یا با سستی نرمال.

کلاس دو: برای وایرهای تثبیت شده یا با سستی کم.



شکل ۲-۹

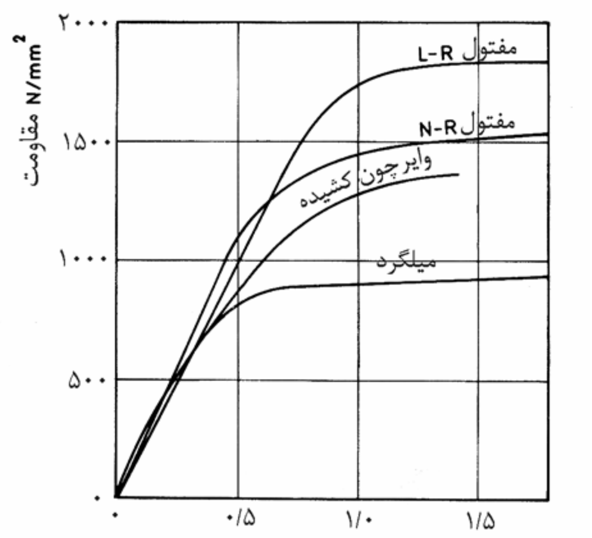
۱ Relaxation of steel

۲-۸ نمودارهای تنش-کرنش برای فولاد

نمونه منحنی های تنش-کرنش برای فولاد پیش تنیدگی در شکل ۲-۱۰ نشان داده شده است. فولاد های با مقاومت بالا دارای تراز تسلیم مشخص شبیه فولادهای معمولی نیستند. بنابراین به ناچار تنش پروف به عنوان تنش تسلیم تعریف می شود به طوریکه وقتی بار برداشته می شود یک تغییر شکل دائمی مشخص ایجاد خواهد شد.

انواع فولاد	E_S (kN/mm^۲)
وایر – BS۵۸۹۶ –بخش دوم	۲۰۵
کابل یا مفتول – BS۵۸۹۶ –بخش دوم	۱۹۵
آرماتور نورد شده کشیده شده – BS۴۴۸۶	۲۰۶
آرماتور نورد شده و کشیده شده با گرمایش و سپس سرمایش سریع – BS۴۴۸۶	۱۶۵

جدول ۲ – ۳ مدول الاستیسیته فولاد



شکل ۲-۱۰ منحنی‌های تنش – کرنش برای فولاد پیش‌تنیدگی

این تغییر شکل برای فولاد پیش تنیدگی ۰/۱% افزایش طول نسبی تعیین می شود. لذا در جدول ۲–۲ بار پروف ۰/۱% داده شده است. به عنوان انتخاب دوم باری که باعث ۱% افزایش طول می شود ممکن است مشخص شود. در جدول ۲–۲ مقاومت مشخصه فولاد نیز ارائه شده که در فصل سوم به طور مشروح تعریف می‌شود و در حال حاضر می‌توان آن را به عنوان نیروی گسیختگی وایر یا مفتول در نظر گرفت.
فرآیند های حرارتی که برای وایر های چون– کشیده بکار می روند نه تنها سستی فولاد را کاهش می دهند، بلکه تنش پروف آن را نیز افزایش داده، لذا دامنه رفتار الاستیک خطی را بزرگتر می کنند.
مدول الاستیسیته کمتر مفتول در مقایسه با وایر ناشی از یک مقدار جزئی پیچیدن مفتول در اثر کشش است که یک اضافه طول محوری بزرگتر نسبت به وایر با همان سطح مقطع می دهد. نمودارهای تنش–کرنش ایده‌آل برای استفاده در تعیین تنش در فولاد در یک عضو بتن پیش تنیده در فصل سوم ارائه شده اند.

۲–۹ خوردگی فولاد[۱]

همانند آرماتور در بتن آرمه فولاد پیش تنیدگی (که به آن تاندون نیز اطلاق می‌شود) باید از رخنه رطوبتی که به بتن اطراف آن نفوذ می کند محافظت شود. در اعضای پیش کشیده با ایجاد پوشش کافی و مناسب روی تاندون ها و همچنین با استفاده از بتن با نسبت آب به سیمان کم که برای تهیه بتن با مقاومت بالا برای بتن پیش تنیده به کار می رود، این پیشگیری به عمل می آید. غلافها در اعضای پس کشیده معمولاً پس از کشش تاندون دوغآب ریزی می شوند و این فرآیند همچنین یک اتصال بین تاندون و بتن اطراف ایجاد می کند. خصوصاً باید به تاندونهای بی حفاظ توجه شود، در این مورد یک ترکیب از گریس و پوشش پلاستیکی به طور موفقیت آمیز مورد استفاده قرار گرفته است.
فرم دیگری از خوردگی تدریجی که می‌تواند وایرها و مفتولها را تحت تأثیر قرار دهد تنش–خوردگی[۲] نام دارد و از شکسته شدن ساختار فولاد ناشی می شود. در این فرآیند، در فولاد ترکهای کوچکی ظاهر میشوند و فولاد ترد و شکننده می شود. در مورد پدیده تنش–خوردگی شناخت کمی موجود است. می دانیم این پدیده در تنش های کششی بالا اتفاق می افتد که فولاد پیش تنیدگی به طور پیوسته تحت آن قرار دارد.

---

۱ Corrosion of steel

۲ Stress–Corrosion

BS	Type of tendon	Nominal diameter and steel area		Nominal tensile strength F_{pu}		Specified characteristic load (kN)		Maximum relaxation (%)after ۱۰۰۰ h	
						Breaking load (A)	%۰/۱ proof or load at ۱٪ elongation	at ۷۰% of A	at ۸۰٪ of A
۵۸۹۶	Cold-drawn steel wire (pre-straightened)	mm	(mm^۲)		N/mm^۲		۰/۱٪ proof load		
		۷	(۳۸/۵)	۱۶۷۰		٦٤/۳	٥۳/٤	Class ۱	
		۷		۱٥۷۰		٦۰/٤	٥۰/۱	۸	۱۲
		٦	(۲۸/۳)	۱۷۷۰		٥۰/۱	٤۱/٦		
		٦		۱٦۷۰		٤۷/۳	۳۹/۳		
		٥	(۱۹/٦)	۱۷۷۰		۳٤/۷	۲۸/۸		
		٥		۱٦۷۰		۳۲/۷	۲۷/۲		
		٤/٥	(۱٥/۹)	۱٦۲۰		۲٥/۸	۲۱/٤	Class ۲	
		٤	(۱۲/٦)	۱۷۷۰		۲۲/۳	۱۸/٥	۲/٥	٤/٥
		٤		۱٦۷۰		۲۱/۰	۱۷/٥		
	Wire in mill coils (As-drawn wire)	mm	(mm^۲)		N/mm^۲		load at ۱٪ elongation		
		٥	(۱۹/٦)	۱۷۷۰		۳٤/۷	۲۷/۸	For all wires	
		٥		۱٦۷۰		۳۲/۷	۲٦/۲	۱۰	
		٥		۱٥۷۰		۳۰/۸	۲٤/٦		
		٤/٥	(۱٥/۹)	۱٦۲۰		۲٥/۸	۲۰/٦		
		٤	(۱۲/٦)	۱۷۷۰		۲۲/۳	۱۷/۸		
		٤		۱۷۲۰		۲۱/۷	۱۷/٤		
		٤		۱٦۷۰		۲۱/۰	۱٦/۸		
		۳	(۷/۱)	۱۸٦۰		۱۳/۱	۱۰/٥		
		۳		۱۷۷۰		۱۲/٥	۱۰/۰		
۵۸۹٦	۷-wire steel strand standard	mm	(mm^۲)		N/mm^۲		۰/۱٪ proof load		
		۱٥/۲	(۱۳۹)	۱٦۷۰		۲۳۲	۱۹۷		
		۱۲/٥	(۹۳)	۱۷۷۰		۱٦٤	۱۳۹		
		۱۱/۰	(۷۱)	۱۷۷۰		۱۲٥	۱۰٦		
		۹/۳	(٥۲)	۱۷۷۰		۹۲	۷۸	Class ۱	
	Super	۱٥/۷	(۱٥۰)	۱۷۷۰		۲٦٥	۲۲٥	۸	۱۲
		۱۲/۹	(۱۰۰)	۱۸٦۰		۱۸٦	۱٥۸		
		۱۱/۳	(۷٥)	۱۸٦۰		۱۳۹	۱۱۸		
		۹/٦	(٥٥)	۱۸٦۰		۱۰۲	۸۷		
		۸/۰	(۳۸)	۱۸٦۰		۷۰	٥۹	Class ۲	
	Drawn	۱۸/۰	(۲۲۳)	۱۷۰۰		۳۸۰	۳۲۳	۲/٥	٤/٥
		۱٥/۲	(۱٦٥)	۱۸۲۰		۳۰۰	۲٥٥		
		۱۲/۷	(۱۱۲)	۱۸٦۰		۲۰۹	۱۷۸		
٤٤۸٦	Hot-rolled or hot-rolled and processed alloy steel bars Hot rolled	٤۰	(۱۲٥۷)	۱۰۳۰		۱۳۰۰	۱۰٥۰	۳/٥	٦/۰
		٤۰	(۸۰٤)			۸۳۰	٦۷۰		
		۲٥	(٤۹۱)			٥۰٥	٤۱۰		
		۲۰	(۳۱٤)			۳۲٥	۲٦۰		
	Hot rolled and processed	۳۲	(۸۰٤)	۱۲۳۰		۹۹۰	۸۷۰	۳/٥	٦/۰
		۲٥	(٤۹۱)			٦۰۰	٥۳۰		
		۲۰	(۳۱٤)			۳۸٥	۳٤۰		

جدول ۲-۲ خواص فولاد پیش تنیدگی

۲-۱۰ مراجع

١. Abeles, P. W. and Bardhan-Roy, B. K. (١٩٨١) Prestressed Concrete Designer’s Handbook, Viewpoint, Slough.

٢. Bannister, J. L. (١٩٦٨) Concrete, August, pp. ٣٣٣-٣٤٢.

٣. Department of the Enviroment (١٩٧٥) Design of Normal Concrete Mixes, Her Majesty's Stationery Office, London.

٤. Libby, J. A. (١٩٧١) Modern Prestressed Concrete, Van Nostrand Reinhold, New York.

٥. Neville, A. M. (١٩٧٧) Properties of Concrete, Pitman, London.

فصل ۳- طراحي به روش حالت حدي

۳-۱ مقدمه

آيين نامه هاي اوليه براي طراحي سازه هاي بتن مسلح و فولادي، بر مبناي كنترل تنش هاي بهره برداري استوار بوده اند. بدين معني كه بيشترين تنش الاستيك مصالح تحت بارهاي بهره برداري با مقادير مجاز تنش مقايسه مي‌شدند. اين مقادير مجاز بر مبناي تنش هاي گسيختگي مصالح كه بر ضريب اطمينان مناسب تقسيم شده، بدست آمده اند. بزودي مشخص شد كه بتن يك مصالح غير الاستيك است؛ اگر چه روش هاي الاستيك همچنان در شرايط بهره برداري براي اعضاي بتن پيش تنيده مناسب مي باشند. اين مسئله در اولين آيين نامه بتن پيش تنيده، British Standard CP۱۱۵، منعكس شد و روش هاي جداگانه اي براي رفتار اعضاء تحت بار بهره برداري و بار نهايي اتخاذ گرديد. اين روش يك مثال اوليه از طراحي به روش حالت حدی است كه تمامی شرايط بارگذاری محتمل برای عضو تعيين شده و بحرانی ترين آنها به عنوان مبنای طراحی انتخاب می‌شود و پس از آن ساير شرايط بارگذاری كنترل خواهد شد. يك روش كلي بر مبناي اصول حالت حدي كه

علاوه بر بارگذاري، ساير عوامل موثر بر عملكرد سازه ها را نيز تعيين مي كند، به British Standard CP۱۱۰ ضميمه شد. اين روش براي بتن مسلح و بتن پيش تنيده كاربرد داشته و در BS۸۱۱۰ نيز به كار گرفته شده است.

۲-۳ حالات حدي

نظريه حالت حدي مستلزم تشخيص عواملي است كه بر مناسب بودن سازه براي تامين مقاصد طراحي موثر مي‌باشد. هر كدام از اين عوامل يك حالت حدي ناميده مي شود و در صورت عدم تامين هر يك، سازه از حيز انتفاع خارج مي شود. با وجود اين، پيامد هاي خرابي به ميزان قابل توجهي براي انواع حالات حدي متغير مي‌باشد و با استفاده از ضرايب اطمينان مختلف براي هر كدام توجيه مي گردد.

دو نوع مهم حالات حدي براي اغلب سازه ها عبارتند از:

(الف) حالت حدي نهايي

مهمترين حالات حدي نهايي عبارتند از:

(۱) مقاومت. سازه مي بايست با يك ضريب اطمينان قابل قبول در مقابل خرابي، قادر به تحمل بارهايي باشد كه به احتمال زياد به آن وارد مي شوند. خرابي به شكل هاي متعددي روي مي دهد؛ از قبيل گسيختگي يك عضو منفرد، ناپايداري كلي و يا كمانش موضعي سازه. همچنين بايد ضريب اطمينان كافي در مقابل فروپاشي تحت بار غيرمنتظره اضافي وجود داشته باشد؛ اگر چه معمولا اين ضريب اطمينان از ضريب اطمينان موجود براي بارهاي بهره برداري كمتر مي باشد.

ساير حالات حدي نهايي كه بايستي در نظر گرفته شوند، عبارتند از:

(۲) مقاومت در برابر آتش سوزي. سازه بايد به مدت زمان كافي براي فرار ساكنان، در مقابل آتش سوزي مقاومت كند. از آنجايي كه مقاومت فولاد با افزايش دما به شدت كاهش مي يابد، عمدتا مقاومت يك سازه بتني در مقابل آتش سوزي با پوشش بتني روي فولاد تعيين مي شود.

(۳) خستگي. اين حالت براي سازه هايي داراي اهميت مي باشد كه تحت بارهاي متناوب قرار دارند، به ويژه در سازه هاي بتن پيش تنيده كه سطح تنش در فولاد پيش تنيدگي بسيار بالاست.

(ب) حالت حدي بهره برداري

انواع متعددي از حالات حدي بهره برداري وجود دارد كه دو نوع مهم آن به شرح زير مي باشد:

(١) خيز. تغيير مكان سازه در اثر بارهاي بهره برداري نبايستي بيش از حد مجاز باشد، در غير اين صورت مي‌تواند منجر به تخريب نازك كاري، ديوارهاي جداساز و نماسازي گردد.

(٢) ترك خوردگي. ترك خوردگي زياد نه تنها منظره نامناسبي ايجاد مي نمايد، بلكه ممكن است منجر به ورود بيش از حد رطوبت به درون بتن شده و باعث خوردگي فولاد شود.

ساير حالات حدي بهره برداري كه در نظر گرفتن آنها ممكن است مورد نياز باشد، عبارتند از:

(٣) دوام. در صورتي كه نفوذپذيري بتن زياد باشد، خطر خوردگي فولاد افزايش مي يابد. همچنين آسيب احتمالي در اثر وجود يك محيط خورنده مثل آب دريا بايستي مد نظر قرار گيرد. عوامل عمده موثر بر دوام سازه هاي بتن پيش تنيده شامل نسبت هاي اختلاط بتن، پوشش روي فولاد و دوغاب ريزي غلاف پس كشيدگي مي باشد.

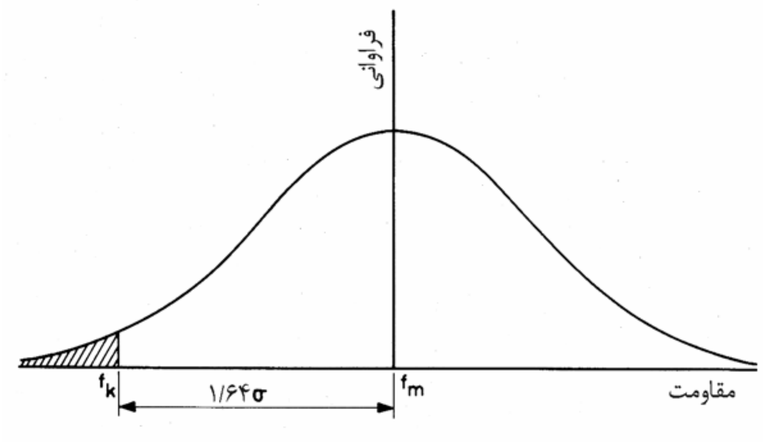
(٤) لرزش. اين حالت در سازه هايي مثل فونداسيون ماشين آلات لرزشي داراي اهميت مي باشد.

براي هر سازه، حالات حدي مربوط به بارهاي وارد به سازه و محيط در برگيرنده سازه بايستي تشخيص داده شده و بحراني ترين اين حالات تعيين گردد.

براي اغلب سازه هاي بتن پيش تنيده، فرآيند طراحي مستلزم در نظر گرفتن حالت حدي بهره برداري ترك خوردگي و سپس كنترل حالت حدي نهايي مقاومت مي باشد. در مقابل، طراحي سازه هاي بتن آرمه معمولا بر مبناي حالت حدي نهايي مقاومت و نهايتا كنترل حالت حدي بهره برداري مي باشد.

٣-٣ بارهاي مشخصه و مقاومت مشخصه

يك مفهوم مهم در طراحي به روش حالت حدي، بار مشخصه و همچنين مقاومت مشخصه مصالح مي باشد. اين مفهوم از نظريه احتمالات بر گرفته شده و اين حقيقت را بيان مي كند كه به طور مثال، مقاومت بتن در محاسبات نبايست برابر ميانگين مقاومت تعيين شده از يك سري نمونه هاي مكعبي باشد و بلكه بايد تقريبا برابر عددي خيلي كمتر از مقدار ميانگين باشد. بدين ترتيب كه فقط با يك احتمال قابل قبول هر نتيجه به دست آمده از آزمايش می تواند كمتر از يك مقدار معين باشد. اين مقدار معين، مقاومت مشخصه يا f_k ناميده مي شود.



شكل(۳-۱) توزيع مقاومت بتن

نتايج آزمايش نمونه هاي مكعبي حاصل از يك اختلاط ظاهرا يكسان، معمولا از يك منحني توزيع نرمال مشابه شكل(۳-۱) پيروي مي‌كند. مقدار f_k به نحوي تعيين مي شود كه مساحت هاشور خورده نظير مقاومت هاي كمتر از f_k، ۵% كل مساحت زير منحني باشد. اين مطلب به زبان احتمالات بيان گر اين واقعيت است كه در هر ۲۰ نتيجه يك آزمايش،ممكن است ۱ مورد مقاومت كمتر از f_k داشته باشد كه اين يك احتمال قابل قبول مي باشد.

با استفاده از ويژگي هاي رياضي منحني توزيع نرمال مي توان نشان داد كه:

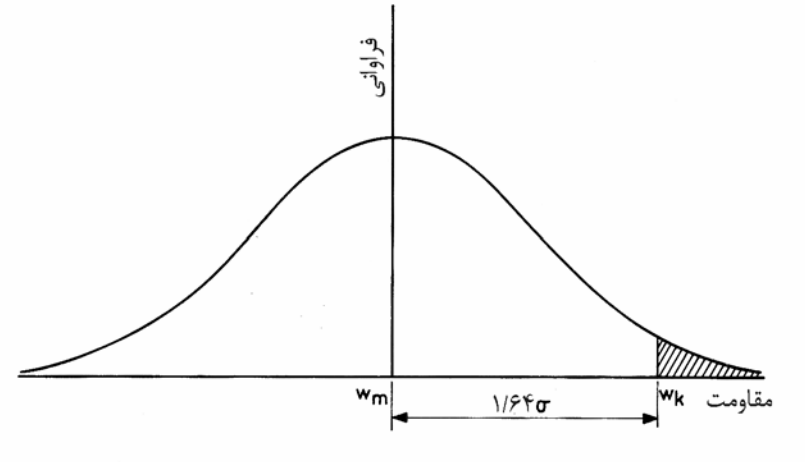
$$f_k = f_m - ١/٦٤\sigma$$

در رابطه فوق σ انحراف معيار مجموعه نتايج آزمايش مي باشد.

توزيع مقاومت فولاد پيش تنيدگي و فولاد بتن مسلح نيز از يك منحني نرمال تبعيت مي‌كنند. در تمام مراحل بعدي، f_{cu} به عنوان مقاومت مشخصه مكعبي بتن، f_y مقاومت مشخصه تسليم فولاد نكشيده و f_{pu} مقاومت مشخصه گسيختگي فولاد پيش تنيدگي مي باشد.

اگر چه در حال حاضر براي بارگذاري روي يك سازه اطلاعات موجود براي كاربرد روش هاي احتمالاتي كافي نيست، اما مطابق روش حالت حدي BS۸۱۱۰ فرض مي شود كه توزيع بار روي سازه نيز از يك منحني نرمال مشابه شكل(۳-۲) پيروي مي كند. بار مشخصه روي سازه يا w_k، باري تعريف مي شود كه در هر ۲۰ مورد، ۱ مورد بزرگتر از آن وجود داشته باشد. در منحني توزيع نرمال اين بيان بدين معني است كه مساحت هاشور خورده، ۵% مساحت كل زير منحني مي باشد. مقدار w_k از رابطه زير تعيين مي شود:

$$w_k = w_m + ١/٦٤\sigma$$



شكل(۳-۲) توزیع بار

۳ - ٤ ضرايب اطمينان نسبي

مقادير مشخصه بار و مقاومت، به جاي مقادير متوسط در محاسبات به كار برده مي شوند. اما به دلايل متعددي اين مقادير مشخصه توسط ضرايب اطمينان نسبي تعديل مي گردند.

در مورد خواص مصالح، مقاومت هاي مشخصه به يك ضريب اطمينان نسبي γ_m تقسيم مي شوند، به طوري كه مقاومت طراحي از رابطه زير به دست مي آيد.

$$\text{مقاومت طراحي} = f_k / \gamma_m$$

γ_m براي منظور كردن عوامل متعددي به كار مي رود كه تعيين هر كدام به تنهايي مشكل بوده و استفاده از يك ضريب كلي براي پوشش اين عوامل رضايت بخش مي باشد. مقدار γ_m براي احتساب متغير بودن مقاومت مصالح به كار رفته، تفاوت ميان مقاومت در محل و نتايج آزمايشگاهي و تغييرات هندسه عضو را لحاظ می‌كند. به دليل درجه كنترل كمتر در توليد بتن نسبت به فولاد، مقدار γ_m براي بتن بيش از مقدار مربوط به فولاد مي‌باشد.

در مورد بارگذاري، بار مشخصه در يك ضريب اطمينان نسبي γ_f ضرب مي شود و بار طراحي از رابطه زير به دست مي آيد:

$$\text{بار طراحي} = W_k \times \gamma_f$$

مقادير γ_f به علت عدم اطمينان ذاتي در موارد بارگذاري اعمال شده، روش هاي تحليلي براي به دست آوردن توزيع لنگر خمشي و نيروي برشي سازه و تاثيرات خطاي ساخت بر محاسبات طراحي به كار برده مي شود. همچنين γ_f اهميت يك حالت حدي معين و پيامد هاي تجاوز از آن را بيان مي كند. بنابراين بيشترين مقادير γ_f براي حالات حدي نهايي در نظر گرفته مي شود.

يك مزيت استفاده از ضرايب اطمينان اين است كه در صورت وجود اطلاعات بيشتر و يا كمتر اصلاح مي شوند. بنابراين اگر كنترل كيفي توليد بتن در شرايط كارگاه مناسب باشد، مقدار γ_m كمتري به كار مي رود. از طرف ديگر، اگر توليد بتن بدون نظارت و مهارت انجام گردد، γ_m افزايش مي يابد. بعضي بارها داراي درجه دقت پيش بيني بيشتري نسبت به ساير بارها هستند، از قبيل بارهاي مرده و بارهاي ناشي از خاك و مايعات. در اين موارد مقدار γ_f كمتر از مواردي است كه پيش بيني بار مشكل مي باشد.

مقادير γ_f و γ_m پيشنهاد شده در BS٨١١٠، به ترتيب در جداول(٣-١) و (٣-٢) آمده است. اگرچه به طور مشخص در BS٨١١٠ بيان نشده، اما γ_m براي بتن و فولاد در حالت حدي بهره برداري برابر ١ مي باشد، بجز براي تنش هاي كششي در بتن پيش تنيده كه γ_m برابر ١/٣ است.

	بار مرده		سربار		فشار خاك وآب	بار باد
	نا مساعد	مساعد	نا مساعد	مساعد		
بار مرده و سربار (و فشار خاك وآب)	١/٤	١/٠	١/٦	٠	١/٤	-
بار مرده و بار باد (و فشار خاك وآب)	١/٤	١/٠	-	-	١/٤	١/٤
بار مرده و بار باد و سربار(و فشار خاك وآب)	١/٢	١/٢	١/٢	١/٢	١/٢	١/٢

جدول(٣-١) ضرايب اطمينان نسبي بارها

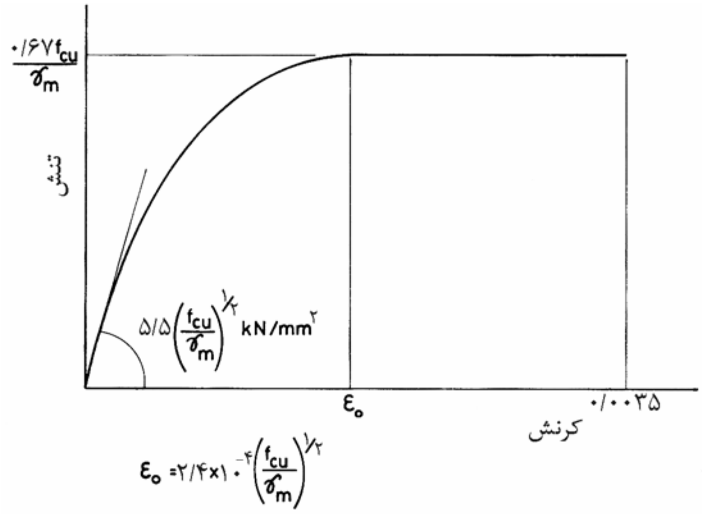
آرماتور	١/١٥
بتن تحت خمش يا بار محوري	١/٥
مقاومت برشي بدون آرماتور برشي	١/٢٥
مقاومت پيوستگي	١/٤
ساير موارد (مانند تنش لهيدگي)	≥١/٥

جدول(٣-٢) ضرايب اطمينان نسبي مقاومت مصالح

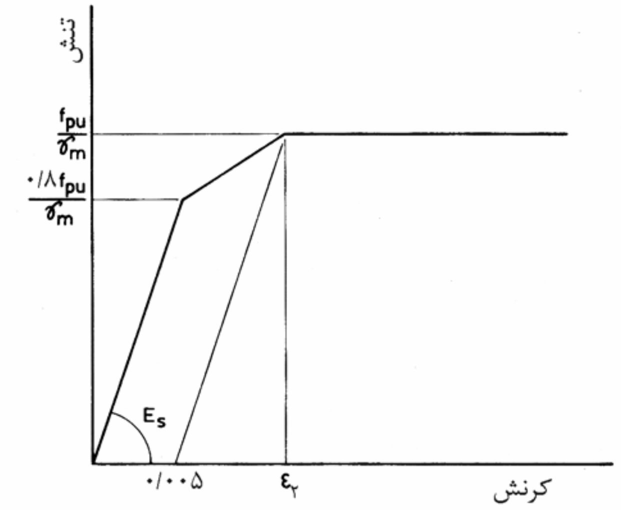
براي بار زلزله، از همان ضرايب مربوط به بار باد در تركيبات مختلف بارگذاري مي توان استفاده نمود.
براي دو تركيب بار اول در جدول(٣-١)، مقدار γ_f نا مساعد براي بارهايي به كار مي رود كه شرايط بحراني براي يك مقطع معين فراهم نمايند. در حاليكه γ_f مساعد مربوط به بارهايي است كه اين شرايط بحراني را كاهش مي دهند.
تاثيرات بارهاي تصادفي بزرگ مثل بارهاي حاصل از انفجار بايد در نظر گرفته شوند. در اين مورد، بارگذاري به صورت مجموع بار مرده و يك سوم بار زنده (و يا كل سربار دائمي) و يك سوم بار باد مي‌باشد كه γ_f برابر ١/٠٥ انتخاب مي شود. مقادير γ_m براي بتن و فولاد بايد به ترتيب برابر ١/٣ و ١/٠ باشد.

٣-٥ منحني هاي تنش- كرنش

منحني‌هاي تنش- كرنش كوتاه مدت براي بتن و فولاد پيش تنيدگي مذكور در فصل ٢ به منظور اهداف طراحي در BS٨١١٠ ايده آل سازي شده اند. نتايج با تقسيم تنش ها بر مقدار مناسب γ_m، به ترتيب در شكل‌هاي(٣-٣) و (٣-٤) نشان داده شده است. بايد توجه داشت كه ضريب ٠/٦٧ در شكل(٣-٣) تفاوت مقاومت مكعبي بتن و مقاومت خمشي آن در يك سازه واقعي را بيان مي نمايد.
اين منحني ها براي تعيين مقاومت و تغيير شكل هاي كوتاه مدت اعضا مناسب مي باشند، اما براي تغيير شكل هاي بلند مدت، مدول الاستيسيته بتن بايستي اصلاح شود كه در فصل ٦ مورد بررسی قرار خواهد گرفت.



شكل(٣-٣) منحني تنش- كرنش طراحي براي بتن



شكل(۳-٤) منحني تنش- كرنش طراحی براي فولاد پيش تنيدگي

۳-٦ حالات بارگذاري

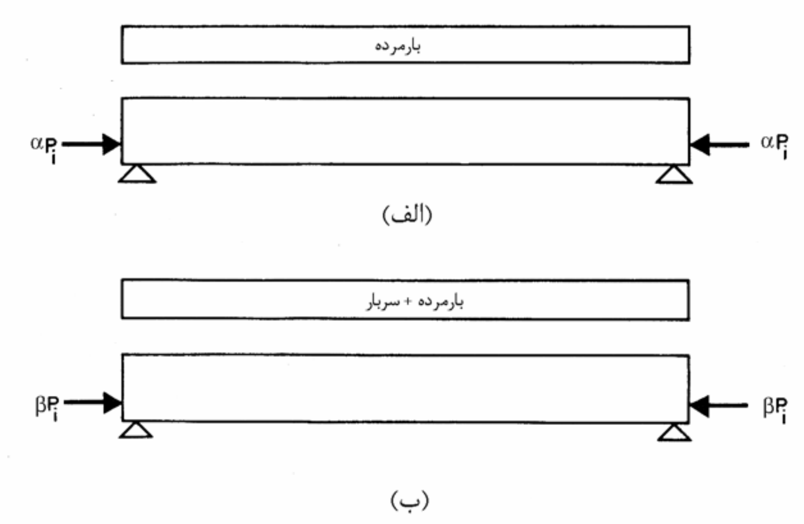
در فصل ۱ اشاره شد كه بر خلاف اعضاي بتن مسلح، براي اعضاي بتن پيش تنيده، شرايط كمترين بار هميشه داراي اهميت مي باشد. اعضاي بتن پيش تنيده اكثرا تيرهاي ساده هستند و بنابراين كمترين لنگر خمشي در هر مقطع يا M_i، لنگري است كه بلافاصله پس از انتقال نيروي پيش تنيدگي به وجود مي آيد. اين مقدار معمولا مربوط به وزن خود عضو مي باشد، اگرچه در مواردي بار مرده اضافي مربوط به نازك كاري نيز وجود دارد. اعضاي بتني پيش تنيده اغلب بلافاصله پس از مرحله انتقال نيرو از روي قالب برداشته مي شوند و از آنجايي كه در اين مرحله تنها افت هاي كوتاه مدت ايجاد شده، مي توان نتيجه گرفت كه نيروي پيش تنيدگي حداكثر مقدار خود را داراست. معمولا در اين حالت بتن ضعيفتر از حالتي است كه تحت بارهاي بهره برداري قرار دارد و در نتيجه تنش هاي مجاز در حالت انتقال كمتر از حالت بهره برداري مي باشد.
در تيرهاي مركب كه تير پيش ساخته و دال بتني درجا با هم عمل مي كنند، لنگر خمشي ناشی از بار مرده وزن تير و دال M_d بايد مورد توجه ويژه قرار گيرد. در اين حالت معمولا بيشترين افت پديد می‌آيد و بنابراين براي نيروي پيش تنيدگي كمترين مقدار مي‌باشد. بيشترين مقدار لنگر خمشی، M_s، تحت بار بهره‌برداری

اتفاق می‌افتد و در این مرحله اکثر افتهای بلندمدت اتفاق افتاده است و نیروی پیشتنیدگی حداقل مقدار خود را داراست.

در تيرهاي سراسري، توجه به الگوي بارگذاري نيز بايستي مد نظر قرار گيرد. اين امر با استفاده از مقادير γ_m نامساعد و مساعد داده شده در جدول(۳-۱) که به منظور رسيدن به بيشترين و کمترين لنگر خمشي هر دهانه، به دهانه هاي مختلف اعمال مي شود، انجام مي گيرد. بنابراين ترکيب بار سومي که بايستي در نظر گرفته شود، حالت مربوط به کمترين لنگر خمشي و کمترين نيروي پيش تنيدگي مي باشد.

حالات اصلي بارگذاري براي تيرهاي ساده در شکل (۳-۵) خلاصه شده‌اند، که در آن P_i نيروي اوليه پيش‌تنيدگي و αP_i و βP_i نيروهاي موثر پيش تنيدگي براي حالات بارگذاري مربوطه مي‌باشند. (رجوع شود به فصل ٤).

يك حالت مهم بارگذاري براي بسياري از اعضاي پيش تنيده حالتي است که يك عضو لاغر جهت انبار کردن در کارگاه يا کارخانه پيش ساخته و يا قرارگيري در محل نهايي در کارگاه بلند مي‌شود. خمش جانبي ممکن است در اعضاي لاغر رخ دهد. لذا يك تخمين واقع بينانه از نقصهاي ايجاد شده طي قالب بندي عضو بايد در نظر گرفته شود. راهنمايي‌هايي جهت تخمين لنگر خمشي جانبي ايجاد شده (در حالت فوق)، در Rowe et al.(۱۹۸۷) ارائه شده است.



شکل(۳-۵) حالات اصلي بارگذاري

٣-٧ تنشهاي مجاز

اگر حالت حدي بهره برداري ترك خوردگي در اعضاي بتني پيش تنيده مد نظر قرار گيرد، طبقه بندي اعضاي سازه اي، همان طور كه در فصل١ توضيح داده شد طبق BS٨١١٠ به شرح زير مي‌باشد:

كلاس١: تنش كششي خمشي برابر صفر مي‌باشد.

كلاس٢: تنش كششي خمشي وجود دارد، ولي در عضو ترك مشاهده نمي‌شود. (تنش كششي موجود از مقاومت كششي بتن كمتر است).

كلاس٣: تنش كششي خمشي وجود دارد (و مقدار آن از مقاومت كششي بتن بيشتر است)، ولي عرض تركهاي سطحي از مقدار مجاز تجاوز نمي‌نمايد. (٠/١mm براي اعضايي كه در شرايط محيطي خورنده قرار دارند و ٠/٢ mm براي ساير حالات).

به طور معمول عرض قابل قبول ترك در بتن آرمه ٠/٣ mm مي‌باشد كه در گزارشي از انجمن بتن (Concrete Society در سال ١٩٨٣) بحث شده است كه اين مقدار مي تواند به عنوان ماكزيمم عرض مجاز ترك براي اعضاي كلاس٣ كه در شرايط محيطي خورنده قرار ندارند نيز انتخاب شود. اين امر طراحي‌هاي اقتصادي تر را ممكن مي‌سازد.

تنشهاي فشاري و كششي مجاز براي اعضاي كلاس ١ و ٢ با تاندونهاي چسبيده در حالت انتقال نيروي پيش‌تنيدگي و تحت بار بهره برداري در جدول (٣-٣) نشان داده شده‌اند. f_{ci} وf_{cu} به ترتيب مقاومتهاي مشخصه بتن در انتقال و تحت بار بهره برداري مي‌باشند. با توجه به اين امر كه شرايط انتقال موقتي است، اضافه تنش (ايجاد شده در عضو) قابل قبول در نظر گرفته مي‌شود و نسبت بزرگ تري از مقاومت نمونه مكعبي در حالت انتقال مجاز شمرده مي‌شود. براي اعضاي سراسري تحت خمش، ممكن است ماكزيمم تنش فشاري تحت بار بهره برداري، نزديك تكيه گاهها به $0/4f_{cu}$ افزايش يابد، زيرا قيد تكيه گاهي در جهت عمودي، منجر به حالت تنش دو محوره در اين ناحيه مي‌شود. ماكزيمم تنش فشاري مجاز براي اعضاي با بارگذاري محوري برابر $0/25\ f_{cu}$ مي‌باشد.

		حالت انتقال	بار بهره برداري
فشار		$۰/۵۰\ f_{ci}$	$۰/۳۳\ f_{cu}$
كشش	:		
كلاس۱		$۱/۰\ N/mm^۲$	۰
كلاس۲	پيش كشيده	$۰/۴۵\ f_{ci}^{\frac{۱}{۲}}$	$۰/۴۵\ f_{cu}^{\frac{۱}{۲}}$
	پس كشيده	$۰/۳۶\ f_{ci}^{\frac{۱}{۲}}$	$۰/۳۶\ f_{cu}^{\frac{۱}{۲}}$

جدول (۳-۳) تنشهاي مجاز براي اعضاي كلاس ۱ و ۲.

تنش كششي مجاز براي اعضاي پيش كشيده با اعمالγ_m برابر۱/۳ به مدول گسيختگي كه از معادله (۲-۱) به دست آمد، حاصل مي‌شود. اين مقدار براي اعضاي پس كشيده محدود تر است، زيرا آزمايشات نشان داده‌اند كه تعداد تركها در اطراف غلافهاي پس كشيدگي نسبت به اطراف تاندونهاي پيش كشيدگي سريع تر افزايش مي‌يابد.

در مواردي كه بار بهره برداري حداكثر، ماهيتي موقتي دارد و تفاوت آن با بار بهره برداري دائمي زياد است، به شرطي كه تحت بار بهره برداري دائمي، تنش، فشاري باشد؛ مي‌توان تنش كششي جدول (۳-۳) را تا حداكثر $۱/۷N/mm^۲$ افزايش داد، در اين صورت مي‌توان اطمينان داشت كه هر تركي كه ايجاد مي‌شود مجددا بسته خواهد شد. در اين حالت در اعضاي پيش كشيده تاندونها بايد كاملا در ناحيه كششي توزيع شده باشند و در اعضاي پس كشيده بايد از آرماتورهاي معمولي نيز استفاده نمود. اين تمهيدات گسترش هرگونه تركي را محدود نموده و علاوه بر آن براي نواحي كششي در حالت انتقال نيز لازم است بكار برده شوند.

در BS۸۱۱۰ هيچ گونه تفاوتي بين تنشهاي كششي مجاز براي اعضاي با تاندونهاي چسبيده و نچسبيده وجود ندارد. به هر حال توصيه شده است كه همان نكات اساسي كه در مورد دالها دنبال مي‌شود (رجوع شود به فصل۱۲)، در مورد اعضاي با تاندونهاي نچسبيده نيز دنبال شود(Clark,۱۹۸۲)؛ از آن جمله اينكه در نواحي لنگر مثبت، تنش كششي در حالت انتقال و تحت بار بهره برداري به ترتيب به $۰/۱۵\sqrt{f_{ci}}$ و $۰/۱۵\sqrt{f_{cu}}$ محدود شود و در نواحي لنگر منفي تنش براي هر دو مورد بارگذاري برابر صفر باشد.

در مورد تنش مجاز در اعضاي كلاس ۳ درفصل ۵ بحث شده است.

۸-۳ مقاومت در برابر آتش سوزي

مدت زمان مقاومت در برابر آتش سوزي براي يك سازه و يا براي بخشي از يك سازه به مدت زماني اطلاق مي‌شود كه بايد سازه طي آن در برابر آتش پايدار باقي بماند به قسمي كه تمام افراد حاضر در ساختمان امكان فرار داشته باشند. براي يك سازه مشخص، ملزومات مربوطه در قوانين مربوط به سازه مورد نظر لحاظ مي‌شوند. مقاومت در برابر آتش سوزي در اعضاي بتني پيش تنيده همانند اعضاي بتن آرمه، به ميزان كاهش مقاومت فولاد در اثر افزايش دما بستگي دارد نه به ميزان كاهش مقاومت بتن. معمولا گسيختگي اعضاي بتني پيش تنيده (در اثر آتش سوزي) فقط در دماهاي بالاتر از $400°C$ رخ مي‌دهد. فولادهاي پيش تنيده پر مقاومت نسبت به آرماتورهاي معمولي، بخش بزرگ تري از مقاومت خود را در دماي مشخص از دست مي‌دهند. اين مقدار براي مفتولها در دماي $400°C$، تقريبا برابر نصف مقاومت مشخصه مي‌باشد. بنابراين تامين مقاومت بيشترى در برابر آتش سوزي از طريق پوشش بتن روي فولاد در اعضاي بتني پيش تنيده در مقايسه با اعضاي بتن آرمه لازم است. پوشش لازم (براي مقاومت در برابر آتش سوزي) معمولا از پوشش لازم براي حفاظت در برابر خوردگي بيشتر است، بنابراين بايد در مراحل اوليه طراحي در نظر گرفته شود. براي مقاومت مناسب تمام اعضاي بتني در برابر آتش سوزي ـ با توجه به اينكه آرماتور گذاري در بتن براي جلوگيري از پوسته شدن بتن در نزديكي سطح صورت مي‌پذيرد ـ بايد به جزئيات توجه كافي شود. اعضاي كلاس ۳ دماهاي بالاتر را بهتر از اعضاي كلاسهاي ۱ و ۲ تحمل مي‌كنند، زيرا بخش بيشتري از فولاد مورد استفاده در آنها از نوع كم مقاومت مي‌باشد كه (مقاومت آن) در دماهاي بالا كمتر تحت تاثير قرار مي‌گيرد. بتن با مصالح سنگي سبك نسبت به بتن با دانسيته معمولي مقاومت بهتري در برابر آتش سوزي نشان مي‌دهد. زيرا پديده پوسته شدن كمتر رخ مي‌دهد و عايق بندي مناسب تري براي فولاد فراهم مي‌گردد.

مقاومت آتش سوزي	پوشش اسمي			
	تيرها		كفها	
	ساده	سراسري	ساده	سراسري
ساعت	mm	mm	mm	mm
۰/۵	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰
۱	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰
۱/۵	۲۰	۲۰	۲۵	۲۰
۲	٤۰	۳۰	۳۵	۲۵
۳	٦۰	٤۰	٤۵	۳۵
٤	۷۰	۵۰	۵۵	٤۵

جدول (۳-٤) پوشش بتني براي مقاومت هنگام آتش سوزي.

پوششهاي اسمي در BS۸۱۱۰ براي زمانهاي متفاوت آتش سوزي و انواع اعضاي سازه اي در جدول (۳-٤) نشان داده شده است. مقدار کمتر پوشش داده شده براي اعضاي سراسري در تمام انواع بتن پيش تنيده در مقايسه با تيرهاي ساده، بر اساس اين واقعيت است كه در اعضاي سراسري در صورت از دست رفتن مقاومت در يك ناحيه در اثر آتش سوزي، امكان بازتوزيع بار وجود دارد.

اطلاعات با جزئيات بيشتر جهت تعيين زمان مقاومت در برابر آتش سوزي در اعضاي سازه اي مشخص در بخش ۲ از BS۸۱۱۰ ارائه شده است. همچنين در آيين نامه، مينيمم بعد كلي اعضاي بتني جهت تامين زمانهاي متفاوت مقاومت در برابر آتش سوزي، مشخص شده است. اطلاعات بيشتري در مورد مقاومت اعضاي بتني پيش تنيده در برابر آتش سوزي در(۱۹۸۱)Abeles and Bardhan-Roy ارائه شده است.

۳-۹ خستگي

براي اعضاي پيش تنيده در معرض بارگذاري تكراري (متناوب)، مقاومت در برابر خستگي بايد مد نظر قرار گيرد. نواحي اصلي كه ممكن است در آنها گسيختگي در اثر خستگي رخ دهد در بتن تحت فشار، پيوستگي بين فولاد و بتن وفولاد پيش تنيدگي مي‌باشد.

تراز تنش فشاري در بتن كه در ماورا آن گسيختگي بعلت خستگي ممكن است رخ دهد تقريبا $0/5f_{cu}$ مي‌باشد و لذا در طول عمر بيشتر اعضاي بتني پيش تنيده مي‌توان اطمينان داشت كه گسيختگي ناشي از خستگي غير محتمل است. گسيختگي در پيوستگي (بين بتن و فولاد) در آزمايشهاي انجام شده روي اعضاي كوتاه از قبيل تراورسهاي راه آهن مشاهده شده است، ولي در اغلب كاربردها عملا اين مساله مشكلي ايجاد نمي‌كند.

اگرچه تراز تنش در تاندونهاي پيش تنيدگي بالاست، دامنه تغييرات تنش در تاندونها معمولا اندك است، زيرا بار زنده معمولا بخش بزرگي از بار بهره برداري نهايي نمي‌باشد. گسيختگي ناشي از خستگي در تاندونها، معمولا به تمركز بالاي تنش در نزديكي تركها در بتن مربوط مي‌شود. چنانچه بتن ترك نخورد، دامنه تغييرات تنش در فولاد كوچك است. لذا اعضاي كلاس ۱ نسبت به اعضاي كلاس ۳ مقاومت بهتري در برابر خستگي نشان مي‌دهند.

مقاومت خستگي تاندونهاي پيش تنيدگي بين ٦٥% تا ٧٥% مقاومت مشخصه براي دو ميليون سيكل بارگذاري در نظر گرفته مي‌شود كه اين مقدار معمولا بسيار بزرگ‌تر از ماكزيمم تنش موجود در فولاد تحت بار بهره‌برداري مي‌باشد.

يك ناحية بالقوه مشكل زا در اعضاي پيش‌كشيده با تاندون انحرافي، محل تغيير شيب تاندون مي‌باشد. در نقطه تغيير شيب، تمركز تنش وجود دارد و بايد از تاندونهاي انحرافي در صورتي كه عضو تحت بارگذاري سيكليك قرار مي‌گيرد، اجتناب شود.

تغييرات تنش در تاندونهاي نچسبيده به جاي اينكه همانند تاندونهاي چسبيده در بتن محصور كننده توزيع گردد، به گيره ها منتقل مي‌شود. لذا معمولا در صورتي كه خستگي اهميت دارد، بايد از كاربرد تاندونهاي نچسبيده اجتناب نمود. يك روش مناسب براي تعيين مقاومت در برابر خستگي در اعضاي بتني پيش تنيده در Warner and Faulkes(۱۹۷۹) ارائه شده است و اطلاعات كلي در مورد خستگي در Abeles and Bardhan Roy(۱۹۸۱) يافت مي‌شود.

۳-۱۰ دوام

در سالهاي اخير تعداد زيادي گسيختگي در سازه ها مشاهده شده است که مي‌توان آنها را نتيجه ضعف دوام بتن دانست. اين گسيختگي ها، عموما به انهدام واقعي يك سازه منجر نشده‌اند، ولي خوردگي شديد آرماتور در مواردي رخ داده است؛ اين امر به طور قابل توجهي سازه را ضعيف مي‌كند. بندهاي موجود در BS۸۱۱۰ مرتبط با دوام بتن، با تغيير دادن و بهينه كردن بندهاي پيشين در CP۱۱۰، جهت ايجاد سازه هايي با دوام بيشتر به دست آمده‌اند.

محيط	شرايط محيطي
ملايم	سطوح بتني در برابر شرايط جوي و عوامل خورنده محافظت شده اند.
متوسط	سطوح بتني در برابر بارانهاي شديد و يخ زدگي در اثر رطوبت محافظت شده‌اند، بتن تحت تعريق قرار دارد، سطوح بتني به طور دائم زير آب قرار دارند، بتن در تماس با خاك غير خورنده است.
سخت	سطوح بتني در معرض بارانهاي شديد قرار دارند، بتن دائما خيس و خشك مي‌شود، گاهي دچار يخ زدگي و يا تعريق شديد مي‌شود.
خيلي سخت	سطوح بتني در معرض پاشش آب دريا، نمكهاي يخ زدا (به صورت مستقيم يا غير مستقيم)، بخارات خورنده و يا شرايط شديد يخ زدگي در حالت مرطوب قرار دارند
فوق العاده سخت	سطوح بتني تحت عوامل شديداً ساينده قرار دارند، به عنوان مثال آب دريا حامل ذرات شناور يا آب جاري با$pH < ٤/٥$ يا سطوح عبور خودروها.

جدول (۳-۵) شرايط محيطي.

شرايط محيطي	پوشش اسمي(mm)				
ملايم	۲۵	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰
متوسط	-	۳۵	۳۰	۲۵	۲۰
سخت	-	-	٤۰	۳۰	۲۵
خيلي سخت	-	-	۵۰	٤۰	۳۰
فوق العاده سخت	-	-	-	٦۰	۵۰
ماکزيممw/c	۰/٦۵	۰/٦۰	۰/۵۵	۰/۵۰	۰/٤۵
سيمان حداقل(kg/m^3)	۲۷۵	۳۰۰	۳۲۵	۳۵۰	٤۰۰
پايين ترين درجه بتن	۳۰	۳۵	٤۰	٤۵	۵۰

جدول (۳-٦) حداقل پوشش بتني براي تامين ضوابط دوام.

پنج درجه از شرايط محيطي اعضاي بتني درBS۸۱۱۰ مشخص شده‌اند که در جدول (۳-۵) نشان داده شده است. مينيمم پوشش مورد نياز براي تمام انواع فولاد در اعضاي بتني پيش تنيده در جدول (۳-٦) نشان داده شده است. همچنين در اين جدول ماکزيمم نسبت آب به سيمان و مينيمم مقدار سيمان مورد استفاده ذکر شده است. ملزومات مربوط به پوشش، مربوط به بتن با دانسيته نرمال مي‌باشند که بعد بزرگ ترين سنگدانه برابر ۲۰mm مي‌باشد. در مواردي که فولاد پيش تنيدگي از يك غلاف عبور مي‌نمايد، مينيمم پوشش مورد نياز براي غلاف۵۰mm مي‌باشد. دو انتهاي تاندونهاي پيش کشيده معمولا به هيچ پوششي نياز ندارند و به صورت همسطح با انتهاي عضو بتني بريده مي‌شوند.

۳-۱۱ لرزش (رزونانس)

از آنجايی که در ساخت اعضاي بتني پيش تنيده از مقاطع لاغرتري نسبت به اعضاي بتن آرمه مشابه استفاده مي‌شود، اين امر منجر به نزديك شدن فرکانس طبيعي ارتعاش چنين سازه‌هايي به فرکانس بار وارد بر سازه مي‌گردد؛ به قسمي که در مواردي باعث ايجاد پديده رزونانس (تشديد) مي‌شود. نمونه هايي از سازه هايي که پديده تشديد بايد در آنها مد نظر قرار گيرد عبارتند از شالوده ماشينهاي لرزشي(رفت و برگشتي)، تير پلها به خصوص در پلهاي عبور عابر پياده، کفهاي با دهانه هاي بزرگ و سازه هاي در معرض نوسان ناشي از تحريك باد مانند دودکشها. روشي جهت يافتن فرکانس طبيعي بيشتر انواع اعضاي بتني پيش تنيده در Warner and Faulkes(۱۹۷۹) ارائه شده است.

۱۲-۳ مراجع

۱. Abeles, P. W. and Bardhan-Roy, B. K. (۱۹۸۱) Prestressed Concrete Designer´s Handbook, Viewpoint, Slough.

۲. Clark, L. A. (۱۹۸۲) Concrete Bridge Design to BS۵٤۰۰, Cement and Concrete Association, London.

۳. Concrete Society (۱۹۸۳) Partial Prestressing, Technical Report No. ۲۳, London.

٤. Rowe, R. E. et al. (۱۹۸۷) Handbook to British Standard BS۸۱۱۰: ۱۹۸۵ Structural Use of Concrete. Viewpoint, London.

۵. Warner, R. F. and Faulkes, K. A. (۱۹۷۹) Prestressed Concrete, Pitman, Sydney.

فصل ٤ - افت در نيروي پيش تنيدگي

٤-١ مقدمه

در فصل سوم نشان داده شد كه يكي از تركيبات طراحي، لنگر خمشي ماكزيمم همراه با نيروي پيش تنيدگي مينيمم در هر مقطع مي باشد. بنابراين، بدست آوردن تخميني از نيروي پيش تنيدگي مينيمم در سرتاسر سازه مهم مي باشد.

چندين عامل وجود دارند كه سبب مي شوند نيرو در تاندونهاي پيش تنيدگي از مقدار اوليه‌اي كه توسط سيستم جك به آنها داده مي‌شود، افت كند. بعضي از اين افتها بلافاصله بعد از انتقال نيروي پيش تنيدگي به عضو بتني، بر روي اين نيرو تاثير مي گذارند. بقيه افتها بصورت تدريجي و به مرور زمان اتفاق مي افتند.

افت کوتاه مدت	افت بلند مدت
کوتاه شدگی الاستیک	جمع شدگی بتن
تورفتگی در گیره	خزش بتن
اصطکاک	سستی فولاد

جدول ٤ -١ افتهای پیش تنیدگی

انواع افتهاي بلند مدت و كوتاه مدت در جدول ٤-١ نشان داده شده اند.

افتهاي اصطكاكي تنها بر روي اعضاي پس كشيده تاثير مي گذارند و در طول عضو تغيير مي كنند. بنابراين نيروي پيش تنيدگي نهایی در هر مقطع از عضو پس كشيده علاوه بر زمان تحت تاثير موقعيت و مكان آن در عضو نيز مي باشد.

تجربه توليد اعضاي بتني پيش تنيده سبب مي شود كه تخمين هاي خوبي براي افت نيروي پيش تنيدگي ايجاد شود، ولي در صورتيكه اطلاعاتي موجود نباشد، بر پايه نظرياتي كه در بخشهاي بعدي داده شده است، اين افت تخمين زده مي شود. اين اطلاعات كلی و تقريبي مي باشند و هر سازه اي بايد به دقت كنترل گردد تا مشخص شود كه آيا اين نظريات صحيح است يا خير؟

بسياري از پلهاي شاهراه‌ها در آمريكا به جاي اينكه با بدست آوردن سهم هر يك از افتهاي موثر كه در جدول ٤-١ نشان داده شده ساخته شوند، با استفاده از تخمينهاي تجربی افت نيروي پيش تنيدگي ساخته شده اند. دقت خيلی بالا در محاسبه افت نيروي پيش تنيدگي قابل توجيه نيست و دقت ١٠%± براي بيشتر اهداف كافي است.

نيروي پيش تنيدگي اوليه، اثر اندكی بر مقاومت نهايي عضو بتني پيش تنيده دارد. همچنين تحت بار بهره‌برداری، احتمال اينكه عضو تحت تاثير تمام بار مرده و زنده قرار بگيرد كم است؛ ضرايب اطمينان جزئي نيز در تنشهاي مجاز بتن در نظر گرفته شده اند. تمام اين فاكتورها نشان مي دهند كه عضو بتني پيش تنيده مي تواند تغييرات كوچك نيروي پيش تنيدگي را تحمل كند.

٤-٢ محاسبة افت ناشی از كوتاه شدگي الاستيك

يك عضو بتني پيش كشيده با نيروي خارج از مركز P_i را كه به آن انتقال می‌یابد، درنظر بگيريد. همانگونه كه در شكل٤-١ نشان داده شده است، در تراز تاندونهاي پيش تنيدگي، كرنش در بتن بايد با تغييرات كرنش در فولاد برابر باشد.

$$\frac{f_{co}}{E_c} = \frac{\Delta f_p}{E_s}$$

$$\Delta f_p = m f_{co} \qquad (۱-٤)$$

که در آن:

$m = \dfrac{E_s}{E_c}$: نسبت ضرایب ارتجاعی فولاد و بتن

f_{co}: تنش در بتن در سطح تراز تاندونها

Δf_p : کاهش تنش در تاندونها ناشي از کوتاه شدگي الاستيك بتني که به آن چسبیده اند.

E_s : مدول الاستیسیته فولاد

E_c: مدول الاستیسیته بتن می باشد.

تنش در بتن از رابطهٔ زیر محاسبه می شود:

$$f_{co} = \frac{P_e}{A_c} + \frac{(P_e e)e}{I} = \frac{P_e}{A_c}(۱ + \frac{e^۲}{r^۲}) \qquad (۲-٤)$$

که:

P_e : نیروي پیش تنیدگي موثر بعد از کوتاه شدگي الاستیك

A_c : مساحت مقطع عرضي

I : ممان اینرسي سطح مقطع بتن

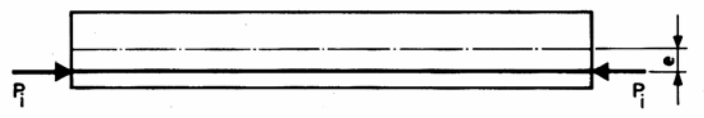
r : شعاع ژیراسیون $(r^۲ = \dfrac{I}{A_c})$ می باشد.

همچنین می توان نوشت:

$$P_e = A_{ps}\left(f_{pi} - \Delta f_p\right) \qquad (۳-٤)$$

f_{pi} : تنش اولیه در تاندونها

A_{ps} : سطح مقطع تاندونها



شکل ٤-۱ عضو پیش کشیده

اگرچه سمت راست تساوي (٤-٣) نیروي موجود در تاندون است، به علت عدم وجود نیروي خارجی وارده به عضو، این نیرو باید با نیرو در بتن مساوي باشد. با ترکیب تساویهاي (٤-١) و (٤-٢) و(٤-٣) تساوي زیر بدست مي آید:

$$f_{co} = \frac{f_{pi}}{m + \dfrac{A_c}{A_{ps}\,(1 + \dfrac{e^2}{r^2})}} \tag{٤-٤}$$

اگر تاندونها در ناحیه کششي نزدیک به هم قرار گرفته باشند، افت ناشي از کوتاه شدگي الاستیك را می توان با دقت کافي محاسبه کرد مشروط بر اینکه f_{co} بعنوان تنش در بتن در تراز مرکز سطح تاندونها تعیین شود.

اگر تاندونها بصورت گسترده در مقطع توزیع شده باشند تقریب بالا خیلي معتبر نخواهد بود. در این حالت تاثیر تاندونها یا گروه تاندونها باید بصورت مجزا محاسبه شود و سپس براي بدست آوردن کل نیروي پیش تنیدگي موثر، این اثرات با هم جمع می‌شوند.

در اعضاي پس کشیده، تغییرات کرنش در تاندونها بلافاصله بعد از انتقال با کرنش در بتن در همان تراز مساوي است، حتی اگر غلافها دوغاب ریزی نشده باشند و هیچ پیوستگي بین فولاد و بتن موجود نباشد. بنابراین افت تنش در تاندون هنوز با تساوي (٤-١) بدست مي آید. در عمل نیرو در اعضاي پس کشیده بعد از انتقال، بر خلاف آنچه در شکل ٤-١ نشان داده شده است ثابت نیست. معذالک، برای محاسبات افت ناشی از کوتاه شدگی الاستیک، اگر بر اساس نیروی پیش تنیدگی اولیه P_i بصورت ثابت در تمام طول عضو عمل نماییم دقت محاسبه کافیست.

مقدار f_{co} در تساوي (٤ - ٤) باید اثر بلند شدن عضو از قالب خود در اثر اعمال نیروی پیش‌تنیدگی را نیز دربرگیرد. زیرا این امر باعث تغییر تنش در هر مقطع در اثر وزن عضو می‌شود.

این تنش کششي اضافي در تراز تاندون با $\frac{M_i e}{I}$ مساوي است. بنابراین مقدارکل f_{co} با فرمول (٤-٥) محاسبه مي شود:

$$f_{co} = \frac{f_{pi}}{m + \dfrac{A_c}{A_{ps}\,(1 + \dfrac{e^2}{r^2})}} - \frac{M_i e}{I} \tag{٤-٥}$$

از آنجائي‌كه معمولاً e و M_i متغير هستند، مقدارf_{co} نيز در طول عضو تغيير خواهد كرد. در اين حالت ميانگين f_{co} بايد در نظر گرفته شود.

براي يك عضو پس كشيده با تاندون تكي يا با تعدادي تاندون كه همزمان كشيده مي شوند، هيچ افت ناشي از كوتاه شدگي الاستيك وجود ندارد؛ زيرا جك تا رسيدن به نيروي پيش تنيدگي دلخواه كار مي كند.

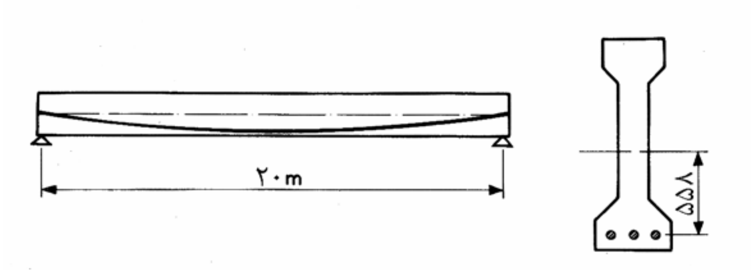
در موارد معمول تر و اقتصادي تر كه تاندونها بصورت همزمان كشيده نمي شوند، به غير از تاندون اول، كشش در تاندونهای بعدي نيرو را در بقيه تاندونها كه مهار شده اند كاهش خواهد داد. (به استثنای آخرين تاندون كه دچار افت نمي شود.)

با وجود اينكه تعيين نيروي منتجه در يك گروه از تاندونها براي يك روند كشش مشخص ممكن است، اما محاسبات زيادي را نياز دارد.

فرض مساوي بودن افت در هر تاندون با ميانگين افت در همه تاندونها يك فرض درست است. افت براي تاندون اول تقريبا برابر با mf_{co} در نظر گرفته می‌شود و افت در تاندون آخر صفر مي باشد. بنابراين ميانگين افت برابر است با: $\frac{۱}{۲}mf_{co}$.

در مورد تاندونهاي پيش كشيده فرض مي شود كه تمام نيرو در يك لحظه به عضو انتقال مي يابد و افت ناشي از كوتاه شدگي الاستيك عبارت است از mf_{co}.

■■■



شکل ٤-۲

مثال ٤-۱

افت نيروي پيش تنيدگي ناشي از کوتاه شدگي الاستيک را براي تير نشان داده شده در شکل ٤-۲ محاسبه کنيد:

$$f_{pi} = ۱۲۳۹\frac{N}{mm^۲}(= ۰/۷f_{pu}; f_{pu} = ۱۷۷۰\frac{N}{mm^۲})$$

$$A_{ps} = ۲۸۵۰ mm^۲$$

$$m = ۷/۵$$

مشخصات مقطع:

$$w = ۹/۹۷ kN/m$$

$$A = ۴/۲۳\times۱۰^۵ mm^۲$$

$$I = ۹/۳۶\times۱۰^{۱۰} mm^۴$$

$$r = ۴۷۱mm$$

در وسط تير:

$$M_i = ۹/۹۷\times\frac{۲۰^۲}{۸} = ۴۹۸/۵ kN.m$$

$$f_{co} = \frac{۱۲۳۹}{\left[۷/۵ + \frac{۴/۲۳\times۱۰^۵}{۲۸۵۰(۱+۵۵۸^۲/۴۷۱^۲)}\right]} - \frac{۴۹۸/۵\times۱۰^۶\times۵۵۸}{۹/۳۶\times۱۰^{۱۰}} = ۱۴/۹۷\frac{N}{mm^۲}$$

در تکیه گاهها:

$$f_{co} = \frac{۱۲۳۹}{\left(۷/۵ + ۴/۲۳ \times \frac{۱۰^۵}{۲۸۵۰}\right)} = ۷/۹۵ \frac{N}{mm^۲}$$

بنابراین با استفاده از تساوي (٤-١):

$$\Delta f_p = \frac{۱}{۲} \times ۷/۵ \times \frac{(۱۴/۹۷ + ۷/۹۵)}{۲} = ۴۳ \frac{N}{mm^۲}$$

لذا يك افت۳/۵ درصدي را براي نيروي اوليه پیش بینی می کنیم.

■■■

براي اعضاي پيش كشيده و نيز اعضاي پس كشيده بعد از دوغاب ریزی غلاف، نيروي پيش تنيدگي به طور کلی ثابت باقی می ماند.

هر لنگر خمشي در مقطع تنشهاي اضافي را در بتن و فولاد ايجاد مي كند كه اين تنشها ناشي از عملكرد مقطع مركب از بتن و فولاد مي باشد. ولي نيروي پيش تنيدگي كه با نيروي واقعي انتقال يافته به انتهاي عضو از طريق تاندونها اندازه گرفته مي شود، ثابت مي ماند. در اعضاي نچسبيده، نيروي پيش تنيدگي با بارگذاري روي عضو تغيير مي كند ولي در عمل اين تاثير قابل چشم پوشي است.

٤-٣ محاسبة افت ناشی از اصطكاك

در اعضاي پس كشيده در هنگام كشش تاندونها، نيروي اصطكاك بين تاندونهاي پيش تنيدگي و سطح داخلی غلاف بوجود می آید. اندازه اين اصطكاك بستگي دارد به نوع غلاف مورد استفاده و نوع تاندون موجود. دو مكانيزم اساسي وجود دارند كه اين اصطكاك را ايجاد مي كنند. يكي عبارت است از انحناي تاندونها براي رسيدن به پروفيل دلخواه و مطلوب و ديگري انحراف غیر عمدی و اجتناب ناپذير بين خط مركزي تاندون و محور غلاف مي‌باشد.

يك طول كوچك از كابل فولادي كه دور يك قرقره پيچيده شده در شكل (٤-٣ الف) نشان داده شده است. از آنجائي‌كه اصطكاك بين كابل و قرقره وجود دارد، نيروها در دو انتهاي مقطع كابل با هم برابر نيستند. نيروي اصطكاكي مساوي با μN مي باشد، كهμ عبارت است از ضريب اصطكاك بين كابل و قرقره. مثلث نيروها براي طول كوتاهي از كابل ΔS در شكل (٤-٣ ب) نشان داده شده است. براي زاويه كوچك $\Delta\alpha$ داريم:

$$N=T\Delta\alpha$$

بنابراين با در نظر گرفتن تعادل افقي در طول (Δs) کابل:

$$TCos(\frac{\Delta\alpha}{۲})-F=(T+\Delta T)Cos(\frac{\Delta\alpha}{۲})$$

براي زاويه کوچك $\Delta\alpha$:

$$Cos(\frac{\Delta\alpha}{۲})\approx ۱$$

لذا خواهيم داشت:

$$T+F=T-\Delta T$$

$$\mu\, T\, \Delta\alpha=-\Delta T$$

بنابراين در حد وقتي $\Delta s\rightarrow ۰$ خواهيم داشت:

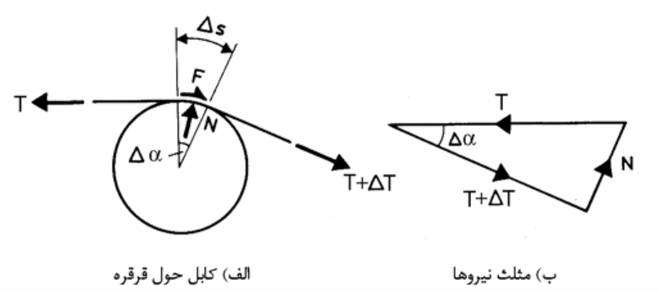
$$\frac{dT}{d\alpha}=-\mu T$$

با حل معادله فوق:

$$T(\alpha)=e^{-\mu\alpha}\equiv \exp(-\mu\alpha)$$

يا

$$T_f=T_i\exp(-\mu\alpha_o) \qquad (٦-٤)$$



شکل ٤-۳

T_i و T_f به ترتیب عبارتند از کشش ابتدا و کشش انتهای کابل براي طولي از کابل که زاويه α_o را طی کرده است. تغییرات کشش در يك تاندون تحت چند تغییر انحناء، در شکل (٤-٤) نشان داده شده است و می‌توان با استفاده از تساوي (٤-٦) آنرا مورد بررسی قرار داد. براي بخش اول منحني که داراي شعاع انحناي $r_{ps۱}$ است، نیروي تاندون در نقطه ۲ از رابطه زیر بدست مي آید:

$$P_۲ = P_۱ \exp(-\mu\alpha_۱)$$
$$= P_۱ \exp(\frac{-\mu s_۱}{r_{ps۱}})$$

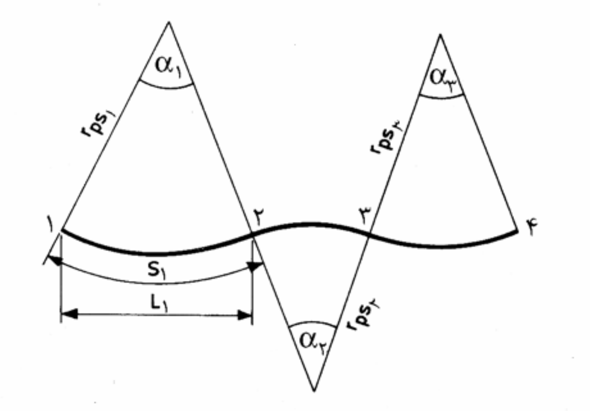
که در آن $s_۱$ عبارت است از طول تاندون تا نقطه ۲.

نیرو در تاندون با P مشخص شده است که عبارت است از نیروي بتن که در طراحي استفاده مي‌شود. همانطور که قبلاً گفته شد، در حالتي که بار محوري وجود ندارد، نیروها در تاندون و بتن باید با هم مساوي باشند. براي اکثر پروفیل هاي تاندون s ممکن است برابر تصویر افقي تاندون در نظر گرفته شود. بنابر این:

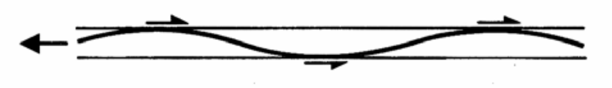
$$P_۲ = P_۱ \exp(\frac{-\mu L_۱}{r_{ps۱}})$$

براي بخش ۳-۲ از تاندون، نیروي اولیه برابر $P_۲$ مي باشد و نیروي ثانویة $P_۳$ از رابطه زیر محاسبه مي شود:

$$P_۳ = P_۲ \exp(\frac{-\mu L_۲}{r_{ps۲}})$$
$$= P_۱ \exp\left[-\mu\left(\frac{L_۱}{r_{ps۱}} + \frac{L_۲}{r_{ps۲}}\right)\right]$$



شکل ٤-٤ تاندون با چند تغییر در انحنا



شکل ٤-٥ اثر اعوجاج

اين روند مي تواند براي تمام تغييرات انحنا در طول تاندون تکرار شود.

کشش در تاندون منحنی شکل در يك نقطه عمومی در طول انحنا از رابطه زير محاسبه مي شود:

$$P(x) = P_i \exp(\frac{-\mu x}{r_{ps}}) \quad (٤\text{-}٧)$$

كه در آن:

x فاصله نقطه از ابتداي منحني

P_i نيروي تاندون در ابتداي منحني

P(x) نيروي تاندون در نقطة موردنظر

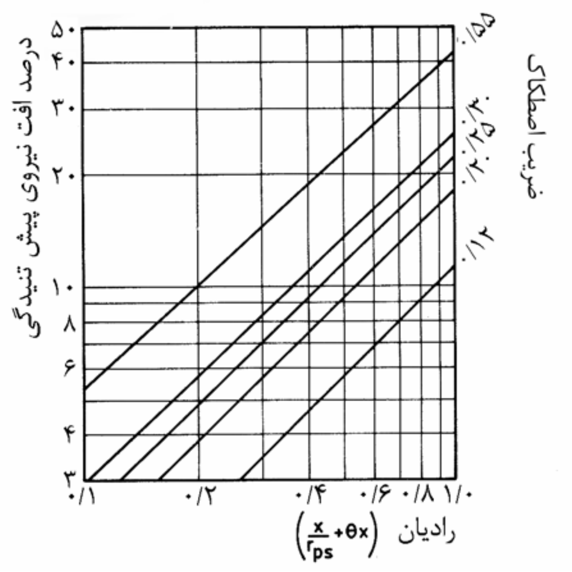
تا کنون فقط وجود انحنا در صفحه قائم در نظر گرفته شده است؛ ولي در بسياري از پل هاي بزرگ، تاندون ها در صفحه افقي نيز دارای انحنا هستند و افتهاي اصطکاکي براي اين منحني ها هم بايد در نظر گرفته شوند. تغييرات بين خطوط مرکزي واقعي تاندون و غلاف اثر اعوجاج ناميده مي شود. شکل (٤-٥)

اثر اعوجاج معمولاً با درنظر گرفتن آن بعنوان يک اصطکاك زاويه اي اضافي قابل طرح است و بنابراين بيان اثر اصطکاك زاويه اي و اعوجاج در تاندون بصورت زير مي باشد:

$$P(x) = P_i \exp\left[-\left(\frac{\mu x}{r_{ps}} + Kx\right)\right] \quad (٤\text{-}٨)$$

كه در آن:

K ضريب پروفيل با واحد (طول/١) می باشد.



شکل ٤-٦ افتهای اصطکاکی

وضعیت دو سطح نسبت به یکدیگر	μ
تاندون کمی زنگ زده روي غلاف بتني	۰/۵۵
تاندون کمی زنگ زده روي غلاف فولادي کمی زنگ زده	۰/۳۰
تاندون کمی زنگ زده روي غلاف گالوانیزه	۰/۲۵
تاندون روي غلاف گالوانیزه	۰/۲۰
تاندون گریسکاري شده روي غلاف پلاستیک	۰/۱۲

جدول ٤-٢ –ضرایب اصطکاک براي تاندونهاي مختلف

مقدار K به نوع غلاف مورد استفاده، زبري سطح داخلي آن و اينكه چقدر اين غلاف در طي بتن‌ريزي در مكان خود حفظ مي شود، بستگی دارد. تساوي (٤-٨) معادل با عبارتي است كه در BS۸۱۱۰ آمده كه و در آن مقدار حداقل k، ۳۳×۱۰^{-۴} توصيه شده است. ولي اگر غلاف ها در طي زمان بتن ريزي در مكان خود ثابت بمانند، اين مقدار به ۱۷×۱۰^{-۴} در هر متر قابل كاهش می‌باشد. براي مفتول هاي روغن‌كاري شده در غلاف هاي پلاستیکی كه در دالها استفاده مي شوند:

$$K = ۲۵ \times ۱۰^{-۴} (\frac{۱}{m})$$

اگر $۰/۲ \leq \left(\frac{\mu x}{r_{ps}} + Kx\right)$ باشد، آنگاه تساوي (۴-۸) می تواند بصورت زیر ساده شود:

$$P(x) = P_i \left[۱ - \left(\frac{\mu x}{r_{ps}} + Kx \right) \right]$$

مقادير نمونه μ براي وايرها و مفتول ها در تماس با سطح هاي متفاوت در جدول (۴-۲) نشان داده شده است. این مقادیر ممکن است با روغن کاری تاندون ها قبل از قرار دادن آنها داخل غلاف به کمتر از ۰/۱ کاهش یابند. در این حالت باید ضرایب را باتوجه به نتایج آزمایش بدست آورد. تاثیر حاصل بر پیوستگی بین فولاد و بتن در صورتیکه غلافها تزريقي باشند نیز در این حالت باید در نظر گرفته شود.

صورت دیگر تساوي (۴-۸) از جايگزيني قسمتي كه ناشي از اعوجاج است با يك انحناي معادل اضافي بصورت θ برحسب رادیان در واحد طول بدست میآید. در این صورت تساوي (۴-۸) مي تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$P(x) = P_i \exp\left[-\mu \left(\frac{x}{r_{ps}} + \theta x \right) \right] \quad (۴\text{-}۹)$$

مقادير مشخصه براي θ بین ۰/۰۰۵ تا ۰/۰۱۰ رادیان در متر مي باشند. يك روش گرافيكي براي كاربرد تساوي (۴-۹) در شکل (۴-۶) نشان داده شده است.

■ ■ ■

مثال ۴-۲

براي تير مثال (۴-۱) مطلوبست محاسبة افت پيش تنيدگي ناشي از اصطكاك در مركز و انتهاي راست در صورتي كه نيروي پيش تنيدگي در انتهاي چپ وارد شود.

$$\mu = ۰/۲۵$$

$$K = ۱۷ \times ۱۰^{-۴} (۱/m)$$

انحراف زاويه اي كل در منحني سهمي را به طور صحيح می توان با استفاده از خصوصيات سهمي نشان داده شده در شکل (۴-۷) محاسبه كرد.

بنابراین براي پروفیل تاندون در شکل (۴-۲):

$$\alpha = ۲tg^{-۱}\left(۴\frac{d_r}{L}\right) = ۲tg^{-۱}\left(۴\times\frac{۵۵۸}{۲۰۰۰۰}\right) = ۰/۲۲۲ \quad \text{رادیان}$$

شعاع انحنا از فرمول زیر تعیین مي شود:

$$r_{ps} = \left(\frac{d^۲y}{dx^۲}\right)^{-۱} = \frac{L^۲}{۸d_r}$$

$$= \frac{۲۰^۲}{(۸\times۰/۵۵۸)} = ۸۹/۶۱\ \mathrm{m}$$

$$P_i = ۲۸۵۰\times۱۲۳۹\times۱۰^{-۳} = ۳۵۳۱/۲ \quad \mathrm{kN}$$

بنابراین با استفاده از رابطه (۴-۸):

$$P(x) = ۳۵۳۱/۲\exp\left[-\left(\frac{۰/۲۵x}{۸۹/۶۱}+۱۷\times۱۰^{-۴}x\right)\right]$$

در وسط تیر:

$$P(x=۱۰) = ۳۵۳۱/۲\exp\left[-\left(۰/۲۵\times\frac{۱۰}{۸۹/۶۱}+۱۷\times۱۰^{-۴}\times۱۰\right)\right] = ۳۳۷۶/۲ \quad \mathrm{kN}$$

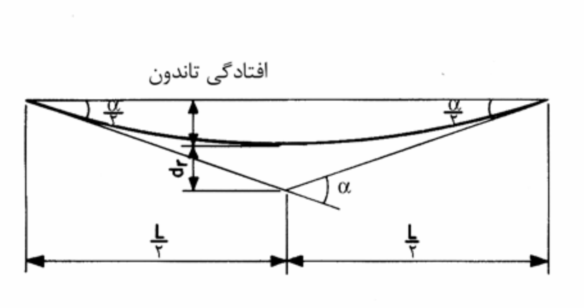
بنابراین مقدار افت عبارت است از ۱۵۵/۰kN که ۴/۴% نیروي اولیه ميباشد.

در انتهاي سمت راست:

$$P(x=۲۰) = ۳۵۳۱/۲\exp\left[-\left(۰/۲۵\times۰/۲۲۲+۱۷\times۱۰^{-۴}\times۲۰\right)\right]$$

مقدار افت ۳۰۲/۳ kN است که ۸/۶% نیروي اولیه مي باشد.

■■■



شکل ۴-۷ خصوصیات پروفیلهای سهمی

افتهاي اصطكاكي كه در اعضای با تاندون کم عمق مانند مثال٤-٢ مقدار کمی دارند ولي در اعضاي با انحناي زياد اين افت ها ممکن است به قدری بزرگ باشند که ممکن است مجبور شویم در این اعضا تاندون ها را از هر دو انتها بکشیم تا به مقدار مورد نیاز نيروي پيش تنيدگي در طول دهانه برسیم.
در اعضاي داراي تعداد زيادي تاندون، كشيدن نيمي از تاندونها از يك طرف و بقيه تاندونها از طرف ديگر معمول است. اين كار همان نيروي پيش تنيدگي را در وسط دهانه نتيجه مي دهد ولي توزيع يكنواخت تری از نيروي پيش تنيدگي را در طول عضو نسبت به حالتي كه همه تاندونها از يك طرف كشيده شوند، نتيجه می‌دهد.

■■■

مثال ٤-٣

براي تير شكل (٤-٨) مينيمم نيروي پيش تنيدگي موثر را در صورتيكه نيروي پيش تنيدگي اوليه $3000\,kN$ باشد بدست آوريد.
(الف)- فقط در انتهاي چپ نيروی کشش به تاندون وارد می شود.
(ب)– در هر دو انتها نیروی کشش به تاندون وارد می شود.
مقادير K و μ را مانند مثال (٤-٢) در نظر بگيريد.
(الف)- تغيير زاويه كل براي تمام طول تاندون:

$$\sum\frac{x}{r_{ps}}=\frac{18/75}{121/93}+\frac{12/5}{77/39}+\frac{18/75}{121/93}=0/469 \quad \text{راديان}$$

نيروي پيش تنيدگي حداقل كه در انتهاي راست اتفاق مي افتد:

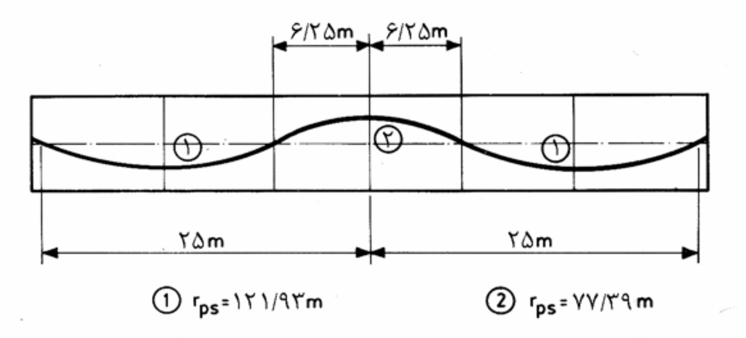
$$T(x=50)=3000\exp\left[-\left(0/25\times0/469+17\times10^{-4}\times50\right)\right]=2450/7 \quad kN$$

بنابراين افت $549/3\ kN$ خواهد بود كه ١٨/٣% نيروي اوليه مي باشد.
(ب) - اگر تاندون از هر دو انتها كشيده شود نيروي پيش تنيدگي مينيمم در مركز تير خواهد بود. پس:

$$\sum\frac{x}{r_{ps}}=\frac{18/75}{121/93}+\frac{6/25}{77/39}=0/235 \quad \text{راديان}$$

$$T(x=25)=3000\exp\left[-\left(0/25\times0/235+17\times10^{-4}\times25\right)\right]=2711/1 \quad kN$$

افت $9/288\ kN$ مي باشد كه ٩/٦% نيروي پيش تنيدگي اوليه است.
افت هاي اصطكاكي در انتهاي راست با كشيدن تاندون از هر دو طرف به مقدار زيادي كاهش مي يابد؛ اگرچه نيروي پيش تنيدگي حاصل در تكيه گاه وسط در هر دو حالت يكي است.



شكل ٤-٨

■■■

دو تاثير ديگر ناشي از اصطكاك وجود دارد. اولي هنگامي اتفاق مي افتد كه تاندونها از گيره ها عبور مي‌كنند. اين اثر كوچك و حدود ۲% مي‌باشد و معمولاً بوسيله افتهای اصطكاكي محاسبه شده براي غلاف پوشش داده مي‌شود، كه نسبتاً محافظه كارانه هستند. همچنين مقدار كمي اصطكاك در داخل خود جك، بين پيستون و جدار جك وجود دارد، كه موجب خواهد شد بار اعمال شده به تاندون كوچكتر از فشار هيدروليكي نشان داده شده بوسيله جك باشد. اين امر معمولاً بوسيله سازنده جك برآورد و تعيين مي‌شود و در كاليبراسيون قرائت عقربه فشار اصلاح شده است.

اگر چه اصطكاك باعث افت نيروي پيش تنيدگي به خصوص در اعضاي پس كشيده است، ولي در اعضاي پيش كشيده هم اين نوع افت وجود خواهد داشت؛ چنانچه تاندونها از روی منحرف كننده كشيده شوند، اين افت به دليل اصطكاك بين تاندون و منحرف كننده ايجاد مي‌شود. بزرگي اين افت به جزئيات منحرف كننده بستگي خواهد داشت و معمولاً بوسيله آزمايشهايي كه روي سيستم انحرافي به خصوصي كه مورد استفاده قرار گرفته، تعيين خواهد شد.

اطلاعات اضافي در مورد اصطكاك در روند پيش تنيدگي در گزارش:

Construction Industry Research and Information Association (۱۹۷۸)

مطرح شده است.

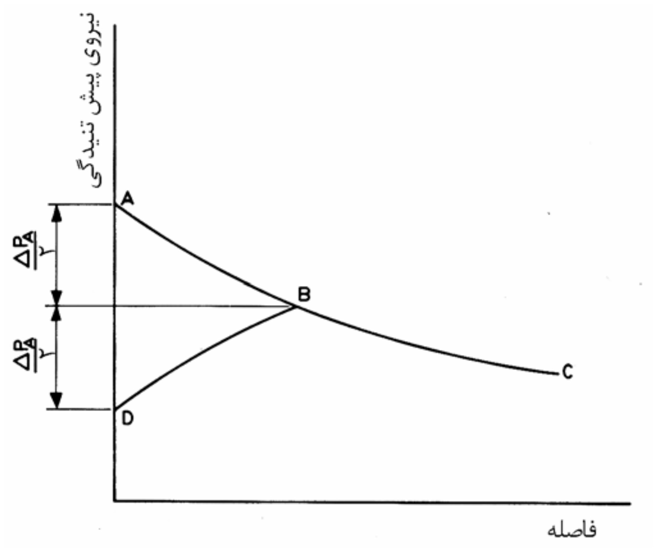
٤-٤ تورفتگي در گيره

تاندون پيش تنيدگي ممكن است دچار جمع شدگي كوچكي حين انتقال نيروي كشش از جك به گيره شود كه به عنوان تورفتگي درگيره شناخته مي‌شود. مقدار دقيق اين تورفتگی به نوع گيره اي كه استفاده مي‌شود بستگي دارد و معمولاً بوسيلة سازندة گيره تعيين مي‌شود.
خيلي از سيستم هاي گيره از گوه‌ها براي گرفتن تاندون و انتقال نيروي تاندون به مجموعه گيره فولادي صلب در بتن استفاده مي‌كنند. خود گيره صلب هم كمي تغيير شكل مي‌دهد ولي اين مقدار، خيلي كوچك است و اكثر انقباض در طول تاندون درنتيجه لغزش بين تاندون و گوه اتفاق مي افتد. معمولاً اين لغزش حدود ٥ mm مي‌باشد. لغزش گوه ها را مي‌توان با اطمينان از اينكه تا آنجايي‌كه امكان دارد قبل از آزاد كردن جك گوه‌ها را به طرف جلو هل داد تا تاندونها را محكم در جاي خود نگه دارند، كاهش داد. در تاندونهای با سطح پیچ دار که به وسیله مهره در جای خود محکم می شوند، مقدار تو رفتگی در گیره ناچیز می باشد.
از آنجايي‌كه مقدار تورفتگي در گيره فقط به نوع گيره اي كه مورد استفاده قرار مي‌گيرد بستگي دارد، بنابراين مقدار آن ثابت مي‌باشد و اثرش روي اعضاي بتن پيش تنيده كوتاه نسبت به اعضاي تنيده بلندتر خيلي بيشتر مي‌باشد. به هر حال اين اثر در اعضاي پس كشيده پس از طول مشخصی كاهش مي‌يابد و اين به دليل اصطكاك موجود بين تاندون و غلاف هنگامي‌كه تاندونها درنتيجه تورفتگي به سمت عقب بر مي‌گردند، مي‌باشد. اين طول همان گونه كه در قسمت بعدي نشان داده خواهد شد كوتاهتر از طول كل تاندون است.

٤-٥ تغييرات نيروي پيش تنيدگي اوليه در طول عضو

اکنون چگونگی تغییر نیروی پیش تنیدگی در طول عضو پس کشیده بلافاصله پس از انتقال (بدون توجه به كوتاه شدگي الاستيك) را مورد بررسی قرار می دهیم. خط ABC در شكل ٤-٩ تغييرات نيروي پيش تنيدگي از محل گيره را بر اساس معادله ٤-٨ نشان مي‌دهد.

طول قائم AD افت نيروي پيش تنيدگي (ΔP_A) درنتيجه تورفتگي را نشان مي دهد. در طول AB تاندونها به علت تورفتگی آزاد مي‌شوند. بنابراين تمايل به حركت در جهت مخالف جهت اصلي حركت در زمان كشيدگي را پيدا مي‌كنند. با فرض اينكه معادله ٤-٨ بدون توجه جهت واقعي حركت تاندونها صحيح است، تغييرات نيروي پيش تنيدگي از منحني DB كه قرينه AB مي‌باشد تبعيت مي‌كند. بعد از نقطه B نيرو در تاندون بي تأثير از تورفتگي خواهد بود. براي اكثر شكلهاي پروفيل تاندون كه مورد استفاده قرار مي‌گيرد، كل زاويه انحراف كوچك مي‌باشد و دو منحني AB و DB در شكل ٤-٩ بوسيله خطوط مستقيم همان طور كه در شكل ٤-١٠ نشان داده شده، تقريب زده مي‌شوند.



شکل ٤-٩ تورفتگی در گیره

اگر افت اصطکاکي در واحد طول p kN/m باشد؛ آنگاه از شکل ٤-۱۰ مشاهده خواهد شد که:

$$\frac{\Delta P_A}{۲} = px_A \qquad (٤-۱۰)$$

اگر تورفتگي درگيره δ_{ad} باشد، آنگاه کاهش تنش وابسته به طول مؤثر تاندون يعني x_A خواهد بود. زيرا خارج از اين طول، تاندون بي تأثير از تورفتگي خواهد بود. بنابراين، افت تنش در فولاد از رابطه زير بدست مي‌آيد:

$$\Delta f_p = \varepsilon_s E_s = (\delta_{ad} / x_A)\, E_s$$

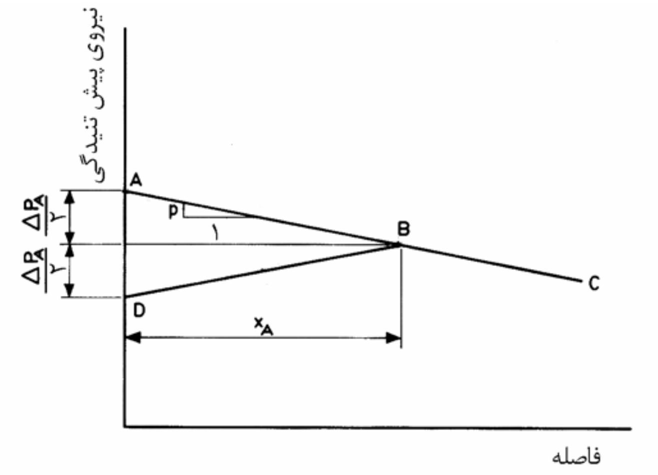
از آنجايي‌که $\Delta f_p A_{ps} = \frac{\Delta P_A}{۲}$، آنگاه:

$$\frac{\Delta P_A}{۲} = (\delta_{ad} / x_A)\, E_s A_{ps}$$

بنابراين ازمعادله (٤-۱۰)

$$px_A = (\delta_{ad} / x_A) E_s A_{ps}$$

$$x_A = (\delta_{ad} E_s A_{ps} / p)^{\frac{۱}{۲}} \qquad (٤-۱۱)$$



شکل ٤-۱۰ توزیع ایده آل شده نیروی پیش تنیدگی

■■■

مثال ٤-٤

براي تير مثال ٤-۱ توزيع نيروي پيش تنيدگي اوليه در طول تير را در صورتيكه تورفتگي در گيره 5 mm باشد، بدست آوريد. $E_s = ۱۹۵ kN/mm^۲$ فرض شود.

افت اصطكاك در واحد طول نزديك گيره از رابطه زير داده مي‌شود:

$$p = p_i \left\{ ۱ - \exp[-(\frac{\mu}{r_{ps}} + k)] \right\}$$

$$= ۳۵۳۱/۲ \left\{ ۱ - \exp[-(\frac{۰/۲۵}{۸۹/۶۱} + ۱۷ \times ۱۰^{-۴})] \right\}$$

$$= ۱۵/۸۲\, kN/m$$

بنابراين از معادله ٤-۱۱ داريم:

$$x_A = (۵ \times ۱۹۵ \times ۱۰^{۳} \times {}^{۲۸۵۰}\!/\!_{۱۵/۸۲})^{\frac{۱}{۲}} \times ۱۰^{-۳} = ۱۳/۲۵ \quad m$$

افت نيروي پيش تنيدگي در انتهاي سمت چپ از رابطه زير بدست مي آيد:

$$\Delta P_A = ۲ \times ۱۵/۸۲ \times ۱۳/۲۵ = ۴۱۹/۳ \;\; KN$$

تغييرات كل نيروي در تاندون در شكل ٤-۱۱ نشان داده شده است.

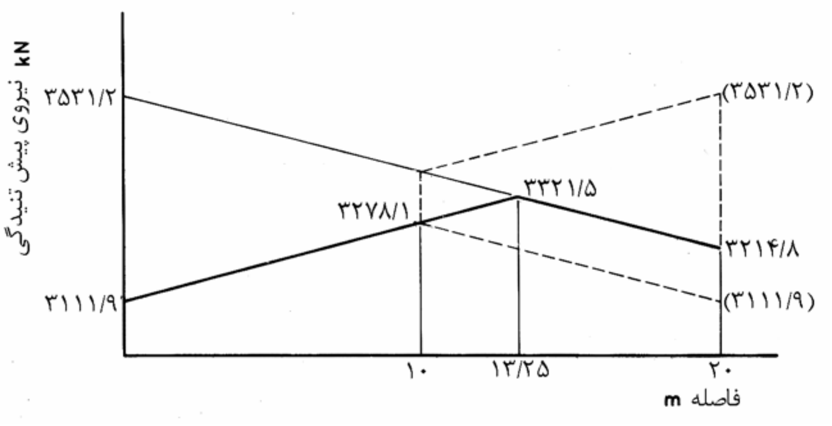
نيروي پيش تنيدگي در وسط دهانه ۳۲۷۸/۱ مي‌باشد كه نشان دهندهٔ ۷/۲% افت مي‌باشد. در اين مثال اگر تاندون را از انتهای راست بكشيم، مزايايي نخواهد داشت. زيرا در اين حالت توزيع نيروي پيش تنيدگي (كه با خطچين در شكل ٤-۱۱ نشان داده شده) به گونه اي خواهد بود كه نيروي پيش تنيدگي در انتهاي راست كمتر از زماني خواهد بود كه تاندون تنها از انتهاي چپ كشيده مي‌شد.

■■■

٤-٦ جمع شدگي بتن

جمع شدگي بتن در فصل دوم توضيح داده شد و يكي از اثرات آن روي اعضاي بتني پيش تنيده، به اين دليل كه فولاد پيش تنيدگي به وسيله پيوستگي يا مهارهايي به بتن چسبيده است، جمع شدگی فولاد مي‌باشد كه درنتيجه آن نيروي پيش تنيدگي هم كاهش خواهد يافت.

جمع شدگي و انقباض بتن به عوامل زيادي بستگي دارد و مقادير تقريبي كرنش انقباضي بلند مدت براي استفاده در طراحي در BS۸۱۱۰ آمده است. اين مقادير ۱۰۰×۱۰^{-۶} براي شرايط محيطي خارجي در مناطق مرطوب و ۳۰۰×۱۰^{-۶} براي شرايط محيطي داخل ساختمان مي‌باشد. براي شرايط ديگر، كرنش انقباضي از شكل ۲-٦ بدست مي آيد.



شکل ٤-۱۱ توزیع نیروی پیش تنیدگی

٤-۷ خزش بتن

پديده خزش در بتن در فصل دوم توضيح داده شد و مهم ترين اثر آن روي اعضاي بتني پيش تنيده مشابه اثر حاصل از جمع شدگي بتن مي‌باشد. يعني كاهش نيروي پيش تنيدگي در نتيجه كوتاه شدگي عضو با زمان. مانند جمع شدگي، عواملي زيادي وجود دارد كه خزش بتن را تحت تأثير قرار مي دهد و مقادير تقريبي كرنش خزشي براي استفاده در تخمين افتهاي پيش تنيدگي درنتيجه خزش در BS۸۱۱۰ داده شده است.

كرنش خزشي مخصوص به وسيله فرمول زير داده مي‌شود:

$$\text{خزش مخصوص} = \phi / E_{ci} \qquad (٤\text{-}۱۲)$$

كه در آن ϕ ضريب خزش است كه بين ۱/۸ براي انتقال در ۳ روز و ۱/٤ براي انتقال در ۲۸ روز براي شرايط محيطي داخلي و خارجي تغيير مي‌كند و E_{ci} مدول الاستيسيته بتن در هنگام انتقال است. براي تعيين كرنش خزشی از معادله ٤-۱۲، تنش در بتن بايستي در تراز تاندونها بلافاصله بعد از انتقال محاسبه شود.

افتهاي خزش و جمع شدگي خيلي كم تحت تأثير درجه فولادي كه مورداستفاده واقع شده، قرارمي گيرند. بنابراين مفيد خواهد بود كه تا حد امكان از فولادهاي با درجه بالا استفاده شود، زيرا درصد افت نيروي پيش‌تنيدگي درنتيجه خزش وجمع شدگي حداقل خواهد شد.
براي بتن هاي با سنگدانه سبك، اثرات خزش و جمع شدگي بيشترند و مدول الاستيسيته كمتر از مقاديرمربوط به بتنهاي با چگالي نرمال می باشد. بنابراين افت نيروي پيش تنيدگي مورد انتظار بزرگتر خواهد بود.

٤–٨ سستي فولاد

سستي فولاد در فصل دوم همراه با عملياتي كه براي كاهش سستي مورد استفاده قرار مي‌گرفت، توضيح داده شد. افت بلند مدت ناشي از سستي در BS۸۱۱۰ به عنوان مقدار سستي ۱۰۰۰ ساعت بوسيله سازندة تاندون داده مي‌شود. در صورت عدم وجود اين اطلاعات مقدار داده شده در جدول ۲-۲ در فاكتورهاي داده شده در جدول ٤-۳ ضرب مي‌شود. اين ضرائب شامل تصحيحاتی براي اثرات خزش و جمع شدگي و در مورد حالت اعضاي پيش كشيده شامل بخشي براي اثرات كوتاه شدگي الاستيك مي‌باشند. در حالاتي‌كه تاندونها در معرض درجه حرارت بالايي قرار مي گيرند، احتمال افزايش سستي بايستي درنظر گرفته شود.

■■■

مثال ٤-٥

براي تير مثال٤-۱، كل افتهاي پيش تنيدگي را درنتيجه ۱- جمع شدگي، ۲- خزش و ۳- سستي فولاد بدست آوريد.

۱- شرايط محيطي را داخلي فرض كنيد؛ بنابراين از BS۸۱۱۰ داريم:

$$\varepsilon_{sh} = ۳۰۰ \times ۱۰^{-۶}$$

بنابراين افت پيش تنيدگي ناشی از انقباض از رابطه زير بدست مي آيد:

$$\Delta f_P = \varepsilon_{sh} E_s = ۳۰۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۹۵ \times ۱۰^{۳} = ۵۹ N/mm^۲$$

۲- از جدول ۲-۱، با $f_{ci} = ۰/۶۷ f_{cu} = ۲۶/۸\ N/mm^۲$ و $E_{ci} = ۲۵ kN/mm^۲$ و با فرض اينكه انتقال در ۲۸ روزاتفاق مي افتد:

$$\text{خزش مخصوص} = ۱/۴/۲۵ \times ۱۰^{۳} = ۵۶ \times ۱۰^{-۶}$$

مي توان نشان داد که تنش در بتن در تراز تاندونها يعني f_{co} بر اساس f_{pi} برابر $۱۱۲۶N/mm^۲$ با درنظر گرفتن افتهاي اصطکاکي برابر $۱۳/۲۸N/mm^۲$ در وسط دهانه و $۷/۲۲N/mm^۲$ در تکيه گاهها مي‌باشد.
بنابراين مقدار متوسط f_{co} برابر خواهد شد با:

$$f_{co} = (۱۳/۲۸ + ۷/۲۲)/۲ = ۱۰/۲۵N/mm^۲$$

بنابراين:

$$\Delta f_p = ۵۶ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۹۵ \times ۱۰^۳ \times ۱۰/۲۵ = ۱۱۲ N/mm^۲$$

۳ – با فرض اينکه تاندونهاي پيش تنيدگي، فولادهاي با سستي کم مي‌باشند (BS۵۸۹٦ و کلاس ۲) با سستي ۱۰۰۰ ساعت ۲/۵% در $۰/۷f_{pu}$ (جدول ۲-۲ را ببينيد)، سستي دراز مدت بوسيله رابطه زيرداده مي‌شود:

$$\Delta f_p = ۱/۵ \times ۰/۰۲۵ \times ۱۲۳۹ = ۴۶N/mm^۲$$

به اين ترتيب، کل افتهاي دراز مدت برابر $۲۱۷N/mm^۲$ يا ۱۷/۵% تنش پيش تنيدگي اوليه خواهد بود.

	وایر یا مفتول با کلاس سستی		آرماتور پیش تنیدگی
	۱	۲	
پیش کشیده	۱/۵	۱/۲	-
پس کشیده	۲/	۱/۵	۰/۲

جدول ٤-۳ – ضرایب اصلاحی سستی ۱۰۰۰ ساعت

■■■

٤-۹ افتهاي پيش تنيدگي کل

اگر نيروي پيش تنيدگي اوليه اعمالي به عضو P_i باشد، آنگاه نيروي پيش تنيدگي موثر بلافاصله بعد از انتقال αP_i و نيروي پيش تنيدگي مؤثر تحت بار سرويس βP_i خواهد بود. مقدار α افتهاي کوتاه مدت ناشي از کوتاه شدگي الاستيك، تورفتگي درگيره و اصطکاك و مقدار β افتهاي بلند مدت ناشي از خزش و جمع شدگي بتن و سستي فولاد را نيز منعکس مي‌کنند.
هرچند که عوامل زيادي افت کل نيروي پيش تنيدگي را تحت تأثير قرار مي دهند، (همان گونه که در بخشهاي پيشين توضيح داده شد)، ولي داشتن يک مقدار تقريبي براي افت پيش تنيدگي براي مراحل اوليه

طراحی بسیار مفید خواهد بود. این مقدار تقریبی در مراحل طراحي بعدی هنگامي‌که جزئیات بیشتري از فولاد پیش تنیدگي مشخص شد، اصلاح مي‌شود.
براي هر دو نوع اعضاي پیش کشیده و پس کشیده مقادیر α و β را می توان به ترتیب برابر ۰/۹ و ۰/۷۵ در نظر گرفت. براي تیر مثال ٤-١ این مقادیر بترتیب برابر ۰/۸۹ و ۰/۷۱ بدست آمد.
تخمینهاي کلي براي افت در آیین نامه پلهای آمریکا AASHTO(۱۹۷۵) داده شده است. براي افتهایي به غیر از اصطکاك و تورفتگي درگیره مقادیر $۳۱۵ N/mm^2$ و $۲۲۸ N/mm^2$ به ترتیب براي اعضاي پیش کشیده و پس کشیده در این آیین نامه توصیه شده است.

٤–۱۰ اندازه گیري نیروي پیش تنیدگي

نیروي واقعي که بوسیله جك به فولاد پیش تنیدگي در اعضاي پس کشیده منتقل مي‌شود، به وسیله ترکیبي از اندازه گیري فشار هیدرولیکي در جك و اندازه گیري افزایش طول تاندون در جریان کشش اندازه گرفته مي‌شود. بیشتر جکها به خاطر مقدار کوچك اصطکاك بین پیستون و قاب جك از پیش تنظیم مي‌شوند. جکها بوسیله سازنده به کمک سلول بار کالیبره مي‌شوند و معمولاً با درصد بسیار کم خطا، دقیق هستند.
مقدار افزایش طول مورد انتظار فولاد در جریان کشش، به عنوان کنترلي براي محاسبات افت نیروي پیش‌تنیدگي ناشی از اصطکاك و کوتاه شدگي الاستیك به کار مي رود. اگر افزایش طول اندازه گیري شده براي فشار هیدرولیکي جك بیشتر از ۵ درصد با مقدار مورد انتظار تفاوت داشته باشد، عمل تصحیح در محاسبات مي بایست انجام شود.
در صورتي‌که افزایش طول اندازه گیري شده خیلي کوچکتر باشد، به آن معناست که اثر اصطکاك دست کم گرفته شده و نیروي پیش تنیدگي درطول عضو بایستي کمتر از مقدار مورد انتظار باشد. بر عکس، اگر افزایش طول اندازه گیري شده خیلي بزرگتر باشد، اثر اصطکاك زیاد تخمین زده شده و نیروي پیش تنیدگي واقعي در طول عضو بزرگتر از مقدار مورد انتظار خواهد بود. حالت اول جدي تر مي‌باشد و راه حل آن اصلاح مقدار $\frac{\mu}{r_{ps}}+K$ بر اساس افزایش طول واقعي بدست آمده مي‌باشد. سپس بر اساس این مقدار اصلاح شده، افزایش طول مورد نیاز برای به اینکه نیروي پیش تنیدگي دلخواه در طول عضو منجر شود، انجام می شود و کشیدگي تا زمانیکه این افزایش طول حاصل شود، ادامه یابد. نیروي اولیه تاندون نباید از $۰/۸ f_{pu} A_{ps}$ (همان طور که در بخش بعدي توضیح داده خواهد شد) تجاوز کند.

افزايش طول اندازه گيري شده همچنين نشان مي دهد که آيا انسدادي در غلاف در جريان کشيدگي رخ داده است يانه. بنابراين، اگر فقط نصف افزايش طول مورد انتظار بدست آمده باشد، با وجود اينکه فشار جك نشان بدهد که نيروي کل به تاندون وارد شده است، مي تواند نشانگر اين باشدکه تاندون به طور يکنواخت در طولش کشيده نشده است و دوغاب در جريان بتن ريزي وارد غلاف شده و به طور مؤثري قسمتي ازتاندون را به صورت صلب نگه داشته است. اين موضوع به طور عملي نشان مي دهد که چرا اندازه گيري نيروي پيش تنيدگي نبايد تنها بر اساس افزايش طول تاندون انجام گيرد. زيرا همانگونه که در مثال بالا مورد توجه قرار گرفت، عمل کشش ممکن است ادامه پيدا کند و به گسيختگي تاندون منجر شود.

اگر يک تاندون فولادي به طول L به تدريج از صفر تا حداکثر نيروي $۰/۷f_{pu}A_{ps}$ کشيده شود، افزايش طول مورد انتظار بدون توجه به اصطکاك با رابطه زيرداده مي‌شود:

$$\delta_e = ۰/۷f_{pu}.L / E_s$$

معمولاً مقداري شلی اوليه در تاندون وجود دارد و رويه معمول اين است که نيروي کوچك P' که ۱۰ درصد نيروي پيش تنيدگي نهايي مي‌باشد اعمال شود و افزايش طول کل از افزايش طول اوليه درنتيجه اين نيرو اندازه گيري شود. افزايش طول اضافي مورد انتظار يعني δ_{ex}، زمانيکه تاندون با کل نيرو کشيده شده است با رابطه زير داده مي‌شود:

$$\delta_{ex} = [(P_i - P')/P_i]\delta_e$$

کوتاه شدگي الاستيك بتن مي بايست به اين مقدار اضافه شود و تورفتگي درگيره (در گيره‌های واقع در انتهاي مرده يا انتهاي بدون جک) مي بايست از اين مقدار کسر شود.

براي درنظر گرفتن اثر اصطکاك در افزايش طول الاستيك فولاد پيش تنيدگي، طول L از يک تاندون فولادي را درنظر بگيريد که در معرض نيروي پيش تنيدگي P_i مطابق شکل ٤-۱۲ قرار گرفته باشد.

نيرو در تاندون در فاصله x از انتهاي تحت کشش از مادله زير بدست مي آيد:

$$P(x) = P_i \exp[-(\mu x / r_{ps} + Kx)]$$

براي طول کوچك Δx از تاندون، افزايش طول از رابطه زير محاسبه مي‌شود:

$$\Delta\delta = (P(x)/E_s A_{ps})\Delta x$$

بنابراين براي طول کل L، افزايش طول با رابطه زير بدست می آيد.

$$\delta = \int_0^L \frac{P(x)}{E_s A_{ps}} dx$$

$$= (P_i / E_s A_{ps}) \int_0^L \exp[-(\mu / r_{ps} + K)x] dx \qquad (۱۳\text{-}٤)$$

$$= \frac{-P_i\{\exp[-(\mu/r_{ps}+K)L]-۱\}}{E_s A_{ps}(\mu/r_{ps}+K)}$$

■■■

مثال ٤-٧

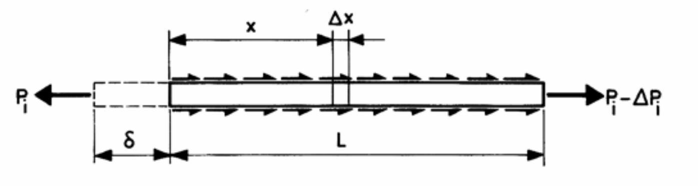
افزایش طول تاندون با توجه به اصطکاک را در تیر مثال ٤-١ بدست آورید.

از معادله ٤-١٣ خواهیم داشت:

$$\delta_e = \frac{-۳۵۳۱/۲\{\exp[-(۰/۲۵\ /\ ۸۹/۶۱+۱۷\times۱۰^{-۴})\times۲۰]-۱\}}{۱۹۵\times۱۰^{۶}\times۲۸۵۰\times۱۰^{-۶}(۰/۲۵\ /\ ۸۹/۶۱+۱۷\times۱۰^{-۴})} = ۱۲۲mm$$

بدون توجه به اصطکاک افزایش طول تاندون برابر خواهد بود با:

$$\delta_e = \frac{PL}{EA} = ۱۲۷\ mm$$



شکل ٤-١٢ افزایش طول تاندون

■■■

٤-١١ افزایش اضافی اولیه

يك روش غالب آمدن بر افت هاي نيروي پيش تنيدگي درنتيجه تورفتگي درگيره و اصطكاك، كشيدن اوليه تاندون به سطح تنش بالاتر از مقدار معمول $۰/۷f_{pu}$ ميباشد. در BS۸۱۱۰ توصیه شده است که براي بتن سخت شده تنش حداکثر اولیه می تواند تا $۰/۸f_{pu}$ افزايش يابد به شرطي كه كنترل شود که تنش در تاندونها زمانیکه افتهاي آني و كوتاه مدت اتفاق افتاد در هيچ مقطعي از $۰/۷f_{pu}$ بزرگتر نباشد. این تنش در صورت لزوم به $۰/۷۵f_{pu}$ مي تواند افزايش يابد.

■■■

مثال ٤-٨

توزيع نيروي پيش تنيدگي اوليه براي تير مثال ٤-۱ را تعيين كنيد درصورتيكه تاندونها در ابتدا تا $\cdot/\text{۸}f_{pu}$ كشيده شده باشند.

$$\text{نيرو پيش تنيدگي اوليه} = \cdot/\text{۸}\times\text{۱۷۷۰}\times\text{۲۸۵۰}\times\text{۱۰}^{-\text{۳}} = \text{۴۰۳۵/۶ kN}$$

بنابراين افت اصطكاكي در واحد طول يعني p از رابطه زير بدست مي آيد.

$$p = \text{۴۰۳۵/۶}\{1-\exp[-(\cdot/\text{۲۵}\times\text{۸۹/۶۱}+\text{۱۷}\times\text{۱۰}^{-\text{۴}})]\} = \text{۱۸/۰۸ kN/m}$$

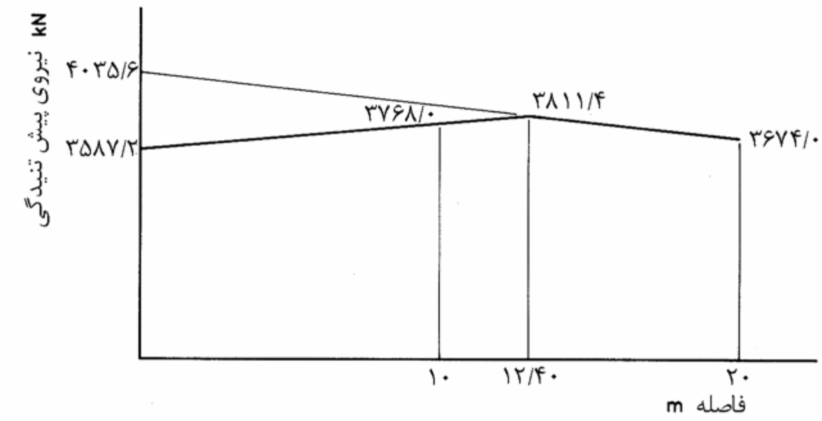
بنابراين از معادله ٤-۱۱داريم:

$$x_A = \left(\frac{\text{۵}\times\text{۱۹۵}\times\text{۱۰}^{\text{۳}}\times\text{۲۸۵۰}}{\text{۱۸/۰۸}}\right)^{\frac{\text{۱}}{\text{۲}}}\times\text{۱۰}^{-\text{۳}} = \text{۱۲/۴ m}$$

بنابراين افت نيروي پيش تنيدگي درگيره از رابطه زير بدست مي آيد:

$$\Delta P_A = \text{۲}\times\text{۱۸/۰۸}\times\text{۱۲/۴} = \text{۴۴۸/۴ kN}$$

توزيع نيروي پيش تنيدگي است كه در شكل ٤-۱۳ نشان داده شده است. نيروي پيش تنيدگي مؤثر در انتهاي تحت كشش ۳۵۸۷/۲ kN متناظر با تنش $\cdot/\text{۷۱}f_{pu}$ مي‌باشد و نيروي پيش تنيدگي در وسط دهانه ۳۷۶۸kN مي‌باشد كه معرف ۱٤/۹% افزايش در مقايسه با حالتی است كه تاندونها در ابتدا تا تنش $\cdot/\text{۷}f_{pu}$ تحت كشش قرار گرفته بودند. اطلاعات بيشتر در مورد افتهاي پيش تنيدگي به طور كلي در Abeles و Bardhan-Roy (۱۹۸۱) و Rowe et al (۱۹۸۷)و در مورد رفتار تاندونها در جريان كشش در Federation Internationale de la precontrainte (۱۹۸٦) يافت مي‌شود.



شكل ٤-۱۳

■■■

۱۲-٤ مراجع

۱. Abetes, P. W. and Bardhan-Roy, B. K. (۱۹۸۱) Prestressed Concrete Designers Handbook, Viewpoint, Slough.

۲. American Association of Highway and Transportation Officials (۱۹۷۵) AASHTO Interim Specifications - Bridges, Subcommittee on Bridges and Structures, Washington.

۳. Construction Industry Research and Information Association (۱۹۷۸) Prestressed Concrete - Friction Losses During Stressing. Report No. ۷٤ CIRIA, London.

٤. Fédération Internationale de la Precontrainte (۱۹۸٦): Tensioning of Tendons: Force Elongation Relationship.

٥. Rowe, R. F. et al. (۱۹۸۷) Handbook to British Standard B٥۸۱۱۰:۱۹۸٥ Structural use of Concrete, Viewpoint, London.

فصل ۵- تحليل مقاطع پيش تنيده

۵-۱ مقدمه

براي طراحي يك سازة بتن پيش‌تنيده بايد مواردي را در نظر بگيريم كه مهمترين آنها تعيين توزيع تنش در تك‌تك اعضاي سازه است. در اكثر انواع سازه‌ها معمولاً كافي است كه مقاطع بحراني را كه تنشها در آنها بيشتر است، در نظر بگيريم. در سازه‌هاي بتن‌پيش‌تنيده چون تنشهاي بالا بوسيلة نيروي پيش‌تنيدگي بوجود مي‌آيند، تمام مقاطع بايد بحراني در نظر گرفته شوند و توزيع تنش براي تمام مراحل بارگذاري كنترل شود. انجام اين مراحل بصورت عملي در فصل ۹ بحث خواهد شد.

اين فصل در مورد توزيع تنش خمشي در حالت حدي بهره برداري و نهايي است. اين دو توزيع تنش متفاوت هستند ولي سه قانون اساسي كه در تعيين آنها بكار گرفته مي‌شوند، يكسان مي باشند.

سه قانون به شرح زير هستند:

(الف) توزيع كرنش

توزيع كرنش در تئوري خمش الاستيك، خطي فرض مي‌شود. اين فرض براي مقاطع‌پيش‌تنيده حتي در نقطة گسيختگي هم فرض نسبتاً صحيحي است. كرنش در فولاد در اعضاي پيش‌كشيده و پس‌كشيدة چسبيده برابر كرنش بتن درهمان تراز فرض مي‌شود.

(ب) منحني‌هاي تنش ـ كرنش مواد

اين منحني‌ها براي فولاد و بتن در فصل دوم مورد بحث قرار گرفتند.

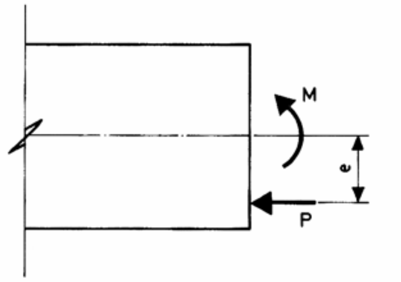
(ج) تعادل

در هر مقطع يك عضو بتن پيش‌تنيده بايد تعادل بين منتجه‌هاي تنش در فولاد و بتن و لنگر خمشي اعمال شده ونيروي محوري (اگر موجود است.) برقرار باشد.

اختلاف اساسي بين تحليل مقاطع در حالت حدي بهره‌برداري و حالت حدي نهايي اينست كه در قانون (ب)، نواحي مختلفي از منحني تنش ـ كرنش مورد استفاده قرار مي‌گيرد.

۵-۲ حالت حدي بهره‌برداري

تحليل مقاطع در اعضاي كلاس۱ و كلاس ۲ در حالت حدي بهره‌برداري بر اساس رفتار خطي الاستيك مقطع و با استفاده از تئوري خمش معمولي انجام مي‌شود. (تحليل اعضاي كلاس ۳ در بخش ۵-۱۱ بررسی خواهد شد.)



شكل ۵-۱ لنگر پيش‌تنيدگي در يك مقطع

علت صحت اين فرض، خطی بودن منحني تنش ـ كرنش براي فولاد و به طور تقريبی برای بتن می‌باشد. علاوه بر اين اعضاي بتن پيش‌تنيدة كلاس ۱ و كلاس ۲ در بارهاي بهره‌برداري بدون ترك باقي مي‌مانند و مي‌توان براي محاسبة ممان اينرسي مقطع از كل مقطع بتني استفاده كرد.

در بخش ۱-۳ نشان داده‌شد كه در يك عضو بتن پيش‌تنيده كه بارگذاري نشده‌است، در هر مقطع عرضي، رفتار بتن مشابه حالتی است كه تحت نيروي محوري P و لنگر خمشي Pe قرار گرفته باشد.

eخروج از مركزيت نيروي پيش‌تنيدگي در مقطع است. (شكل ۵-۱). بنابراين توزيع تنش ناشي از نيروي پيش‌تنيدگي خارج مركز مي‌تواند بصورت زير نوشته شود:

$$f_t = (P/A_c) - (Pe/Z_t)$$

$$f_b = (P/A_c) + (Pe/Z_b)$$

اگر e زير محور مركزي عضو باشد مثبت در نظر گرفته مي‌شود، A_c مساحت مقطع عرضي است و f_t و f_b تنشها و Z_t و Z_b مدولهاي مقطع بترتيب براي تارهاي فوقاني و تحتاني مقطع هستند. قرارداد علامت براي تنشهاي فشاري، مثبت است و لنگرهاي مثبت بصورت كاسه‌اي هستند. حال اگر لنگر خمشي كاسه‌اي خارجي M به مقطع وارد شود، يك توزيع تنش اضافي ايجاد مي‌شود و نتيجة توزيع تنش ناشي از نيروي پيش‌تنيدگي و لنگر خمشي خارجي بوسيلة اصل اجتماع اثر قوا مي‌تواند بدست آيد.

$$f_t = (P/A_c) - (Pe/Z_t) + (M/Z_t) \qquad \text{(۵-۱ الف)}$$

$$f_b = (P/A_c) + (Pe/Z_b) - (M/Z_b) \qquad \text{(۵-۱ ب)}$$

اگر علاوه بر لنگر خمشي اعمال شده به مقطع يك نيروي محوري هم وارد شود، نيروي P در معادلات (۵-۱ الف) و(ب) حاصل جمع نيروي پيش‌تنيدگي و نيروي محوري اعمال شده‌است.

■■■

مثال ۵-۱

يك تير سادة بتن پيش‌تنيده پس كشيده ابعادي مطابق شكل (۵-۲) و دهانه ۱۵m دارد. به اين تير يك نيروي پيش‌تنيدگي اوليه ۱۱۰۰ kN وارد شده‌است و بار گستردة يكنواخت ۱۲ $\frac{kN}{m}$ نيز بر آن وارد مي‌شود. حداكثر تنشها در وسط دهانه را در دو حالت زيرتعيين كنيد.

۱) تحت وزن خودتير، اگر افت‌هاي كوتاه‌مدت پيش‌تنيدگي ۱۰% و خروج از مركزيت ۳۲۵mm زير مركز تير باشد.

۲) تحت باربهره‌برداري، وقتي كه نيروي پيش‌تنيدگي ۱۰% ديگر نيز افت كند.

حل: براي مقطع تير:

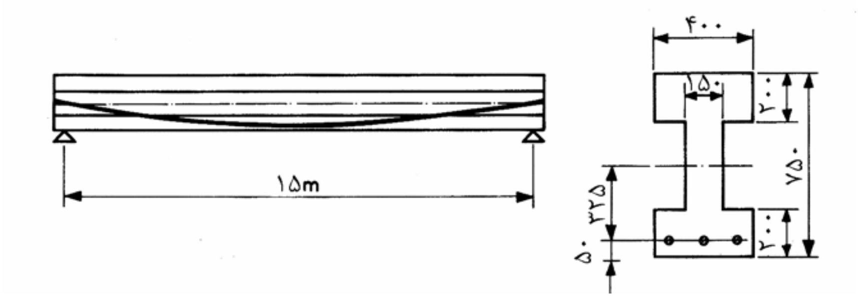
$$A_c = ۲/۱۳\times۱۰^{۵} \quad mm^{۲}$$
$$Z_b = Z_t = ۳۵/۱۲\times۱۰^{۶} \quad mm^{۳}$$
$$W = ۵/۱ \ kN/m$$
$$M_i = ۵/۱\times\frac{۱۵^{۲}}{۸} = ۱۴۳/۴ \ kN.m$$
$$M_s = ۱۷/۱\times\frac{۱۵^{۲}}{۸} = ۴۸۰/۹ \ kN.m$$
$$\alpha P_i = ۰/۹\times۱۱۰۰ = ۹۹۰ \ kN$$
$$\beta P_i = ۰/۸\times۱۱۰۰ = ۸۸۰ \ kN$$

(الف)

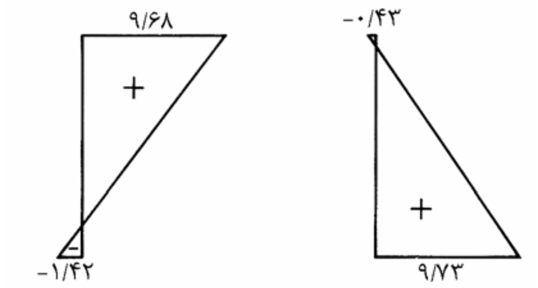
$$f_t = \frac{۹۹۰\times۱۰^{۳}}{۲/۱۳\times۱۰^{۵}} - \frac{۹۹۰\times۱۰^{۳}\times۳۲۵}{۳۵\times۱۲\times۱۰^{۶}} + \frac{۱۴۳/۴\times۱۰^{۶}}{۳۵/۱۲\times۱۰^{۶}} = ۴/۶۵ - ۹/۱۶ + ۴/۰۸ = -۰/۴۳ \ N/mm^{۲}$$
$$f_b = ۴/۶۵ + ۹/۱۶ - ۴/۰۸ = ۹/۷۳ \ N/mm^{۲}$$

(ب)

$$f_t = \frac{۸۸۰\times۱۰^{۳}}{۲/۱۳\times۱۰^{۵}} - \frac{۸۸۰\times۱۰^{۳}\times۳۲۵}{۳۵\times۱۲\times۱۰^{۶}} + \frac{۴۸۰/۹\times۱۰^{۶}}{۳۵/۱۲\times۱۰^{۶}} = ۴/۱۳ - ۸/۱۴ + ۱۳/۶۹ = ۹/۶۸ \ N/mm^{۲}$$
$$f_b = ۴/۱۳ + ۸/۱۴ - ۱۳/۶۹ = -۱/۴۲ \ N/mm^{۲}$$



شکل ۵-۲ تیر مثال ۵-۱



شكل ٥-٣ توزيع تنش براي تير مثال ٥-١ $\left(N/mm^2\right)$

دو توزيع تنش در حالت انتقال و تحت باربهره‌برداري در شكل ٥-٣ نشان داده شده‌اند.

■■■

توزيعهاي تنش نشان داده شده در شكل ٥-٣ بصورت تيپ مربوط به عضو بتن پيش‌تنيده تحت بارهاي حداكثر و حداقل هستند و همانطور كه در فصل اول گفته شد، تفاوت مهم بتن آرمه و بتن پيش‌تنيده را در اينكه حالت بارگذاري حداقل نيز اهميت دارد، نشان مي دهد.

چهار تنش شكل (٥-٣) ما را بسمت روشي براي طراحي مقاطع بتن پيش‌تنيده هدايت مي‌كنند كه در فصل نهم با جزئيات بيشتر بحث خواهد شد.

تا كنون چنين در نظر گرفته شد كه نيروي پيش‌تنيدگي در يك عضو بتن پيش‌تنيده بوسيلة يك لايه تاندون فراهم مي‌شود كه برآيند نيروي پيش‌تنيدگي بر محل فيزيكي لاية تاندونها در هر مقطع منطبق مي‌شود. ولي معمولاً بيش از يك لايه تاندون در اعضاي بتن پيش‌تنيده وجود دارد. در اين حالت برآيند نيروي پيش‌تنيدگي بر محل برآيند تاندونهاي پيش‌تنيدگي منطبق مي‌شود، حتي اگر بصورت فيزيكي تاندوني در اين محل وجود نداشته باشد.

براي اعضاي پس‌كشيده كه در آنها قطر غلاف تاندون در مقايسه با ابعاد مقطع ناچيز نيست، براي تعيين خصوصيات مقطع عضو، تاثير وجود غلاف كانال بايد در نظر گرفته شود.براي اعضاي پيش‌كشيده اگر بخواهيم زياد دقيق باشيم، بايد مقطع تبديل يافته را مورد استفاده قرار دهيم؛ ولي در عمل خصوصيات مقطع عموماً بر مبناي مقطع كل بتني تعيين مي‌شوند.

۵-۳ تنش اضافي در فولاد در اثر خمش

در مورد اعضاي پس‌کشيده دوغاب ريزي نشده، بين فولاد پيش‌تنيدگي و بتن دور آن پيوستگی وجود ندارد ولي در اعضاي پيش‌کشيده و پس‌کشيده دوغاب زيري شده اين پيوستگی وجود دارد و خمش عضو باعث تنش در فولاد مي‌شود. (همانگونه که در اعضاي بتن مسلح اين پديده اتفاق مي افتد.) پيوستگي بين فولاد و بتن است که باعث مي‌شود رفتار اعضاي پيش‌کشيده و پس‌کشيده دوغاب ريزي شده تحت بار نهايي بسيار شبيه به رفتار اعضاي بتن آرمه تحت آن شرايط باشد و با رفتار اعضاي پس‌کشيدة دوغاب ريزي نشده تحت آن شرايط تفاوت داشته باشد. پيوستگي باعث وقوع رفتار مرکب بين فولاد و بتن مي‌شود و تنش اضافي بوجودآمده در فولاد در حالت حدي بهره‌برداري با استفاده از خصوصيات مقطع تبديل يافته مي‌تواند تعيين شود.

■■■

مثال ۵-۲

تير مثال ۵-۱ با تاندونهايي به سطح مقطع کل $845 mm^2$ پس‌کشيده مي‌شود. تنش در تاندونها را در وسط دهانه تحت بار بهره‌برداري تعيين کنيد.
همانطور که در شکل (۵-٤) نشان داده شده‌است، تمام بارهاي اعمال‌شده بعد از پيش‌تنيدگي روي تير بوسيلة مقطع بتن تبديل يافته تحمل مي‌شوند.

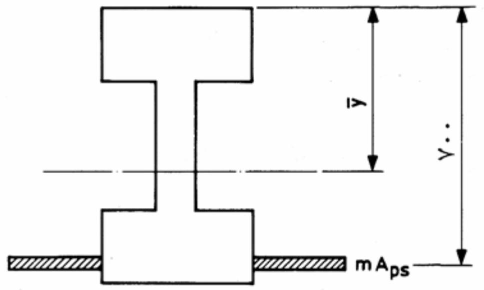
مساحت تبديل يافته فولاد پيش‌تنيدگي mA_{ps} است، که m نسبت مدولهاي الاستيسته فولاد به بتن $(\frac{E_s}{E_c})$ است. براي $E_s = 195 \frac{kN}{mm^2}$ و $E_c = 28 \frac{kN}{mm^2}$، m تقريباً برابر ۷/۰ مي‌شود.
مي‌توان نشان داد $\bar{y} = 384 mm$ و ممان اينرسي مقطع تبديل يافته $1/38 \times 10^{10} mm^4$ است. خروج از مرکزيت از مرکز مقطع تبديل يافته $316 mm$ است، زيرا عمق موثر فولاد پيش‌تنيدگي در وسط دهانه $700 mm$ می‌باشد.
تنش فولاد در اثر باربهره‌برداري بصورت زير بدست مي‌آيد:

$$\Delta f_{ps} = m(M_s - M_i)\, y / I = 7 \times (480/9 - 143/4) \times 10^6 \times \frac{316}{(1/38 \times 10^{10})} = 54 \quad N/mm^2$$

تنش پيش‌تنيدگي مؤثر فولاد بعد از تمام افت‌ها:

$$f_{pe} = ۸۸۰\times۱۰^{۳}/۸۴۵ = ۱۰۴۱ \quad N/mm^{۲}$$

و حال تنش كل فولاد $f_{pb} = ۱۰۴۱ + ۵۴ = ۱۰۹۵ \frac{N}{mm^{۲}}$ است.تنش اضافي در اثر خمش در اين مورد و اكثر موارد كوچك است و معمولاً صرفنظر مي‌شود.



شكل ۵-٤ مقطع تبديل يافته

■■■

۵ - ٤ رفتار بعد از ترك‌خوردگي

اگر بار بهره‌برداري روي تير افزايش يابد، تنش كششي در تار تحتاني تير به همان نسبت افزايش خواهد يافت تا به مقاومت كششي بتن برسد. اگر اين مقدار را $۳/۶ \; N/mm^{۲}$ براي بتن درتير مثال ۵-۱ بگيريم، لنگر خمشي M_{cr} كه باعث اين تنش مي‌شود بصورت زير بدست مي‌آيد:

$$-۳/۶ = \frac{۸۸۰\times۱۰^{۳}}{۲/۱۳\times۱۰^{۵}} + \frac{۸۸۰\times۱۰^{۳}\times۳۲۵}{۳۵/۱۲\times۱۰^{۶}} - \frac{M_{cr}\times۱۰^{۶}}{۳۵/۱۲\times۱۰^{۶}}$$

$$\Rightarrow M_{cr} = ۵۵۷/۵ \;\; kN.m$$

كه معادل بار بهره برداري كل برابر ۱۹/۸۲ kN/m مي باشد.

اگر لنگر خمشي بار بهره‌برداري تا اين مقدار افزايش يابد، بتن در ناحيه كششي بايد ترك‌خورده فرض شود و تنشها در مقطع بايد با استفاده از مقطع تبديل يافته ترك‌خورده بدست آيند.

در چنین حالتی سهم بتن زیر تار خنثي در باربري ناچیز خواهد بود. فرض می‌شود که هنوز پیوستگی بین فولاد و بتن حتي با ترك‌خوردن بتن دور فولاد وجود دارد. این همان فرضي است که در تحلیل مقطع بتن آرمه مي‌شود.

نمودارهاي کرنش و تنش براي یك مقطع ترك‌خورده در شکل ۵-۵ نشان داده شده و مراحل تحلیل مقطع ترك‌خورده بصورت زیر است:

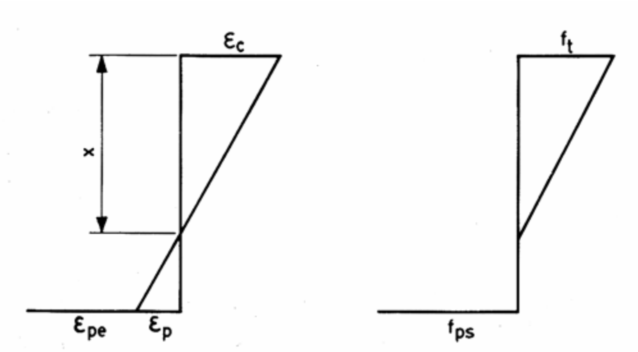
(a) انتخاب کرنش در تارهاي انتهایي فشاری بتن، ε_c

(b) انتخاب عمق تار خنثي

(c) تعیین تنشهاي بتن و فولاد از منحني‌هاي تنش ـ کرنش با صرفنظر از بتن زیر تار خنثي که در کشش است.

(d) کنترل اینکه آیا نیروی فشاری مساوي کشش کل مقطع هست یا نه (بدون بار محوري اعمال شده در مقطع). این دو اگر مساوي بودند، لنگر مقاوم مقطع تعیین شود. اگر مساوي نبودند به مرحله (b) برمي‌گردیم و مراحل (c) و (d) را تکرار مي‌کنیم.

(e) تکرار مراحل (a) تا (d) تا اینکه لنگر مقاوم حاصل مساوي لنگر خمشي اعمال شده‌شود. هنگام تعیین نیرو در فولاد پیش‌تنیدگي، کرنش کل ε_{ps} شامل دو مقدار است؛ قسمتی در اثر خمش تیر ε_p و قسمتی در اثر پیش‌کرنش مؤثر در تاندون ε_{pe}.



شکل ۵-۵ توزیع‌هاي کرنش و تنش براي مقطع ترك‌خورده

برای تحليل مقطع ترك‌خورده تلاش محاسباتی زيادی لازم است؛ زيرا دو مجهول ε_c و x وجود دارد و بهتر است بوسيلة ماشين‌حساب يا كامپيوتر قابل برنامه‌ريزي انجام شود. براي يك‌مقدار ε_c انتخاب شده، x مي‌تواند از تعادل داخلي بدست آيد. سپس لنگر مقاوم بدست‌آمده با لنگر خمشي اعمال‌شده مقايسه مي‌شود. مراحل دقيقاً همان مراحلي هستند كه در بخش بعدي براي تحليل عضو در بار نهايي بكار خواهند رفت. در آنجا ε_c از قبل مشخص است و تنها مجهول x وجود دارد كه محاسبه را بطور قابل ملاحظه‌اي ساده مي‌كند.
تحليل مقطع ترك‌خورده در تعيين تنشهاي فولاد در اعضاي كلاس۳ مفيد است و بعنوان وسيله‌اي براي كنترل عرض ترك بكار مي‌رود تا بيشتر از حدمعمول نباشد.

■■■

مثال ۵-۳

با تحليل مقطع ترك‌خورده مثال ۵-۱ براي لنگر خمشي $۵۵۷/۵ \ kN.m$، تنش در فولاد را تعيين كنيد.

$$\varepsilon_{pe} = \frac{۸۸۰\times۱۰^{۳}}{۸۴۵\times۱۹۵\times۱۰^{۳}} = ۰/۰۰۵۳۴$$

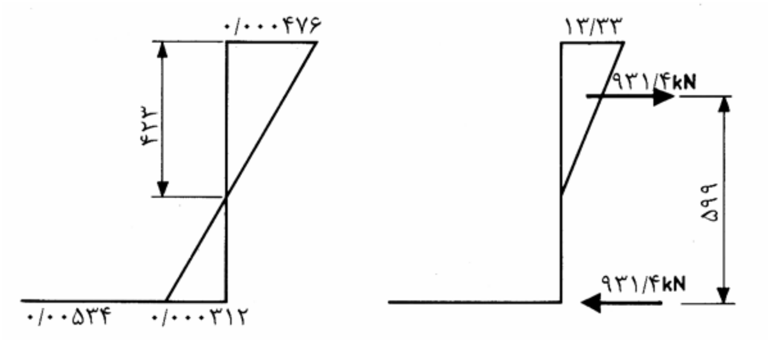
توزيعهاي تنش و كرنش كه كشش و فشار مساوي را مي‌دهند و همچنين لنگر خمشي اعمال شده را متعادل مي‌كنند، با استفاده از سعي و خطا مطابق آنچه مختصراً در بالا بيان شد، بدست مي‌آيند و در شكل ۵-٦ نشان داده شده‌اند.
از شكل ۵-٦، لنگر مقاوم بصورت زير بدست مي‌آيد:

$$M_r = ۹۳۱/۴\times۰/۵۹۹ = ۵۵۷/۹ \quad kNm$$

$$f_{ps} = (۰/۰۰۰۳۱۲ + ۰/۰۰۵۳۴)\times۱۹۵\times۱۰^{۳} = ۱۱۰۲ \quad N/mm^{۲}$$

■■■

در آنچه قبلاً گفته شد، منحني تنش ـ كرنش بتن خطي فرض مي‌شود. اگرچه اين يك تقريب منطقي براي ناحية ابتدايي منحني تنش ـ كرنش است، لكن براي تحليل يك مقطع ترك‌خورده در بارهاي خيلي زياد منحني‌هاي غيرخطي براي فولاد وبتن بايد درنظر گرفته شود.



شکل ٥-٦ توزيع‌هاي کرنش و تنش براي مثال ٥-٣

٥ - ٥ رفتار در بار نهايي

با زياد شدن بار بهره‌برداري تنشهاي بتن و فولاد با دنبال کردن منحني‌هاي تنش ـ کرنش خود افزايش خواهند يافت.اين موضوع در شکل ٥-٧ نشان داده شده‌است و رفتار واقعي مصالح را نشان می‌دهد.
اين منحني‌ها با منحني‌هاي نشان داده‌شده در شکل‌هاي ٣-٣ و ٣-٤ که منحني‌هاي تنش ـ کرنش طراحي می‌باشند، تفاوت دارند. اکنون رفتار واقعي تير را با گرفتن γ_m =۱/۰ براي بتن و فولاد، در نظر مي‌گيريم. بار نهايي مجاز يا طراحي روي تير که ضرائب اطمينان جزئی را نيز دربر می‌گيرد، بعداً بررسی خواهد شد.
در حالی که بار افزايش مي‌يابد و تنش در مقطع تغيير مي‌کند، توزيع کرنش همانگونه که در بخش ٥-١ شرح داده شد، خطي باقي مي‌ماند. تنش در بتن در تارهاي انتهايي مقطع تير، منحني تنش ـ کرنش شکل (٥-٧-الف) را دنبال مي‌کند و سرانجام به مقدار حدي ۰/۶۷f_{cu} خواهدرسيد و کرنش بتن در تار انتهايي افزايش مي‌يابد تا به مقدار حداکثر خودش ε_{cu} = ۰/۰۰۳۵ برسد. اين کرنش ميانگين ماکزيمم‌هايي است که بتن تمام درجات مي‌توانند تحمل کنند، قبل از اينکه خرد شوند. هميشه فشار کل در بتن و کشش در فولاد باهم مساوي هستند (براي حالتي که بار محوري وارد نمي‌شود.) و لنگر مقاوم هميشه از CZ يا TZ بدست مي‌آيد. (شکل ٥-٨)
وقتي که کرنش بتن به مقدار نهايی خود مي‌رسد، کرنش کل در فولاد پيش‌تنيدگي ε_{pb} مي‌تواند يکی از دو حالت زير را داشته باشد:
(الف) بزرگتر از ε_2 باشد که در اين حالت فولاد قبل از اينکه بتن خرد شود، تسليم مي‌شود و يك گسيختگي شکل‌پذير خواهيم داشت. (چنين تيري با فولاد کم ناميده مي‌شود.)

(ب) کوچکتر از $\varepsilon_۲$ باشد که در اين حالت قبل از اينکه بتن خرد شود، فولاد تسليم نمي‌شود و يك گسيختگي ترد خواهيم داشت.(چنين تيري با فولاد زياد ناميده مي‌شود.)

اگر کرنش فولاد مساوي $\varepsilon_۲$ باشد؛ مقطع، متعادل ناميده مي‌شود.

اين توصيف مشابه حالت حدي نهايي در اعضاي بتن آرمه است. تنها تفاوت در اين است که بايد کرنش اوليه ε_{pe} در فولاد پيش تنيدگی در نظر گرفته شود. مانند اعضاي بتن آرمه،گسيختگي شکل‌پذير مطلوب است. چون تدريجي است و اخطار و آگاهي مي‌دهد. منحني‌هاي بار ـ خيز براي اعضاي با فولاد کم و زياد در شکل ۶-۱۰ نشان داده شده‌اند.

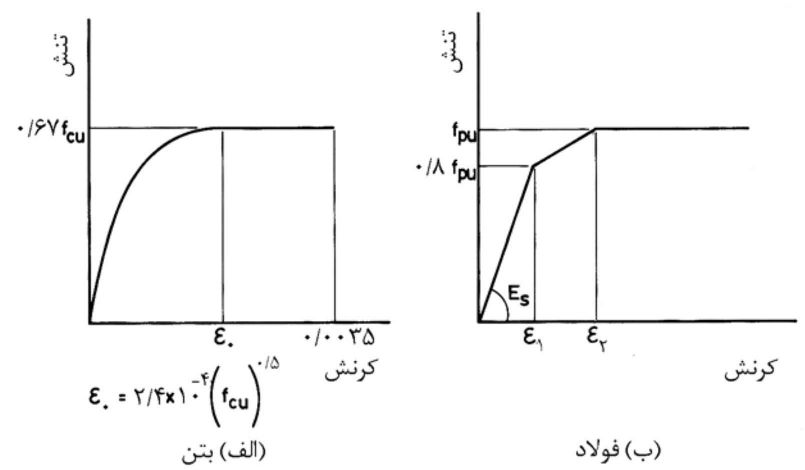
■■■

مثال ۵-٤

بار نهايي را که تير مثال ۵-۱ مي‌تواند تحمل کند، تعيين کنيد.

$$f_{cu} = ۴۰\ N/mm^۲ , f_{pu} = ۱۸۶۰\ N/mm^۲$$

روش حل مانند همان روشي است که در تحليل مقطع ترك‌خورده در مثال ۵-۳ استفاده شد، بجز اينکه اينجا کرنش تار انتهايي بتن در $\varepsilon_{cu} = ۰/۰۰۳۵$ ثابت است.



شکل۵-۷ منحنی های تنش-کرنش برای فولاد و بتن

توزيع تنش و كرنش تعيين‌شده از شكلهاي ٥-٧-الف و ب در شكل ٥-٨ نشان داده شده‌اند.

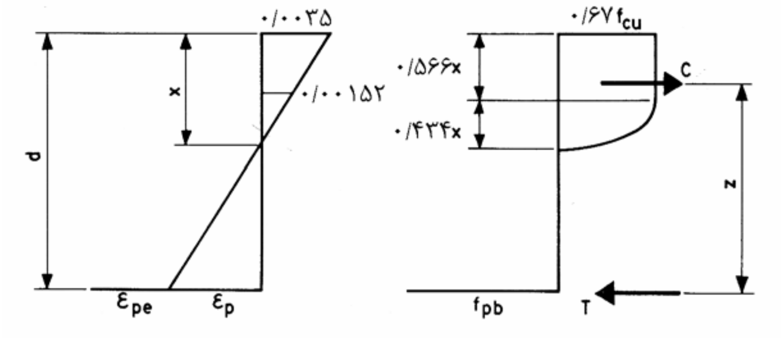
$$\varepsilon_{pb} = ۰/۰۰۵۳۴ + [(d - x)/(x)] \times ۰/۰۰۳۵$$

كه در آن: d عمق مؤثر تاندون است.

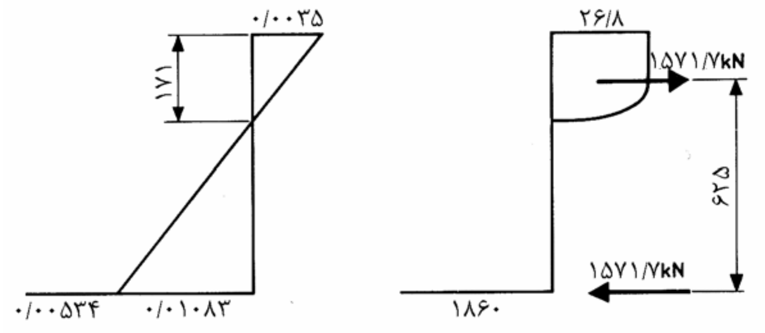
با مقدار ε_c كه در $\varepsilon_{cu} = ۰/۰۰۳۵$ ثابت شده‌است، x از تعادل داخلي تعيين مي‌شود. در مقطع نامنظم بجاي روش مستقيم راحت‌تر است كه x را با سعي و خطا بدست آوريم. بايد توجه شود كه بلوك تنش بتن مطابق دو قسمت منحني تنش ـ كرنش بتن از دو قسمت تشكيل شده‌است، يك قسمت مستطيلي و يك قسمت سهمي شكل.

ابعاد بلوك تنش به مقاومت مشخصه بتن بستگي دارد و در شكل ٥-٨ براي $f_{cu} = ۴۰ N/mm^۲$ نشان داده شده‌است. توزيعهاي كرنش و تنش حاصل در شكل ٥-٩ نشان داده شده‌اند. سپس لنگر مقاوم نهايي مقطع بصورت زير بدست مي‌آيد:

$$M_u = ۱۵۷۱/۷ \times ۰/۶۲۵ = ۹۸۳/۳ \text{ kN.m}$$



شكل ٥-٨ توزيعهاي كرنش و تنش از شكل٥-٧



شكل ٥-٩ توزيعهاي كرنش و تنش براي مثال ٥-٤

اين مقدار لنگر معادل بار گستردة يكنواخت ۳۴/۹ kN/m است. براي اين عمق تار خنثي، كرنش فولاد بزرگتر از كرنش تسليم فولاد است. بنابراين اين مثال، نمونه‌اي از يك مقطع با فولاد كم و شكل‌پذير می باشد.

■■■

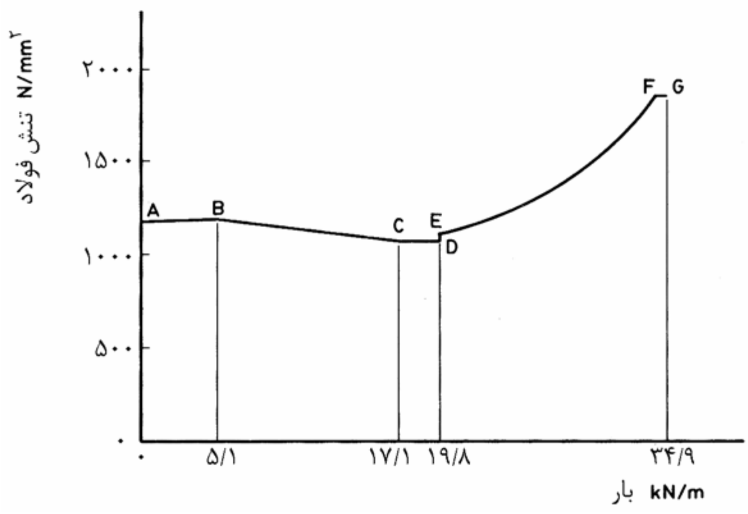
لازم به ذكر است كه بار ۳۴/۹ kN/m باري است كه باعث گسيختگي واقعي تير مي‌شود. چيزي كه مورد نياز است، بار حداكثر ايمن يا بار طراحي است كه مي‌تواند توسط تير تحمل شود. اين مورد در بخش ۵-۷ مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

تحليل كامل رفتار يك تير بتن پيش‌تنيده از مرحلة انتقال نيروي پيش‌تنيدگي تا بارنهايي در مثالهاي ۵-۱ تا ۵-٤ انجام شد تا روند تحليل نشان داده شود. براي مقاطع ترك‌نخورده، تئوري خمش الاستيك مورد استفاده قرار می‌گيرد. وقتي بتن ترك مي‌خورد، اين تئوري هنوز قابل كاربرد است؛ با اين تفاوت كه خصوصيات مقطع ترك‌خورده بايد در نظر گرفته شود.

هنگامي كه تنش بتن در تارهاي انتهايي به بخش غيرخطي منحني تنش ـ كرنش بتن مي‌رسد، تئوري خمش الاستيك ديگر كاربرد ندارد و تحليل بايد با استفاده از سه اصل اساسي گفته‌شده در بخش ۵-۱ انجام شود. همواره شرايط تعادل بين منتجه های تنش داخلي و بارهاي وارده برقرار شدند تا روی رفتار مشابه خمشی تير در تمام مقادير نيرو تأكيد شود.

۵-٦ تغييرات تنش در فولاد پيش تنيدگی

به منظور كسب يك ديد كلي از رفتار تير مثال ۵-۱ تا ۵-٤ مفيد است كه تغييرات تنش در فولاد پيش‌تنيدگي در وسط دهانه را با افزايش بار روي تير در نظر بگيريم. اين موضوع در شكل۵-۱۰ نشان داده شده‌است.



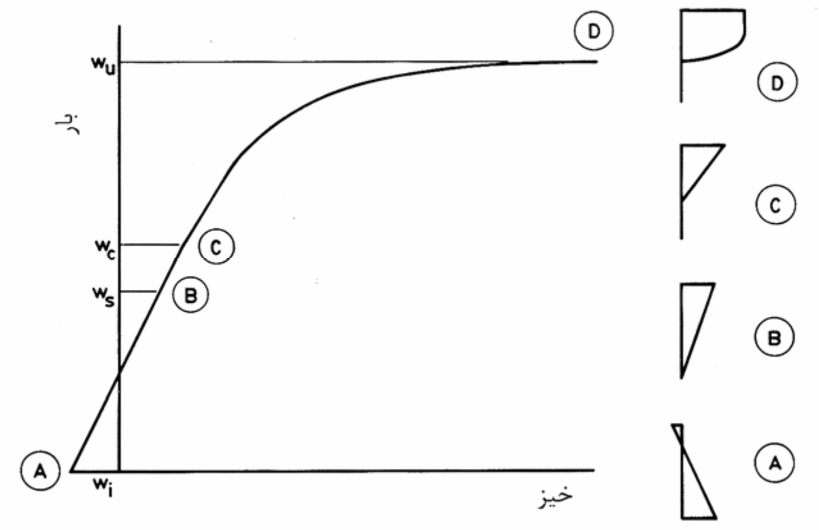
شکل ۵-۱۰ تغيير تنش فولاد پيش‌تنيدگي براي تير مثال۵-۱ تا ۵-٤

با فرض اينكه ابتدا تاندونها تا $۰/۷f_{pu}$ تنش‌دار شده‌اند يعني $۱۳۰۲\ N/mm^۲$ و اينكه اتلافهاي آني در نتيجة كوتاه‌شدگي الاستيك و تورفتگي در گيره جمعاً ۱۰% هستند، تنش اوليه در فولاد در وسط دهانه $۱۱۷۲\ N/mm^۲$ است، كه با نقطة A مشخص شده است.

با برداشت قالب يا بلند شدن تير از بسترش، كمي افزايش تنش در فولاد بوجود مي‌آيد به طوري كه تير شروع به تحمل وزن خودش مي‌كند. (نقطة B.)

وقتي تير در محل نهايی خود است و بار بهره‌برداري ۱۷/۱kN/m روي آن قرار دارد، دراثر افت‌هاي بلندمدت كه ۱۰% فرض مي‌شوند، نيروي پيش‌تنيدگي كاهش مي‌يابد، اما لنگرخمشي در مقطع افزايش يافته‌است. به اين‌ترتيب تنش خالص فولاد $۱۰۹۵\ N/mm^۲$ بدست مي‌آيد. (نقطةC ، همانطور كه در مثال ۵-۲ محاسبه شد.)

وقتي بار بيش از بار بهره‌برداري افزايش مي‌يابد، تنش تا نقطة D كمي افزايش مي‌يابد. دراين نقطه بتن در تارهاي تحتاني تير ترك مي‌خورد كه باعث افزايش ناگهاني تنش فولاد تا $۱۱۰۲\ N/mm^۲$ مي‌شود. (نقطة E، همانطور كه در مثال ۵-۳ نشان داده شده‌است.) از اين نقطه به بعد، تنش با سرعت بيشتري افزايش مي‌يابد و تارخنثي به سمت بالا حركت كرده و تنش در تار انتهايي بتن افزايش مي‌يابد. سرانجام تنش فولاد به تنش تسليم $۱۸۶۰\ N/mm^۲$ مي‌رسد. (نقطة F.) بعد از اين تنش تا نقطة G ثابت مي‌ماند تا گسيختگي در اثر خردشدن بتن اتفاق بيفتد.



شكل ۵-۱۱ منحني بار ـ خيز براي يك عضو كلاس ۱

يك راه مفيد مشاهده رفتار يك عضو بتن پيش‌تنيده، نگاه‌كردن به منحني بار ـ خيز آن است.چنين منحني‌اي براي يك عضو كلاس۱ همراه با توزيع تنش در عضو در هر مرحله در شكل ۵-۱۱ نشان داده شده‌است.

۵ - ۷ مقاومت نهايي طراحي

بار گسترده يكنواخت $۳۴/۹ \, kN/m$ تعيين شده در مثال ۵-٤ باعث فروريختگي فيزيكي تير مي‌شود. چيزي كه معمولاً بيشتر مورد نياز است، بارنهايي ايمن است كه تير مي‌تواند تحمل كند. اين بار، باري است كه يك ضريب كافي و مناسب از ايمني در برابر گسيختگي مواد را دربر دارد. اين كار با معرفي ضرائب ايمني نسبی براي خصوصيات مادي فولاد و بتن كه در فصل سوم شرح داده شد، انجام مي‌شود. حال منحني‌هاي تنش ـ كرنش نشان داده‌شده درشكل ۵-۷، به صورت منحني‌هاي نشان داده‌شده در شكل ۵-۱۲ با γ_m، برابر ۱/۵ براي بتن و ۱/۱۵ براي فولاد، اصلاح مي‌شوند.

با استفاده از اين منحني‌های تنش ـ كرنش، توزيع كرنش و تنش در مقطع تير به صورت نشان داده شده در شكل ۵-۱۳ بدست می‌آيد. اينجا هم ابعاد بلوك تنش به مقاومت مشخصه بتن بستگي دارد و در شكل ۵-۱۳ براي $f_{cu} = ۴۰ \, N/mm^۲$ نشان داده شده‌است.

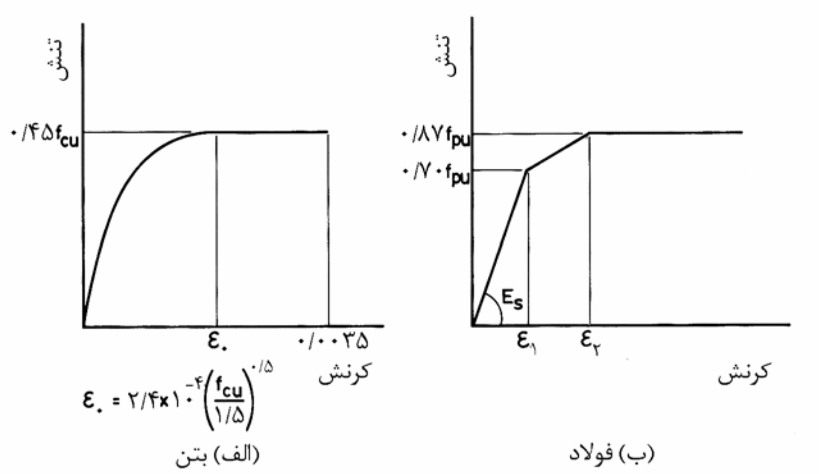
■■■

مثال ٥-٥

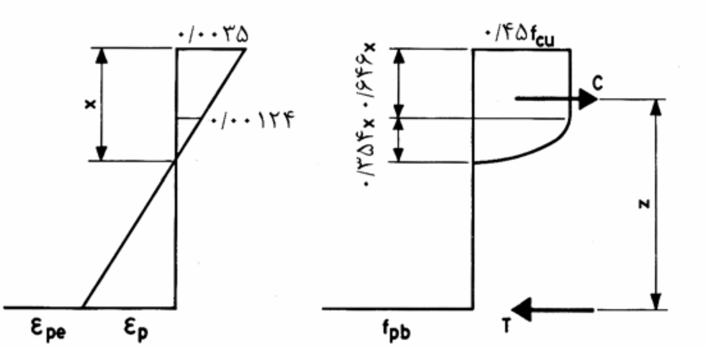
با استفاده از منحنيهاي تنش ـ كرنش در شكل ٥-١٢ لنگر مقاوم نهايي تير مثال ٥-١ را تعيين كنيد.

مانند مثال ٥-٤، مقدار x با مساوي قراردادن نيروهاي فشاري و كششي كل بدست ميآيد.

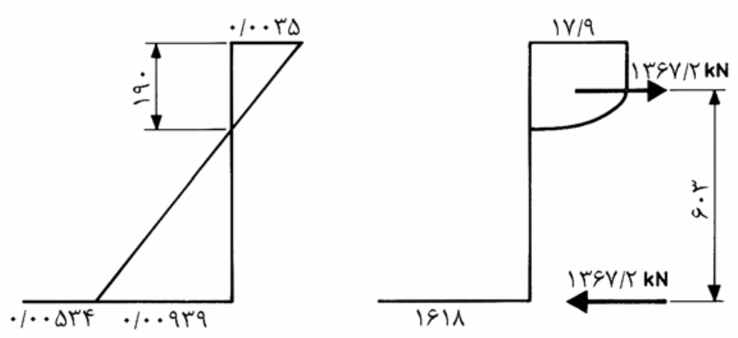
براي اين مثال، توزيع تنش و كرنش كه اين نياز را برآورده كند، در شكل ٥-١٤ نشان داده شده است. ميتوان مشاهده كرد كه تنش فولاد در هنگام گسيختگيتير مساوي تنش تسليم آن است؛ بنابراين نوع گسيختگي، شكلپذير است.



شکل ٥-١٢ منحنی های تنش-کرنش طراحی



شکل ٥-١٣ توزیع کرنش و تنش از شکل ٥-١٢



شکل ۵-١٤ توزیع تنش و کرنش در مثال ۵-۵

لنگر مقاوم نهایی بصورت زیر داده می شود:

$$M_u = ۱۳۶۷/۲ \times ۰/۶۰۳ = ۸۲۴/۴ \quad kN.m.$$

برای لنگر خمشی وارد شده با این مقدار , بار گسترده یکنواخت کل نهایی $kN/m.$ ۲۹/۳ است. بار مشخصه مجاز وارد شده بصورت زیر بدست می آید:

$$۱/۴ \times ۵/۱ + ۱/۶w = ۲۹/۳$$
$$w = ۱۳/۹ \quad kN/m$$

در نتیجه بار سرویس مشخصه kN/m ۱۹/۰ است.

■■■

براي روشن شدن تفاوتي که در روند بررسی حالت حدي نهايي و حالت حدي بهره برداري ايجاد مي شود، فرض کنيد تير مورد نظر به عنوان عضوي در کلاس ۱ با تنش کششي صفر تحت بار سرويس طراحي شده باشد. براي نيروي پيش‌تنيدگي و خروج از مرکزيت يکساني که در مثالها استفاده شده است، بار سرويس مجاز مي تواند تا ۱۵/۳ kN/m افزايش يابد. در صورتی که براي حالت حدي نهايي، بار سرويس حداکثر ۱۹/۰ kN/m است و به اين صورت صحت نظريه‌ای که در فصل سوم بيان شد به اين مضمون که براي اعضاي کلاس ۱ و بسياري از اعضاي کلاس ۲، طراحي اغلب براساس حالت حدي بهره برداري استوار است، اثبات مي شود.

۵-۸ - بلوك تنش ساده سازي شده بتن

براي ساده سازي محاسبات مربوط به استفاده از بلوك تنش بتن كه در شكل ۵-۱۳ نشان داده شده است، يك بلوك تنش مستطيلي ساده شده در BS۸۱۱۰ داده شده است كه در شكل ۵-۱۵ نشان داده شده است. اين بلوك تنش با تقريب بسيار خوبی مقدار و محل نيروی فشاری در بتن را همانند آنچه از شكل ۵-۱۳ حاصل می‌شود، بدست می دهد و لذا اين امكان را فراهم مي كند كه محاسبات دستی مقاومت نهايي به سرعت انجام شوند.

■■■

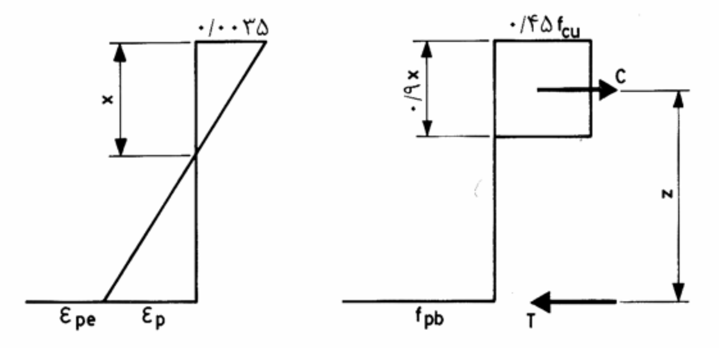
مثال ۵-٦

لنگر مقاوم نهايي طراحي تير مثال ۵-۱ را با استفاده از بلوك تنش ساده شده BS۸۱۱۰، بدست آوريد.
با مساوي قرار دادن كشش و فشار در مقطع، عمق تار خنثي برابر ۲۱۱ ميلي متر بدست مي آيد، و تنش فولاد از شكل ۵-۱۲-ب برابر تنش تسليم است. پس لنگر مقاوم نهايي بصورت زير بدست مي آيد:

$$M_u = ۰/۸۷ \times ۱۸۶۰ \times ۸۴۵ (۷۰۰ - ۰/۹ \times ۲۱۱/۲) \times ۱۰^{-۶} = ۸۲۷/۳ \quad kN.m$$

اين مقدار و آنچه در مثال ۵-۵ بدست آمد، خيلي نزديك هم هستند.

■■■



شكل ۵-۱۵ بلوک تنش ساده شده

۵-۹ فرمول آيين نامه اي و چارت هاي طراحي

به عنوان گزينه اي ديگر بر دو روشي كه در بالا توضيح داده شدند و تمام اصول اساسي در بخش ۵-۱ را استفاده مي كنند، فرمول زير براي مقطع مستطيلي توسط BS۸۱۱۰ ارائه شده است:

$$M_u = f_{pb} A_{ps} \left(d - d_n \right) \qquad (۵\text{-}۲)$$

كه در آن f_{pb} تنش كششي در فولاد پيش‌تنيدگي در حالت حدی نهایی است و d_n عمق مركز بلوك تنش بتن است كه ۰/٤٥x گرفته مي شود مشروط بر اين كه در يك تير بالدار، ضخامت بال كمتر از ۰/۹x نباشد.
مقادير x, f_{pb} براي اعضاي پيش كشيده و پس كشيده با تاندونهای چسبيده در جدول ۵-۱ آورده شده اند.
اين جدول مي تواند براي تيرهاي مستطيلي و براي تيرهاي T كه بلوک تنش در آنها در بال فشاري قرار گيرد، استفاده شود. براي تيرهاي T كه بلوک تنش زير بال مي افتد، روش دقيقتري كه قبلا" توضيح داده شد بايد استفاده شود. رفتار تيرهاي پس كشيده با تاندونهای نچسبيده در بخش ۵-۱۲ بررسي خواهد شد.
جدول۵-۱ بصورت گرافيكي در شكل‌های ۵-۱٦ و ۵-۱۷ منعكس داده شده است.

■■■

مثال ۵-۷

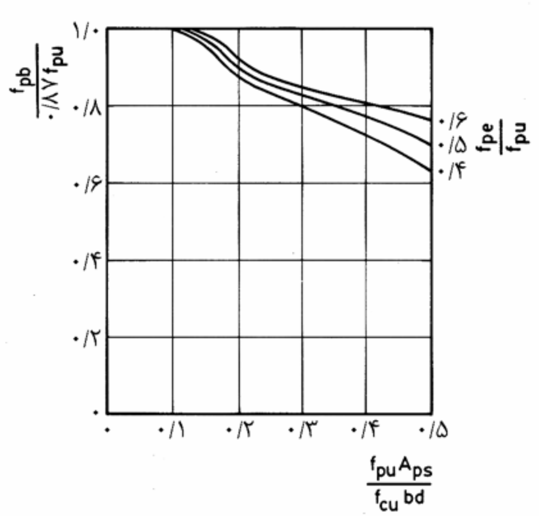
لنگر مقاوم نهايي تير مثال ۵-۱ را با استفاده از معادله ۵-۲ و جدول ۵-۱ بدست آوريد.
با فرض اوليه $۰/۹x \le ۲۰۰$ خواهيم داشت:

$$\frac{f_{pu}}{f_{cu}} \frac{A_{ps}}{bd} = \frac{۱۸۶۰}{۴۰} \times \frac{۸۴۵}{۴۰۰ \times ۷۰۰} = ۰/۱۴$$

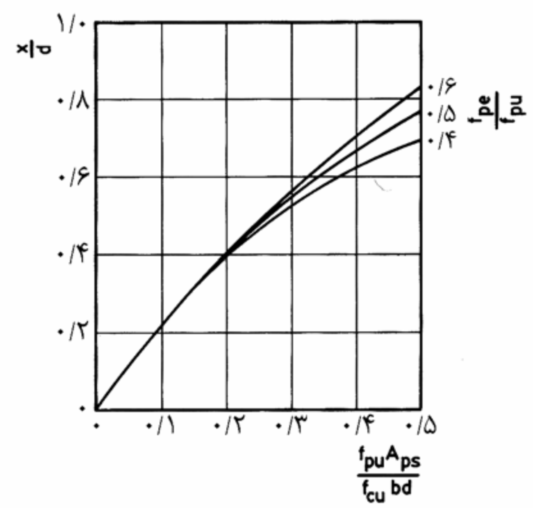
$$\frac{f_{pe}}{f_{pu}} = \frac{۸۸۰ \times ۱۰^{۳}}{۸۴۵ \times ۱۸۶۰} = ۰/۵۶$$

$\frac{f_{pu}A_{ps}}{f_{cu}bd}$	$\frac{f_{pu}}{۰/۸۷f_{pd}}$			x/d		
	$f_{pe}/f_{pu}=$			$f_{pe}/f_{pu}=$		
	۰/٦	۰/٥	۰/٤	۰/٦	۰/٥	۰/٤
۰/۰٥	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱
۰/۱۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۰/۲۲	۰/۲۲	۰/۲۲
۰/۱٥	۰/۹۹	۰/۹۷	۰/۹٥	۰/۳۲	۰/۳۲	۰/۳۱
۰/۲۰	۰/۹۲	۰/۹۰	۰/۸۸	۰/٤۰	۰/۳۹	۰/۳۸
۰/۲٥	۰/۸۸	۰/۸٦	۰/۸٤	۰/٤۸	۰/٤۷	۰/٤٦
۰/۳۰	۰/۸٥	۰/۸۳	۰/۸۰	۰/٥٥	۰/٥٤	۰/٥۲
۰/۳٥	۰/۸۳	۰/۸۰	۰/۷٦	۰/٦۳	۰/٦۰	۰/٥۸
۰/٤۰	۰/۸۱	۰/۷۷	۰/۷۲	۰/۷۰	۰/٦۷	۰/٦۲
۰/٤٥	۰/۷۹	۰/۷٤	۰/٦۸	۰/۷۷	۰/۷۲	۰/٦٦
۰/٥۰	۰/۷۷	۰/۷۱	۰/٦٤	۰/۸۳	۰/۷۷	۰/٦۹

جدول ٥-۱ مقادیر f_{pb} و x برای اعضای پیش کشیده یا پس کشیده با تاندون چسبیده



شکل ٥-۱٦. تغییرات تنش طراحی در تاندونها (از جدول ٥-۱)



شکل ۵-۱۷ تغییرات عمق تار خنثی (از جدول ۵-۱)

در نتیجه از جدول ۵-۱ داریم:

$$f_{pb} = ۰/۹۷ \times ۰/۸۷ \times ۱۸۶۰ = ۱۵۷۰ \quad N/mm^{۲}$$

$$x = ۰/۳۰ \times ۷۰۰ = ۲۱۰ \quad mm$$

$$(۰/۹x = ۱۸۹ \text{ mm} \langle ۲۰۰ \text{ mm})$$

لذا از معادله ۵-۲ داریم:

$$M_u = ۱۵۷۰ \times ۸۴۵(۷۰۰ - ۰/۴۵ \times ۲۱۰) \times ۱۰^{-۶} = ۸۰۳/۳ \quad kN.m$$

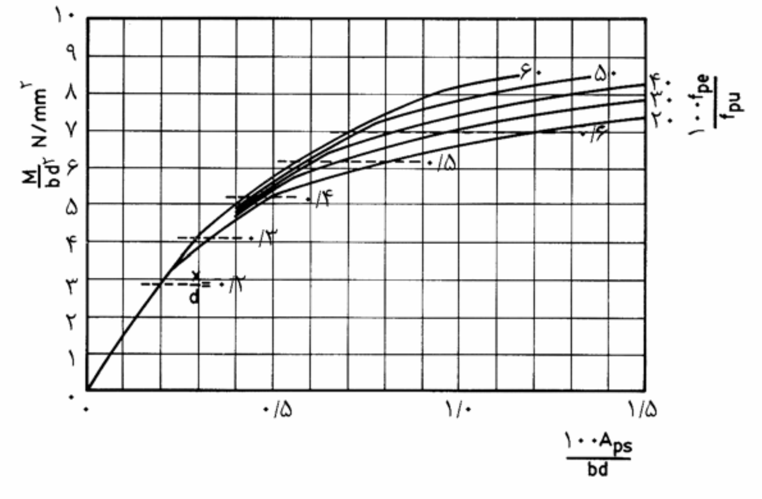
■■■

يك روش ديگر تحليل براي مقاطع مستطيلي و مقاطع T شکل که در آنها بلوک فشاری به جان سرایت نمی‌کند، استفاده از چارت هاي طراحي است. این چارت ها با استفاده از منحني هاي تنش - کرنش مصالح و بلوك تنش مستطيلي - سهمي مشابه آنچه در اشکال ۵-۱۲ و ۵-۱۳ آمده است، تهیه شده اند.

این چارت ها را مي توان در استاندارد انگليسي CP۱۱۰:۱۹۷۲ Part ۳ یافت. يك چارت نمونه در شکل ۵-۱۸ نشان داده شده است که براي $f_{cu} = ۴۰ \quad N/mm^{۲}$, $f_{pu} = ۱۸۵۰ \quad N/mm^{۲}$ آماده شده است.

اگر چه منحني هاي تنش - کرنش فولاد پيش‌تنيدگي که در اين چارت ها بکار رفته است، کمي با آنچه که در شکل ۵-۱۲-ب نشان داده شده است، فرق دارد؛ اين چارت ها براي مقاصد طراحي به اندازه کافي دقيق هستند. براي استفاده از اين چارت ها براي تحليل يك مقطع، مقدار $۱۰۰A_{ps} / bd$ در طول محور افقي خوانده مي شود، و لنگر مقاوم نهايي مقطع در جمله $M_u / bd^۲$ در طول محور قائم با توجه به مقدار $۱۰۰f_{pe} / f_{pu}$ براي مقطع مربوطه، خوانده مي شود و اين کميت نشانگر افت هايي است که اتفاق افتاده اند و مقدار کرنش قابل حصول ε_p را در فولاد پيش‌تنيدگي براي استفاده در عملکرد مرکب تير، ارائه می کند.

شکل ۵-۱۸ نشان مي دهد که براي يك سطح مقطع فولاد A_{ps} با افزايش $۱۰۰f_{pe} / f_{pu}$، عمق تار خنثي افزايش مي يابد. اين به آن دليل است که کميت $۱۰۰f_{pe} / f_{pu}$، تنش پيش‌تنيدگي نهايي را بعد از آنکه همه افت ها اتفاق افتاده اند، تحت تاثير قرار مي دهد و با افزايش آن، نسبت پيش کشيدگي فولاد ε_{pe} به کرنش فولاد در لحظه گسيختگي ε_{pb} افزايش مي يابد. سپس مقدار کرنش موجود ε_p براي فولاد براي اينکه با بتن بصورت مرکب عمل کند کم مي شود، که عمق تار خنثي بيشتري را براي يك کرنش نهايي ثابت بتن مي دهد.



شکل ۵-۱۸ چارت طراحی

■■■

مثال ۵-۸

لنگر مقاوم تير مثال۵-۱ را با استفاده از چارت هاي طراحي بدست آوريد.

پاسخ:

$$\frac{۱۰۰f_{pe}}{f_{pu}} = ۵۶$$

$$\frac{۱۰۰A_{ps}}{bd} = \frac{۱۰۰\times ۸۴۵}{۴۰۰\times ۷۰۰} = ۰/۳۰$$

لذا از چارت طراحي نشان داده شده در شكل ۵-۱۸ داريم:

$$M_u = ۴/۲\times ۴۰۰\times ۷۰۰^{۲}\times ۱۰^{-۶} = ۸۲۳/۲ \quad kN.m$$

بعلاوه x/d بطور تقريبي ۰/۳ است و در نتيجه عمق تار خنثي ۲۱۰mm است. اين درست زير بال تير است ولي چون $۰/۹\times ۲۱۰ = ۱۸۹$ mm لنگر مقاوم مي تواند با دقت كافي ۸۲۳/۲ kN.m گرفته شود.

■■■

توجه كنيد كه شكل ۵-۱۸ براي f_{pu} =۱۸۵۰ $N/mm^۲$ است نه مقدار ۱۸۶۰ $N/mm^۲$ كه قبلا" استفاده شد و نيز مقدار E_S كه در تهيه اين چارت هاي طراحي استفاده شده، بدون توجه به نوع فولاد مصرفي ۱۷۵ $kN/mm^۲$ است. هيچ يك از اين تغييرات خطاي قابل توجهي را ايجاد نمي كنند.

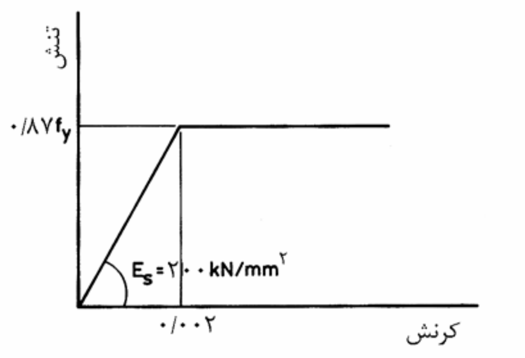
۵ - ۱۰ فولاد معمولي نكشيده

بدليل معيار طراحی مربوطه، مقاومت نهايي اعضاي كلاس ۱ در غالب موارد كافي است ولي در برخي از اعضاي كلاس ۲ و در بيشتر اعضاي كلاس ۳، اغلب به اين نتيجه مي رسيم كه لنگر مقاوم نهايي براساس فولاد پيش‌تنيدگي به تنهايي كفايت نمي‌كند.
در اين حالت يا بايد ابعاد مقطع افزايش يابد يا فولاد معمولي (نكشيده) اضافه شود. براي يافتن لنگر مقاوم يك مقطع داراي هردو نوع فولاد پيش‌تنيدگي و فولاد معمولي، اصول اساسي كه در بخش ۵-۱ توضيح داده شدند هنوز قابل استفاده هستند؛ با اين تفاوت كه اكنون منحني تنش - كرنش مربوطه براي فولاد عادي نيز بايد مورد توجه قرار گيرد. نمونه‌ای از اين منحني هاي طراحی برای مقاومت تسليم مشخصه فولاد معمولی (f_y) در BS۸۱۱۰ در شكل ۵-۱۹ نشان داده شده است.

■■■

مثال۵-۹

لنگر مقاوم نهايي طراحي مقطع تير در مثال۵-۱ را در حالتی بدست آوريد كه چهار ميلگرد T۱۰ در همان ترازي كه فولاد پيشتنيدگي قرار دارد، اضافه شوند. فرض كنيد $f_y = ۴۶۰ \, N/mm^۲$.
همان بلوك تنش مستطيلی كه در مثال ۵-٦ استفاده شد، در اينجا هم مورد استفاده قرار مي گيرد، با اين تفاوت كه تنش حاصله در فولاد معمولي نيز بايد اضافه شود. در اين مورد بهترين روش براي يافتن عمق تار خنثي استفاده از روش آزمون و خطا است؛ چون نمی توان فرض كرد كه هر دو نوع فولاد، تسليم شده اند. نتايج اين تحليل در جدول ۵-۲ نشان داده شده اند.
كرنش در فولاد پيش‌تنيدگي بصورت $\varepsilon_{pb} = \varepsilon_{pe} + \varepsilon_p$ است. كرنش در فولادهاي معمولي (ε_S) برابر با ε_p است؛ چون هر دو نوع فولاد در يك تراز هستند.
از جدول ۵-۲ مي توان مشاهده كرد كه با دقت كافي، x مي تواند ۲۲۵mm در نظر گرفته شود. با اين نتيجه عمق بلوك تنش ۲۰۳mm است. ولي با دقت كافي مي توان فقط بال را در فشار در نظر گرفت.



شکل ۵-۱۹ منحنی تنش-کرنش طراحی برای فولادگذاری معمولی
(کرنش ۰/۰۰۲ برای فولاد f_y=٤٦٠ MPa می باشد).

x (mm)	ε_{pb}	ε_{st}	f_{pb} (N/mm۲)	f_{st} (N/mm۲)	T (KN)	C (KN)
۲۰۰	۰/۰۱٤۱	۰/۰۰۸۷۵	۱٦۱۸	٤۰۰	۱٤۹۳	۱۲۹٦
۲۲۰	۰/۰۱۳۰	۰/۰۰۷٦٤	۱٦۰۲	٤۰۰	۱٤۸۰	۱٤۲٦
۲۲۵	۰/۰۱۲۷	۰/۰۰۷۳۹	۱٥۹۰	٤۰۰	۱٤٦۹	۱٤٥۸

جدول ۵-۲ محاسبه عمق تار خنثی برای تیر در مثال ۵-۹

لنگر مقاوم نهايي بصورت زير بدست مي آيد:

$$M_u = ۰/۴۵ \times ۴۰ \times ۴۰۰ \times ۲۰۰ (۷۰۰ - ۲۰۰/۲) \times ۱۰^{-۶} = ۸۶۴/۰ \quad kN.m$$

لذا لنگر مقاوم نهايي از مقدار ۸۲۷/۳ kN.m كه در مثال ۵-٦ بدست آمد، به اندازة ٤/٤% افزايش يافته است.

■■■

تحليل كامل مقطع با فولادگذاري معمولي در مثال بالا نشان داده شد تا اصول اساسي روشن شوند. اگر چه، در اغلب كارهاي عملي، جايگزين كردن سطح مقطع اين فولاد گذاري عادي با سطح مقطع معادل $A_s f_y / f_{pu}$ بر حسب فولاد پيش تنيدگی و سپس تحليل مقطع با استفاده از روشهايي كه قبلا" توضيح داده شد، به قدر كافي دقيق است.

با حضور فولاد در ناحيه فشاري، چه از نوع پيش تنيدگی و چه معمولي، مي توان به همان صورت از روش سازگاري كرنش ها كه در بالا براي فولاد در ناحيه كششي توضيح داده شد، برخورد كرد.

فولاد گذاري معمولي فقط بعد از اينكه بتن مقطع ترك مي خورد و بويژه در حالت حدي نهايي، واقعاً مفيد مي باشد. تحت بارهاي سرويس، تنش در اين فولاد كوچك است و حتي بسته به اينكه فولاد در چه موقعيتي در مقطع باشد، مي تواند فشاري باشد. اضافه كردن فولاد معمولي در محدود كردن عرض ترك و ايجاد ظرفيت مقاومت نهايي كافي بلافاصله بعد از انتقال، وقتي كه بتن هنوز نارس است، خيلي مفيد می باشد. قرار دادن فولاد معمولي در هر ناحيه اي از عضو كه كشش احتمال وقوع دارد، عملكرد خوبي است. يكي از كاربردهاي خاص اين مورد در تكيه گاه هاي اعضاي با تاندون مستقيم است كه تنش كششي حاصله بخصوص در موقع انتقال ممكن است از مقدار مجاز تجاوز كند. بعلاوه اين فولادگذاري در مقابل هرگونه ترك خوردگي كه ممكن است در اثر كاربرد نادرست تصادفي اعضاي سازه اي اتفاق بيفتد، مقاومت خواهد كرد. به عنوان مثال اين مساله مي تواند در اثر بلند كردن يک تير با تكيه گاه هاي ساده از وسط آن، اتفاق بيفتد.

٥ - ١١ اعضاي كلاس ٣

سه كلاس متفاوت اعضاي بتن پيش‌تنيده در بخش ٣ تعريف شدند. تحليل در حالت حدي بهره برداري كه در بخش٥-٢ توضيح داده شد، براي اعضاي كلاس ١ و ٢ مناسب است؛ چون در اين دو كلاس بتن بدون ترك باقي مي‌ماند. براي اعضاي كلاس ٣، اگر چه بتن ترك خورده فرض مي شود، هدف محدود كردن عرض تركها به مقادير قابل قبول است كه بستگي به شرايط محيطی عضو دارد.

روش ارائه شده در BS٨١١٠ برای سازه های كلاس ٣ بر اين اساس استوار است كه مقطع ترك نخورده فرض شود و تنش كششي حاصله از يک تنش فرضي متناظر با حداكثر اندازه ترك تعريف شده تجاوز نكند. اين تنش‌هاي كششی فرضي در جدول ٥-٣ نمايش داده شده اند و بايد توسط ضرايب جدول٥-٤ كه تنش هاي كششي فرضي را با افزايش عمق مقطع كاهش می دهند، اصلاح شوند. زيرا افزايش عمق مقطع باعث افزايش عرض ترک می شود. اگر فولاد گذاري اضافي معمولی در ناحيه كششي مقطع در نزديكی وجه كششی موجود باشد، می‌توان تنشهای فرضی كششی را بر اساس درصد نسبت سطح مقطع فولاد معمولي به سطح مقطع بتن در ناحيه كششي،به صورت زير افزايش داد:

براي ١% فولادگذاري در اين ناحيه تنش هاي جدول ٥-٣ ممكن است تا $۴/۰\ N/mm^{2}$ براي گروه هاي B , A و تا $۳/۰\ N/mm^{2}$ براي گروه C افزايش يابند. براي ساير درصدها، تنش ها ممكن است به تناسب افزايش يابند، به شرط اينكه كل تنش كششي فرضي افزايش يافته نبايد از $۰/۲۵f_{cu}$ تجاوز كند.

روش ارائه داده شده در BS۸۱۱۰ باید واقعا به عنوان یك روش طراحی مقدماتي و اولیه تلقي شود که براي تخمین ابعاد مقطع و مقدار فولاد پیش‌تنیدگي مناسب است. توسط این روش، مساحت ناحیه کششي بتن اثر قابل توجهي در تنش فولاد دارد در صورتي که در واقعیت تنش در فولاد خیلي کم از این مساحت بتن تاثیر مي پذیرد. آزمایش ها نشان داده اند که عرض ترك ها بیشتر به تنش فولاد بستگي دارند تا به تنش کششي فرضي در بتن.

گروه		محدوده عرض ترک (mm)	تنش طراحی (نیوتن بر میلیمتر مربع) برای بتن درجه		
			۳۰	٤۰	>۵۰
A	تاندونهای پیش کشیده	۰/۱	-	٤/۱	٤/۸
		۰/۲	-	۵/۰	۵/۸
B	تاندونهای پس کشیده دوغاب‌ریزی شده	۰/۱	۳/۲	٤/۱	٤/۸
		۰/۲	۳/۸	۵/۰	۵/۸
C	تاندونهای پیش کشیده ای که در ناحیه کششی گسترده شده اند و نزدیک به وجه کششی بتن قرار دارند	۰/۱	-	۵/۳	٦/۳
		۰/۲	-	٦/۳	۷/۳

جدول ۵-۳. تنشهای کششی فرضی برای اعضای کلاس ۳

عمق عضو (mm)	ضریب
۲۰۰ و کمتر	۱/۱
٤۰۰	۱/۰
٦۰۰	۰/۹
۸۰۰	۰/۸
۱۰۰ و بیشتر	۰/۷

جدول ۵-٤ ضرایب اصلاحی برای تنشهای کششی اعضای کلاس ۳

روش هاي ديگر طراحي در فصل ۹ توضيح داده خواهند شد ولي در تمام روش هاي طراحي، حالت حدي بهره برداري ترك خوردگي بايد كنترل شود. اين كار هم مي تواند با محاسبه عرض ترك ها بصورت مستقيم انجام شود يا توسط يافتن تنش در فولاد مجاور وجه كششي عضو و كنترل اينكه آيا زير حد مجاز هست يا نه.

يك رابطه براي عرض ترك (انجمن بتن، ۱۹۸۳) بصورت زير، پيشنهاد شده است:

$$w = (۰/۰۸ \times ۴cf_{st} / E_S) \quad mm \qquad (۵-۳)$$

كه در آن c پوشش فولاد معمولي است و f_{st} تنش حاصله در فولاد معمولي يا افزايش تنش در فولاد پيش‌تنيدگي تحت بار سرويس است كه با استفاده از تحليل مقطع ترك خورده كه در بخش ۵-٤ توضيح داده شد، بدست مي آيد.

به عنوان يك پيشنهاد، به جای استفاده از معادله ۵-۳ توصيه شده است (انجمن بتن، ۱۹۸۳) كه تنش f_{st} به $۱۵۰ \, N/mm^۲$ محدود شود به شرط آنكه تمام مقطع تحت بار دائمي (معمولا" بار مرده سازه به اضافه درصدي از بار زنده) در فشار باشد. اين تنش ممكن است تا $۲۰۰ \; N/mm^۲$ افزايش يابد به شرطی كه بار سرويس كل در زمانهای كوتاه به سازه وارد شود. در اين صورت هر تركي كه ايجاد شود موقتي خواهد بود و با كاهش يافتن بار كل، بسته خواهد شد.

تنش هاي فشاري مجاز تحت بار سرويس و تمام تنش ها در هنگام انتقال برای اعضای كلاس ۳ همانند اعضاي كلاس ۲ است.

يك مثال از طراحي كامل عضوی در كلاس ۳ در فصل ۱۳ آورده شده است.

■■■

مثال ۵-۱۰

براي تير مثال ۵-۱ حداكثر بار بهره برداري را كه تير مي تواند تحمل كند بدست آوريد. چنانچه تير در كلاس ۳ با حداكثر عرض ترك $۰/۲ \; mm$ طراحي شود.

با صرفنظر از اثر فولاد معمولي، از جدول ۵-۳، تنش كششي فرضي $۵/۰ \; N/mm^۲$ است. از جدول۵-٤, ضريب اصلاحي توسط درونيابی، $۰/۸۲۵$ تعيين می‌شود. لذا تنش مجاز فرضي بصورت زير بدست مي آيد:

$$f_{ht} = ۰/۸۲۵ \times ۵ = ۴/۱۳ \quad N/mm^۲$$

براي بدست آوردن حداكثر بار سرويس، تنش كششي در حالت حدي بهره برداري محاسبه مي شود:

$$\frac{۸۸۰ \times ۱۰^۳}{۲/۱۳ \times ۱۰^۵} + \frac{۸۸۰ \times ۱۰^۳ \times ۳۲۵}{۳۵/۱۲ \times ۱۰^۶} - \frac{M_s \times ۱۰^۶}{۳۵/۱۲ \times ۱۰^۶} = -۴/۱۳$$

$$\therefore \quad M_s = ۵۷۶/۱ \; kN.m$$

بار گسترده یکنواخت متناظر با این لنگر، برابر $۲۰/۵ kN/m$ است و این مقدار باید با بار $۱۵/۳ kN/m$ متناظر با لنگر $M_s = ۴۳۱/۱۰ kN.m$ وقتي که تیر در کلاس ۱ طراحی می‌شود، مقایسه گردد. لذا در صورتی که بتوان تیر را در کلاس ۳ طراحی کرد، طرح اقتصادی تری بدست می آید.

■■■

تحليل اعضاي کلاس ۳ در حالت حدي نهايي، مشابه اعضاي کلاس ۱ و ۲ انجام مي‌شود.

۵-۱۲ اعضاي با تاندون هاي نچسبيده

عمليات دوغاب ريزي اعضاي با تاندون هاي پس کشيده بعد از کشيدگی تاندونها، هم پرهزينه و هم وقت گير است و لذا در بعضي سازه ها، تاندون ها نچسبيده باقي مي مانند. اثر اين عامل در حالت حدي بهره برداري خيلي کم است. چون در بخش ۵-۳ نشان داده شد که تنش هاي اضافي که در اثر عملکرد مرکب فولاد چسبيده و بتن در فولاد پيش‌تنيدگي ايجاد مي شوند، اغلب خيلي کوچك هستند.
اما رفتار در حالت حدي نهايي به طور قابل ملاحظه اي متفاوت است و لنگر مقاوم نهايي يك مقطع با تاندونهای نچسبیده عموما" کوچکتر از مقاطع با تاندونهای چسبیده مشابه می باشد. وقتي که لنگر خمشي وارد شده به مقطع افزایش می یابد، تنش فولاد با سرعت کمتري نسبت به يك مقطع با تاندونهای چسبیده افزایش مي يابد. زيرا افزايش کرنش در فولاد در تمام طول چنين عضوی يکنواخت است و در طول عضو متناسب با دياگرام لنگر خمشي بصورت تدريجي تغيير نمي کند. وقتي بتن خرد مي شود، نيروي کششي موجود براي تشکيل لنگر مقاوم داخلي از يك عضو با تاندونهای چسبیده مشابه کمتر است.
تحليل مقاطع با تاندونهای نچسبیده در حالت حدي نهايي نمی تواند براساس سه اصل اساسي که در بخش ۵-۱ بيان شد تواند انجام شود، چون فرض (الف) ديگر برقرار نيست؛ يعني افزايش کرنش در فولاد ديگر برابر کرنش در بتن در همان تراز نيست؛ چون پيوستگی بين دو مصالح وجود ندارد.
در طول یک تیر با تاندونهای نچسبیده، نواحی غیر الاستیک و نواحی الاستیک ایجاد خواهد گردید. آزمایش‌های به عمل آمده نشان می دهد که اگر عمق تار خنثی در مقطع بحرانی برابر x باشد، طول ناحیه غیر الاستیک حدود $۱۰x$ است. افزایش طول بتن در نواحی الاستیک تیر در تراز تاندون ناچیز است و لذا افزایش طول ناحیه غیر الاستیک در تمام طول دهانه L تیر جذب خواهد گردید.

بنابراین کرنش کل حاصله در فولاد پیش تنیدگی در حالت حدی نهایی را می توان از رابطهٔ زیر بدست آورد:

$$\varepsilon_{pb} = \varepsilon_{pe} + ۰/۰۰۳۵[(d-x)/x]\ (۱۰x/L)$$

$$= \varepsilon_{pe} + ۰/۰۳۵\ (\frac{d}{L})\ (۱-\frac{x}{d})$$

در نتیجه تنش در این فولاد برابر است با:

$$f_{pb} = f_{pe} + (۰/۰۳۵\, E_s)(\frac{d}{L})(۱-\frac{x}{d}) \le ۰/۷ f_{pu}$$

از معادلهٔ تعادل نیرو می توان نوشت:

$$A_{ps}\, f_{pb} = ۰/۴۵\, f_{cu} b(۰/۹x)$$

در نتیجه:

$$x = ۲/۴۷\, A_{ps} f_{pb} / b f_{cu}$$

با فرض $\frac{f_{pb}}{f_{pu}} = ۰/۷$ در رابطهٔ فوق و $E_s = ۲۰۰\, kN/mm^۲$ ، رابطه مربوط به تنش در فولاد پیش‌تنیدگی و عمق تار خنثی به صورت زیر در می آید:

$$f_{pb} = f_{pe} + \frac{۷۰۰۰}{L/d}\left(۱ - ۱/۷\frac{f_{pu}A_{ps}}{f_{cu}bd}\right) \qquad (٥-٤)$$

$$x = ۲/۴۷ \times \frac{A_{ps} f_{pb}}{b f_{cu}} \qquad (٥-٥)$$

که در آن L طول تاندون بین تکیه گاه ها است. مقدار ماکزیمم f_{pb} نباید بزرگتر از $۰/۷ f_{pu}$ باشد.

■■■

مثال٥-۱۱

سطح مقطع يك دال پس کشیده با تاندونهای نچسبیده به دهانه 9m در شکل ٥-۲۰ نشان داده شده است. لنگر مقاوم نهايي را بدست آوريد. $f_{cu} = ۴۰\ N/mm^۲$ و $f_{pu} = ۱۸۲۰\ N/mm^۲$ می باشد. فرض کنید که مجموع افت هاي پيش‌تنيدگي ۲۵% باشد. تاندونها در ابتدا تا ۷۰% مقاومت نهایی کشیده شده اند.

براي عرض واحد دال داريم:

$$A_{ps} = \frac{۱۶۵}{۰/۲} = ۸۲۵ \quad mm^۲/m$$

$$\frac{f_{pu}A_{ps}}{f_{cu}bd} = \frac{۱۸۲۰ \times ۸۲۵}{۴۰ \times ۱۰۰۰ \times ۲۲۵} = ۰/۱۶۷$$

$$L/d = ۹۰۰۰/۲۲۵ = ۴۰$$

$$f_{pe} = ۰/۷۵ \times ۰/۷ \times ۱۸۲۰ = ۹۵۶ \quad N/mm^۲$$

از معادله ۵-٤:

$$f_{pb} = ۹۵۶ + \left(\frac{۷۰۰۰}{۴۰}\right)(۱ - ۱/۷ \times ۰/۱۶۷) = ۱۰۸۱ \quad N/mm^۲$$

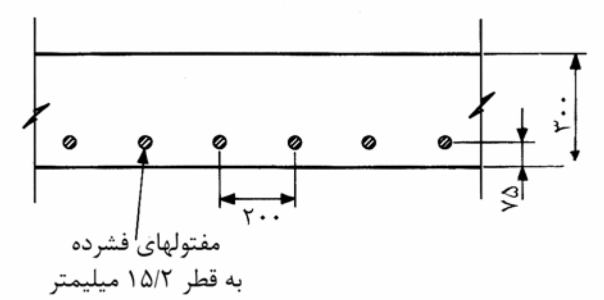
$$(\langle ۰/۷f_{pu} = ۱۲۷۴ \rangle)$$

از معادله ۵-۵:

$$x = ۲/۴۷ \times (۸۲۵ \times ۱۰۸۱)/(۱۰۰۰ \times ۴۰) = ۵۵ \quad mm$$

سپس با استفاده از معادله ۵-۲:

$$M_u = ۱۰۸۱ \times ۸۲۵(۲۲۵ - ۰/۴۵ \times ۵۵) \times ۱۰^{-۶} = ۱۷۸/۶ \quad kN.m/m$$



شکل ۵-۲۰

در اعضاي با تاندون نچسبيده در حالت حدي نهايي، ترک‌های کم با عرض زياد ايجاد می شود؛ در صورتيکه در اعضای با تاندون چسبيده تعداد زيادی ترک با عرض کم ايجاد می شود. اضافه کردن فولاد معمولي عرض ترکها را محدود خواهد کرد و بعلاوه به مقاومت نهايي عضو اضافه می کند. لنگر مقاوم نهايي در اين مورد مي تواند با جايگزين کردن مساحت فولاد اضافه شده (A_s) با مقدار مساحت معادلش از فولاد پيش‌تنيدگي (A_sf_y/f_{pu}) تعيين شود.

يك عيب استفاده از تاندون نچسبيده اين است كه تمام اتكا در مهارها است بطوري كه در حالتي كه پارگي در تاندونها اتفاق بيفتد، مهارها (تكيه گاه ها) بايد اثر كاهش ناگهاني انرژي كرنشي را كه در تاندون ها ذخيره شده است، تحمل كنند. در صورت استفاده از تاندونهاي چسبيده، آزادشدن انرژي كرنشی توسط بتن احاطه كننده تاندون ها نيز جذب مي شود. عدم وجود پيوستگی در صورتيكه تاندونها نياز به پيش‌تنيدگی بيشتر يا آزاد كردن تنش داشته باشند، يك مزيت محسوب می‌شود. همانطور كه در فصل ۱ بيان شد، جهت تخريب سازه هاي بتن پيش‌تنيده كه به پايان عمر مفيد خود رسيده اند، دقت زيادي لازم است. اگر تاندونها نچسبيده باشند، نيرو در تاندون ها مي تواند بسته به نوع مهارها به يك جك منتقل شود و سپس به تدريج با كاهش فشار جك هيدروليكي به صفر كاهش داده شود. برای تاندونهاي چسبيده، يك نيروي قابل توجه ناشي از پيوستگی بين بتن و فولاد هنوز در تاندون ها باقي خواهد ماند كه اين مي تواند در طول تخريب یک مزيت محسوب شود چون تاندون ها مي توانند به طول هاي كوچكي بريده شوند كه در چنين حالتی هر طول به عنوان يك تاندون پيش تنيده عمل مي كند.

اغلب عمليات پيش‌تنيدگي دالهاي بتنی با استفاده از تاندون هاي نچسبيده انجام مي شود. چون دوغاب ريزي تعداد زيادي از تاندون ها در دال عمليات پر هزينه ای است. تاندون ها در دال ها قبل از بتن ريزی اغلب گريس كاري شده و در نواری پيچيده می شوند. گريس تنها براي از بين بردن پيوستگی بين بتن و فولاد بكار نمي‌رود؛ بلكه به كاهش اصطكاك وقتي كه تاندون ها كشيده می شوند، نيز كمك مي كند. اطلاعات كمكی مورد نياز براي محافظت تاندون هاي نچسبيده را مي توان در مرجع Fe’de’ration Internationale de la Pre'contrainte (۱۹۸٦) جستجو نمود.

۱۳-۵ مراجع

۱. Concrete Society (۱۹۸۳) Partial Prestressing, Technical Report No. ۲۳, London.

۲. Fédération Internationale de La Précontrainte (۱۹۸٦). Corrosion Protection of Unhonded Tendons, London.

۳. Mosley, W. H. and Bungey, J. H. (۱۹۸۷) Reinforced Concrete Design, Macmillan, London.

٤. Rowe, R. E. et al. (۱۹۸۷) Handbook to British Standard B٥٨۱۱۰: ۱۹۸٥ Structural Use of Concrete, Viewpoint, London.

فصل ٦- خيز

١-٦ محدوديت خيز

اهميت كارايي سازه در حالت حدي بهره‌برداري خيز به صورت كلي در فصل سوم بيان شد. اثر خيز در سازهای خاص نسبت به كاربري سازه متفاوت مي‌باشد. به عنوان مثال در پلها خيز بيش از حد مي تواند منجر به جمع‌شدگي آب در سطح پل گردد. مشابه اين مشكل در بام ساختمانهاي با تيرهاي داراي دهانه هاي بزرگ رخ مي‌دهد. اگر اين حوضچه بيش از حد بزرگ شود، يك بار مرده ناخواسته اضافي روي تيرها اعمال مي گردد. خيز بيش از اندازه كفها ممكن است موجب ترك در تيغه ها و پنجره ها گردد.

آيين نامه BS۸۱۱۰ توصيه مي كند در سازه هايي كه افتادگي اعضا قابل مشاهده است، مقدار خيز به L/۲۵۰ محدود گردد. L طول دهانه تير و يا طره مي باشد. در سازه هايي كه تيغه‌ها و نماي كار براي تغيير مكان عضو سازه‌اي مجاور طراحي نشده اند، اين مقدار محدود به L/۵۰۰ يا حداكثر ۲۰ ميليمتر براي مصالح ترد و شكننده و محدود به L/۳۵۰ يا حداكثر ۲۰ ميليمتر براي مصالح انعطاف پذير مي گردد. اين اعداد براي قوس اوليه به سمت بالا يا خيز منفی اوليه اعضا پيش تنيده بتني نيز قابل استفاده است.

خيز در سازه هاي بتني به علت وجود فاكتورهاي غيرخطي بيشمار دخيل در آن، با دقت بالايي قابل پيش بيني نيست. خود بتن داراي منحني تنش-كرنش خطي نيست. رابطه بار-تغيير شكل در تيرهاي بتني، اعم از مسلح يا پيش تنيده غيرخطي مي باشد، چون سختي به يكباره با ترك خوردن بتن تغيير مي كند. بنابراين شيوه محاسبه ارائه شده در اين فصل فقط تخميني از خيز ارايه مي دهد. در بيشتر سازه‌ها، بهترين جمله‌اي كه مي‌توان گفت اين است كه تعيين خيزها با محدوديتهاي خاصي آميخته است. اگر تعيين دقيق ميزان خيز براي يك سازه خاص بسيار مهم باشد، تنها راه حل قابل اطمينان انجام آزمايش روي مدلي از سازه با همان مصالح است.

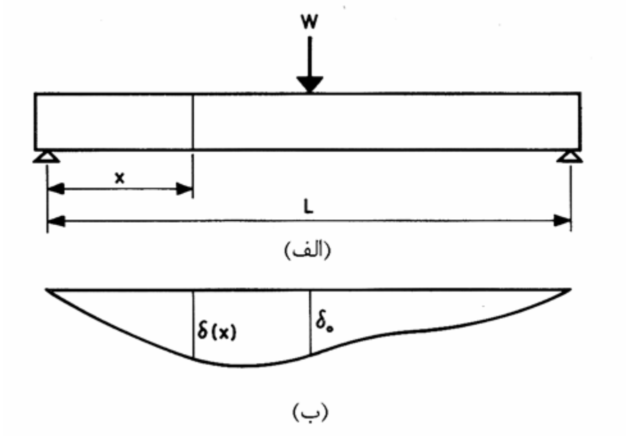
خيز در اعضا پيش تنيده نسبت به اعضا بتن مسلح اين تفاوت را دارد كه در اعضا پيش تنيده با آرايش مناسب تاندونهاي پيش تنيدگي، خيز تحت اثر بار مي تواند به طور كامل محو شود. تفاوت ديگر اين است كه در اعضا پيش تنيده هميشه يك خيز حتي بدون اعمال سربار وجود دارد. اين قوس اوليه رو به بالا، خيز منفي ناميده مي شود. وجود اين خيز منفي استفاده از نسبت هاي دهانه به عمق براي تخمين ابعاد اوليه تير را با مشكل مواجه مي كند، گرچه اين شيوه در اعضا بتني مسلح كاملاً معمول مي باشد، معذالك يكسري اعداد كمكي تجربي براي تيرهاي با تكيه گاه ساده وجود دارد. براي تيرهايي كه بار سنگيني را تحمل خواهند كرد، مثل تير پلها در اعضا كلاس يك، نسبت دهانه به عمق ۲۰ تا ۲٦ مناسب مي باشد و براي تيرهاي كلاس دو و سه كه در تير طبقات يا بام مورد استفاده قرار گرفته اند،نسبت دهانه به عمق ۲٦ تا ۳۰ يك تخمين اوليه مناسب براي ابعاد مقطع را ارائه مي دهد. نسبتهاي دهانه به عمق براي طراحي دالهاي تخت بتن پيش تنيده در فصل سيزدهم بررسي مي گردد.

عامل ديگري كه بر خيز تمامي سازه هاي بتني تاثير مي‌گذارد، سهم بارهاي دائمي از كل بار مي باشد. بار دائمي شامل كل بار مرده به علاوه قسمتي از بارهاي زنده است كه هميشه يا بيشتر اوقات بر اعضا وارد مي‌شود. تخمين بارهاي دائمي دقت بيشتري نسبت به بارهاي گذرا داشته و بيشترين اثر را نيز بر خيز دارند. كلاً براي ادارات و ساختمانهاي مسكوني حدوداً ۲۵ درصد كل بار دائمي مي باشد. ولي براي انبارها اين مقدار به ۷۵ درصد نيز مي رسد. يك روش قابل قبول طراحي وقتي كه نسبت بار دائمي بالا مي باشد اين است كه اطمينان

پيدا كرد كه خيز تحت اثر بارهاي دائمي در محدوده مشخصي كه قبلاً ذكر شد قرار داشته باشد و پذيرفت كه اين مقدار وقتي عضو تحت اثر بار سرويس حداكثر موقتي قرار مي گيرد از حدود مذكور تجاوز مي كند.
همانطور كه در فصل دوم ذكر شد، بتن تحت بار وارده هم دچار خيز آني و هم خيز بلندمدت به علت خزش مي‌گردد. بنابراين خيز سازه هاي بتني بايد هم در شرايط كوتاه مدت وهم بلند مدت بررسي گردد.

٦-٢ خيز كوتاه مدت تيرهاي كلاس يك و دو

تخمين خيز اعضا بتني پيش تنيده نسبت به اعضا بتني مسلح راحت تر است، زيرا در اعضا كلاس يك و دو، مقطع بتني ترك نخورده باقي مي ماند و روشهاي معمولي مقاومت مصالح براي تعيين ميزان خيز مناسب مي‌باشد. چندين روش بر اين اساس وجود دارد ولی در اينجا روشي كه بر مبناي قضيه كار مجازي است، استفاده مي گردد.
اين روش با حل يك مثال ساده توضيح داده مي شود. تير شكل ٦-١ الف داراي تكيه گاه ساده بوده وتحت اثر بار نقطه‌اي W در حال تعادل مي باشد. يك تغيير شكل اختياري براي تير در ٦-١ ب نشان داده شده است. اين تغيير شكل هيچ ارتباطي به تغيير شكل واقعي تير تحت اثر بار W ندارد. فقط كافيست كه تغيير مكان در هر نقطه كوچك باشد و از لحاظ هندسي با انحنا در طول تير سازگار باشد.



شكل ٦-١ قضيه كار مجازي

قضیه کار مجازي مي گويد که کار انجام شده تحت اثر بار خارجی W در طول تغيير مکان داده شده که از منحني خيز اختياري به دست آمده است برابر است با کار داخلي انجام شده در طول تير براي اين تغيير مکان. معمولاً فقط کار داخلي مربوط به خمش در نظر گرفته مي شود. بنابراين:

$$W\delta_o = \int_{\cdot}^{L} M(x)\,d\theta$$

که در آن M(x) لنگر خمشی در مقطع x تحت اثر بار وارده مي باشد، و θ دوران تير در مقطع تحت اثر تغيير مکان مجازي مي باشد. اين قضيه در اينجا به اين صورت مورد استفاده قرار مي گيرد که براي يافتن خيز سازه در يك نقطه، بار واحد در آن نقطه و در جهت تغيير مکان قرار داده مي شود و تغيير مکان مجازي به عنوان تغيير مکان واقعي سازه در نظر گرفته مي شود. رابطه کار مجازي به صورت زير نوشته مي شود:

$$۱\times\delta_o = \int_{\cdot}^{۱} M'(x)\,d\theta \qquad (۱-٦)$$

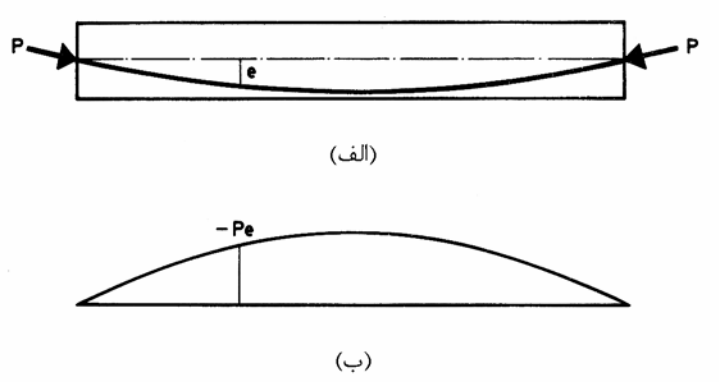
که در آن M'(x) لنگر خمشي در مقطع x تحت اثر بار واحد مي باشد. دوران Δθ در هر المان کوچك Δx از تير توسط رابطه زير ارائه مي شود:

$$\Delta\theta = \frac{M(x)}{EI}\Delta x$$

که در آن EI سختي خمشي تير مي‌باشد. بنابراين معادله ۱-٦ به صورت زير در مي آيد:

$$\delta_o = \int_{\cdot}^{۱} \frac{M'(x)M(x)}{EI}\,dx$$

انتگرال حاصلضرب دو نمودار لنگر خمشي با قاعده سيمپسون به صورت عددي قابل محاسبه است.



شکل ٦-۲ دیاگرام لنگر ناشی از پیش تنیدگی

براي تعيين خيز اعضاي با تكيه گاه ساده تحت نيروي پيش تنيدگي بايد به اين نكته توجه داشت كه لنگر در هر مقطع x از طول تير با رابطه Pe(x) محاسبه می شود كه e(x) خروج از مركزيت نيروي پيش تنيدگي در مقطع مي باشد. بنابراين لنگر ناشي از نيروي پيش تنيدگي با توجه به محل مركز سطح عضو و محل برآيند نيروهاي پيش تنيدگي محاسبه مي گردد كه براي تير نشان داده شده در شكل ٦-٢ الف در شكل ٦-٢ ب رسم شده است.

در تيرهاي پيش تنيده نامعين محل برآيند نيروهاي پيش تنيدگي لزوماً روي برآيند مركز كابلهاي پيش‌تنيدگي قرار ندارد و نمودار لنگر ناشي از پيش تنيدگي به صورتي كه قبلاً ذكر شد قابل محاسبه نمي‌باشد. اما اگر نمودار لنگر خمشي ناشي از نيروي پيش تنيدگي تعيين شده باشد (با روشهايي كه در فصل ۱۱ توضيح داده مي‌شود)، قضيه كار مجازي برای محاسبه خيز در هر نقطه به صورتي كه در بالا ارائه شد، قابل استفاده مي‌باشد.

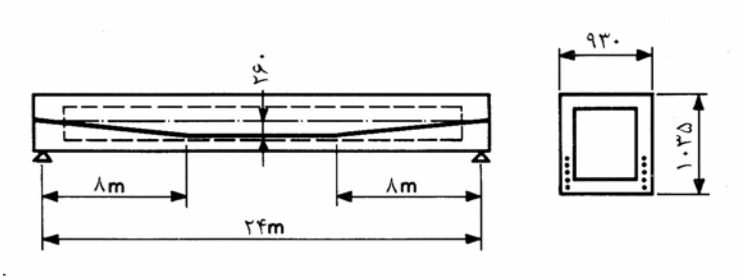
■■■

مثال ٦-۱

مطلوبست محاسبه خيز در وسط دهانه تير نشان داده شده در شكل ٦-۳ در:

الف) حالت انتقال و نيروي پيش تنيدگي ٦٨۰۰kN

ب) تحت بار زنده ۳۰ kN/m وقتي كه نيروي پيش تنيدگي به ٤٥۰۰ kN كاهش يافته است.



شكل ٦-۳

١١/٢٦ kN/M = وزن خود تير

١١/٢٦+٣٠ = ٤١/٢٦ kN/M = كل بار سرويس

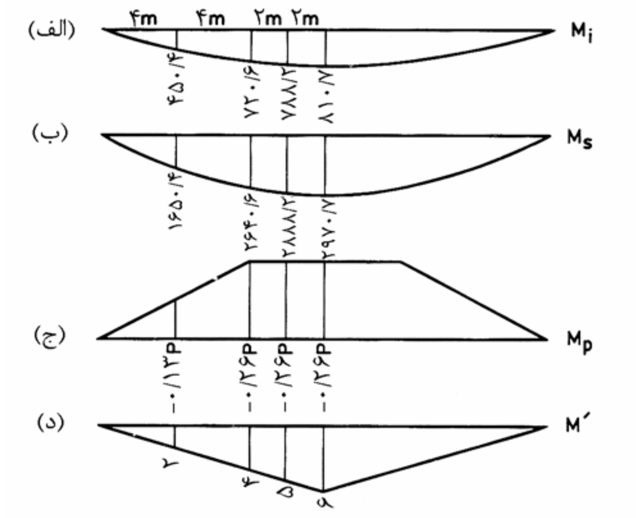
توزيع دياگرام لنگر خمشي ناشي از وزن خود تير و بار بهره برداري، (M_i و M_S) به ترتيب در شكل ٦-٤ الف و شكل ٦-٤-ب نشان داده شده است. شكل ٦-٤-ج دياگرام لنگر M_p به واسطه نيروي پيش تنيدگي و شكل ٦-٤-د دياگرام لنگر M' به علت بار قائم واحد در مركز تير را نشان مي دهد.

الف) در حالت انتقال، خيز وسط دهانه توسط رابطه زير محاسبه مي شود:

$$\delta_i = \int_{\cdot}^{L} \frac{M'(x)(M_i + M_p)}{EI}\,dx$$

بنابراين:

$$\delta_i = (٢\times\frac{٨}{٦EI})[٤(٤٥٠/٤-٠/١٣P)(٢)+(٧٢٠/٦-٠/٢٦P)(٤)]$$
$$+(٢\times\frac{٤}{٦EI})[(٧٢٠/٦-٠/٢٦P)(٤)+٤(٧٨٨/٢-٠/٢٦P)(٥)+(٨١٠/٧-٠/٢٦P)(٦)]$$



شكل ٦-٤

که با جايگذاري:

$$P = ۶۸۰۰kN$$

خواهيم داشت:

$$\delta_i = -\frac{۵۹۷۹۵}{EI}$$

براي مقطع به کار رفته $I = ۰/۰۶۳۹۶\ m^۴$ و مقدار E در کوتاه مدت مي تواند $۲۸\times۱۰^۶\ kN/m^۲$ در نظر گرفته مي شود.

$$\delta_i = -\frac{۵۹۷۹۵}{۲۸\times۱۰^۶\times۰/۰۶۳۹۶} = -۰/۰۳۳۴m$$

بنابراين خيز ٣٣/٤ ميليمتر به سمت بالا مي باشد، که $\frac{۱}{۷۱۹}$ طول دهانه مي باشد و قابل قبول است. اين مقدار نبايد از $\frac{۱}{۳۵۰}$ دهانه بيشتر باشد.

ب) تحت بار سرويس، حداکثر خيز به صورت زير محاسبه مي شود:

$$\delta_s = \int_۰^L \frac{M'(x)(M_s + M_p)}{EI}dx$$

بنابراين:

$$\delta_s = (۲\times\frac{۸}{۶EI})[۴(۱۶۵۰/۴ - ۰/۱۳P)(۲) + (۲۶۴۰/۶ - ۰/۲۶P)(۴)]$$
$$+ (۲\times\frac{۴}{۶EI})[(۲۶۴۰/۶ - ۰/۲۶P)(۴) + ۴(۲۸۸۸/۲ - ۰/۲۶P)(۵) + (۲۹۷۰/۷ - ۰/۲۶P)(۶)]$$

که با جايگذاري:

$$P = ۴۵۰۰kN$$

خواهيم داشت:

$$\delta_s = \frac{۱۰۶۴۸۲}{EI}$$

$$\delta_s = \frac{۱۰۶۴۸۲}{۲۸\times۱۰^۶\times۰/۰۶۳۹۶} = ۰/۰۵۹۵m$$

بنابراين حداكثر خيز تحت بار سرويس برابر ۵۹/۵ ميليمتر، يا $\frac{۱}{۴۰۴}$ دهانه مي باشد و كمتر از حداكثر خيز مجاز براي تيغه هاي ساخته شده با مصالح انعطاف پذير يعني $\frac{۱}{۳۵۰}$ دهانه مي باشد و لذا مناسب است. اگر تير مثال ٦-١ به صورت يك تير ساده الاستيك تحت بار گسترده يكنواخت بود، حداكثر خيز به صورت زير محاسبه مي‌شد:

$$\delta_i = \frac{۵}{۳۸۴} \times \frac{۴۱/۲۶ \times ۲۴^۴}{۲۸ \times ۱۰^۶ \times ۰/۰۶۳۹۶} = ۰/۰۹۹۵m$$

بنابراين حداكثر خيز برابر ۹۹/۵ ميليمتر يا $\frac{۱}{۲۴۰}$ دهانه مي باشد كه بالاتر از $\frac{۱}{۲۵۰}$ دهانه بوده و خيز بيش از حدتير با چشم قابل تشخيص خواهد بود. عمل پيش تنيدگي موجب كاهش خيز و در نتيجه عملكرد بهتر تير تحت بار سرويس مي شود.

■■■

٦-٣ محاسبه خيز براي اعضاي كلاس سه

شيوه معمولي مقاومت مصالح براي محاسبه خيز در اعضاي كلاس يك و دو مي‌تواند براي اعضا كلاس سه نيز به كار رود، مشروط به آنكه تنش كششي تحت بار دائمي از مقادير داده شده در جدول ۳-۳ تجاوز نكند. در غير اين صورت، بايد فرض كرد كه مقطع ترك مي خورد و روشهاي تحليلي دقيقتري بايد استفاده شود.

يك رابطه عمومي بين انحنا $۱/r$ در نقطه اي به طول x در عضو و خيزy موجود به صورت زير وجود دارد:

$$\frac{۱}{r} = \frac{d^۲y}{dx^۲} \qquad (٦-۲)$$

براي محاسبه خيز در هر نقطه، از معادله ٦-۲ بايد دو مرتبه انتگرالگيري كرد، كه معمولاً به شيوه هاي عددي انجام مي گيرد.

در BS۸۱۱۰ توصيه شده است براي كاربرد انحنا در رابطه ٦-۲، بايد انحنا در دو حالت ترك خورده و ترك نخورده محاسبه شود و بزرگترين مقدار آن در معادله استفاده شود.

انحناي ترك نخورده از رابطه زير محاسبه مي شود:

$$\frac{۱}{r_u} = \frac{M_x}{E_c I_g} \qquad (٦-۳)$$

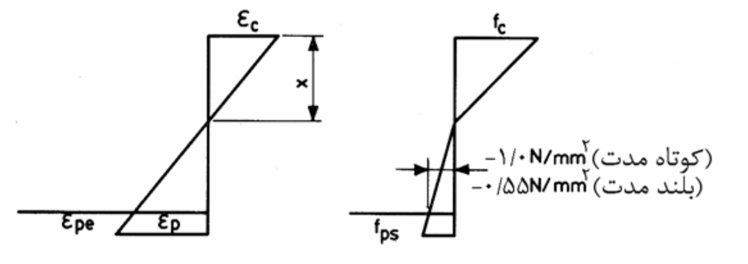
كه M_x لنگر خمشي در مقطع به فاصله x و E_cI_g سختي خمشي بر اساس مقطع ترك نخورده است.
انحناي مقطع ترك خورده با توجه به توزيع كرنش و تنش كه در شكل ٦-٥ نشان داده شده است، قابل محاسبه می‌باشد. تحليل مقطع ترك خورده با اين فرض كه تمام بتن زير تار خنثي ترك مي خورد در فصل پنجم بررسي شده است. البته در عمل اين قسمت كاملاً ترك نمي خورد و به سختي تير كمك خواهد كرد. جهت ملحوظ نمودن اين اثر، تنش کششی بتن در تراز فولاد پيش تنيدگي در محاسبات كوتاه مدت برابر $۱/۰۰N/mm^۲$ فرض مي شود و در حالت بلند مدت برابر $۰/۵۵N/mm^۲$ در نظر گرفته مي شود. وقتي كه عمق تار خنثي با تحليل مقطع ترك خورده به دست آمد، انحنا مقطع ترك خورده با رابطه زير به دست مي‌آيد:

$$\frac{۱}{r_c} = \frac{\varepsilon_c}{x}$$

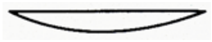
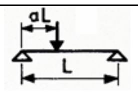
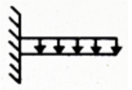
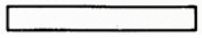
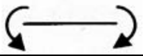
يك روش ساده براي تعيين خيز حداكثر مقاطع بتني در BS۸۱۱۰ ارائه شده است كه براي مقاطع كلاس سوم با درصد فولاد پيش تنيدگي كم بسيار مناسب مي باشد. در اين حالت، خيز حداكثر y_{max} با رابطه زير به دست مي آيد:

$$y_{max} = \frac{KL^۲}{r_b} \qquad (٦-٤)$$

كه در آن L طول مؤثر دهانه، و $۱/r_b$ انحنا در وسط دهانه، يا در تكيه گاه براي تيرهاي طره مي باشد و K ضريبي است كه به شكل منحني لنگر خمشي بستگي دارد. مقدار K براي چند نوع دياگرام معمول لنگر خمشي در جدول ٦-١ نشان داده شده است. براي محاسبه خيز در بارگذاريهاي پيچيده‌تر، نبايد براي يافتن K از اصل جمع آثار قوا استفاده شود و بايد از K مرتبط با بارگذاري واقعي استفاده كرد.



شكل ٦-٥ توزيع كرنش و تنش برای محاسبة انحنا در مقطع ترک خورده

K	نمودار لنگر خمشی	نوع بارگذاری
$\frac{۵}{۴۸}$		
$\frac{۳-۴a^{۲}}{۴۸(۱-a)}$		
۰/۲۵		
۰/۱۲۵		

جدول ٦-١ ضریب K برای استفاده در معادلهٔ ٦-٤

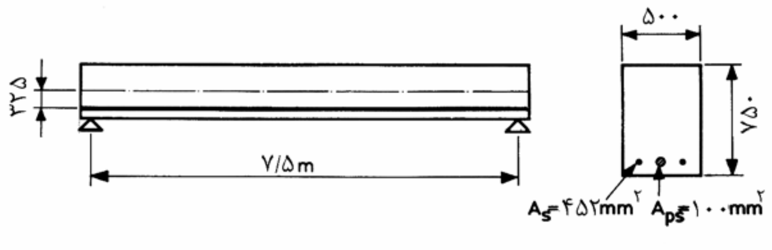
به عنوان مثال اگر بارگذاري وارد بر تير از دو نوع بارگذاري با ضرائب $K_{۱}$ و $K_{۲}$ تشكيل شده باشد و لنگر حداكثر اين دو بارگذاري به ترتيب $M_{۱}$ و $M_{۲}$ باشد K مناسب از رابطه $K=\frac{K_{۱}M_{۱}+K_{۲}M_{۲}}{M_{۱}+M_{۲}}$ بدست مي آيد.

مثال ٦-٢

تير نشان داده شده در شكل ٦-٦ نيروي پيش تنيدگي ۱۰۰kN با احتساب افتها دارد و همچنين سربار گسترده يكنواخت ٢٤ kN/m را تحمل مي كند. ميزان خيز حداكثر كوتاه مدت تير نسبت به موقعيت تير در هنگام انتقال را حساب كنيد. اگر بدانيم كه تير در كلاس ۳ طراحي شده است.

الف) معادلهٔ ٦-٢ را به كار ببريد.

ب) معادلهٔ ٦-٤ را به كار ببريد.



شكل ٦-٦

فاصلة مقطع از تكيه گاه	L/۸	L/٤	۳L/۸	L/۲
(Ms-Mi) (kNm)	۷۳/۸	۱۲٦/۵	۱۵۸/۲	۱٦۸/۷
ترک خورده 1/rc(mm-۱×۱۰-۷)	۰/۷٤	٤/۸۵	۱۰/۳۱	۱۲/٤۰
ترک نخورده 1/ru (mm-۱×۱۰-۷)	۱/۵۰	۲/۵۷	۳/۲۱	۳/٤۳

جدول ٦-۲ (انحناي محاسبه شده براي تير) مثال ٦-۱

الف:

$$f_{pe} = ۱۰۰ \times ۱۰^{۳} / ۱۰۰ = ۱۰۰۰ \, N/mm^{۲}$$

$$\varepsilon_{pe} = ۱۰۰۰ / (۱۹۵ \times ۱۰^{۳}) = ۰/۰۰۵۱۳$$

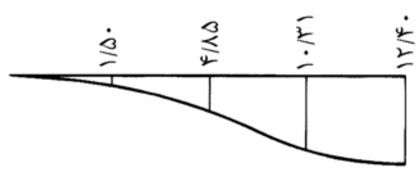
شعاع انحنا مقطع ترك خورده با در نظر گرفتن معادلات سازگاري، رفتاري و تعادل در مقطع حاصل مي شود. روابط تنش و كرنش كه در شكل ۳-۳ و ۳-٤ نشان داده شده است، مورد استفاده قرار مي گيرند. توزيع تنش و كرنش در مقطع مطابق شكل ٦-۵ بوده و روش بر اساس سعي و خطا مي باشد. اگر ماشين حساب قابل برنامه ريزي يا ميكرو كامپيوتر در دسترس باشد محاسبات خيلي زود به نتيجه مي رسد. انحنا تير در مقاطع مختلف در دو حالت ترک خورده و ترك نخورده در جدول ٦-۲ نشان داده شده است.توزيع انحنا كه براي يافتن تغيير مكان مورد استفاده قرار مي گيرد در شكل ٦-۷ نشان داده شده است. تغيير در شيب بين تكيه گاه چپ و يك چهارم دهانه و مقطع وسط دهانه با استفاده از قانون انتگرال سيمپسون محاسبه مي شود.

$$\left[\frac{dy}{dx}\right]_{۰}^{۱/۸۷۵} = \left(\frac{۹۳۷/۵}{۳}\right) \times (-۴ \times ۱/۵۰ - ۴/۸۵) \times ۱۰^{-۷} = -۰/۳۴ \times ۱۰^{-۳}$$

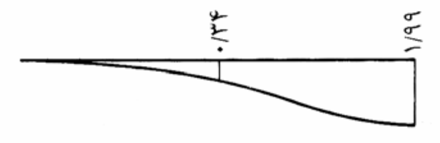
$$\left[\frac{dy}{dx}\right]_{۰}^{۳/۷۵} = \left(\frac{۱۸۷۵}{۳}\right) \times (-۴ \times ۴/۸۵ - ۱۲/۴۰) \times ۱۰^{-۷} = -۱/۹۹ \times ۱۰^{-۳}$$

توزيع شيب در طول تير نسبت به تكيه گاه چپ درشكل ٦-۸ نشان داده شده است. تغيير مكان بين تكيه گاه چپ و وسط دهانه با فرمول زير قابل محاسبه است:

$$[y]_{۰}^{۳/۷۵} = y_{max} = \left(\frac{۱۸۷۵}{۳}\right) \times (۴ \times ۱/۶۵ + ۱/۹۹) \times ۱۰^{-۳} = ۵/۳۷ \, mm$$



شكل ٦-٧ توزيع انحنا براي تير مثال ٦-٢



شكل ٦-٨ توزيع شيب در تير مثال ٦-٢

ب:

از جدول ٦-١ می دانیم

$$K=\cdot/\text{١٠٤}$$

از جدول ٦-٢ انحنا مقطع ترك خورده در وسط دهانه برابر است با:

$$\text{١٢/٤} \times \text{١٠}^{-\text{٧}}\ mm^{-\text{١}}$$

از این رو داریم:

$$y_{max} = \cdot/\text{١٠۴} \times \text{٧۵٠٠}^{\text{٢}} \times \text{١٢/۴} \times \text{١٠}^{-\text{٧}} = \text{٧/٣}\ mm$$

يك روش ديگر براي محاسبه خيز در وسط دهانه به غير از روشي كه در BS۸۱۱۰ آمده توسط آيين نامه ACI۳۱۸-۷۷ مشخص شده است. در اين روش ممان اينرسي مؤثر استفاده مي شود كه از فرمول زير به دست مي آيد:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^{\text{٣}} I_g + \left[\text{١} - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^{\text{٣}}\right] I_{cr} \qquad (\text{٦-٥})$$

كه I_{cr} , I_g به ترتيب ممان اينرسي مقطع ترك نخورده و ترك خورده هستند. مقدار I_e از معادله ٦-٥ محاسبه مي شود كه مي توان از آن در معادله ٦-٣ استفاده كرد.

٦-٤ - متعادل كردن بار

اين واقعيت كه نيروي برون محور پيش تنيدگي سبب تغيير شكل تير به سمت بالا مي‌شود منجر به روشي براي طراحي مي شود كه به روش متعادل كردن بار مشهور است. با يك تركيب مناسب از نيروي پيش تنيدگي

و برون محوري آن مي توان تغيير شكل تيرهاي پيش تنيده را در تمام حالات يا برخي حالات بارگذاري به صفر رساند. در اين حالت تنش در عضو فقط تنش محوري فشاري خواهد بود. هرگونه تغيير شكل اضافي ناشي از بارهاي نامتعادل را مي توان از روشهاي معمول مقاومت مصالح به دست آورد.
حالات و شرايطي وجود دارد كه با توجه به آن طراح مي تواند ميزان بار متعادل شده را مشخص كند. به عنوان مثال اگر تمام بار متعادل شود و طراحی‌ای براي خنثي كردن خيز براي بار كل صورت گيرد در اين صورت يك خيز منفي غير قابل قبول ممكن است در مرحله انتقال به وجود آيد.
به عنوان يك معيار منطقي بار دائمي مي تواند به عنوان بار متعادل شده مورد استفاده قرار گيرد. از نظر تئوري، يك بار گسترده را فقط مي توان با يك تاندون پيش تنيدگي منحني متعادل نمود و يك بار متمركز تنها به وسيله يك تاندون انحرافي قابل تعادل است.

■■■

مثال ٦-٣

براي تير نشان داده شده در شكل ٦-٩ مقدار نيروی پيش تنيدگي را طوري مشخص كنيد كه بتواند بار اعمال شده ۲۰kN/m را متعادل كند؛ همچنين توزيع تنش در وسط دهانه را به دست آوريد.
از فصل اول داريم كه بار معادل با يك نيروي پيش تنيده كه در تاندون سهمي شكل وجود دارد از فرمول زير محاسبه مي شود:

$$w = ۸Pe/L^{۲}$$

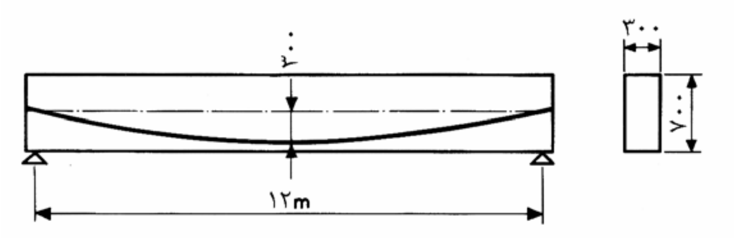
از اين رو نيروي پيش تنيدگي كه مي تواند بار ۲۰kN/mرا متعادل كند برابر است با:

$$p = (۲۰\times۱۲^{۲})/(۸\times۰/۳) = ۱۲۰۰\ kN$$

مشخصات مقطع عبارتند از:

$$A_c = ۲/۱\times۱۰^{۵}\ mm^{۲}$$

$$Z_b = Z_t = ۲۴/۵\times۱۰^{۶}\ mm^{۳}$$



شكل ٦-٩

در وسط دهانه:

$$M_s = (۲۰\times۱۲^۲)/۸ = ۳۶۰\,kN.m$$

$$f_t = \frac{۱۲۰۰\times۱۰^۳}{۲/۱\times۱۰^۵} - \frac{۱۲۰۰\times۱۰^۳\times۳۰۰}{۲۴/۵\times۱۰^۶} + \frac{۳۶۰\times۱۰^۶}{۲۴/۵\times۱۰^۶} = ۵/۷۱ - ۱۴/۶۹ + ۱۴/۶۹ = ۵/۷۱\,N/mm^۲$$

$$f_b = \frac{۱۲۰۰\times۱۰^۳}{۲/۱\times۱۰^۵} + \frac{۱۲۰۰\times۱۰^۳\times۳۰۰}{۲۴/۵\times۱۰^۶} - \frac{۳۶۰\times۱۰^۶}{۲۴/۵\times۱۰^۶} = ۵/۷۱ + ۱۴/۶۹ - ۱۴/۶۹ = ۵/۷۱\,N/mm^۲$$

همانگونه كه انتظار مي رفت اين مقطع در فشار يكنواخت مي باشد.

٥-٦ محاسبة خيز بلندمدت تير

تغيير شكلها در تيرهاي پيش تنيده به دو بخش كوتاه مدت و بلندمدت تقسيم مي‌شود. تغيير شكل كوتاه مدت، تغيير شكل الاستيك تير و تغيير شكل بلند مدت ناشي از پديده خزش و جمع شدگي بتن است. تاثير خزش مي تواند با استفاده از روش BS۸۱۱۰ لحاظ گردد. در اين روش يك ضريب ارتجاعي مؤثر E_{ceff} مشخص مي شود كه به صورت زير است:

$$E_{ceff} = E_{ct}/(۱+\phi)$$

كه در آن E_{ct} ضريب ارتجاعي بتن در سن موردنظر و ϕ ضريب خزش است كه در فصل دوم تعريف شده است.

مقدار E_{ct} مي تواند از معادله ٦-٧ مشخص شود كه در آن $E_{c۲۸}$ و $f_{cu۲۸}$ مدول الاستيسيته و مقاومت مشخصه بتن ۲۸ روزه است. f_{cut} مقاومت بتن در سن موردنظر است كه مي توان از جدول ٦-٣ مقدار آن را يافت.

$$E_{ct} = E_{c۲۸}\times(۰/۴ + \frac{۰/۶}{f_{cu۲۸}} f_{cu_t}) \qquad (٦-٧)$$

وقتي يك تير دو سر مفصل با تكيه گاه ساده تحت اثر پديده جمع شدگي قرار مي‌گيرد، ميزان جمع شدگي در قسمت كششي كه ميزان فولاد بيشتري دارد به مراتب كمتر از وجه فشاري است؛ زيرا پديده جمع شدگي در فولاد رخ نمي دهد و وجود فولاد بيشتر، مانع جمع شدگي آزاد بتن خواهد شد و جمع شدگی بيشتر در قسمت فوقانی باعث افزايش خيز تير خواهد شد.

درجه	مقاومت مشخصه f_{cu28} (N/mm^2)	مقاومت نمونه مکعبی در سن مورد نظر (N/mm^2)				
		۷ روز	۲ ماه	۳ ماه	٦ ماه	یک سال
۲۰	۲۰/۰	۱۳/۵	۲۲	۲۳	۲٤	۲۵
۲۵	۲۵/۰	۱٦/۵	۲۷/۵	۲۹	۳۰	۳۱
۳۰	۳۰/۰	۲۰	۳۳	۳۵	۳٦	۳۷
٤۰	٤۰/۰	۲۸	٤٤	٤۵/۵	٤۷/۵	۵۰
۵۰	۵۰/۰	۳٦	۵٤	۵۵/۵	۵۷/۵	٦۰

جدول ٦-۳ افزایش مقاومت با در نظر گرفتن زمان

روشی براي محاسبه این تاثیر در قسمت دوم BS۸۱۱۰ ذکر شده است. با این وجود اثر پدیده جمع شدگي در تیرها کم بوده و اغلب قابل صرفنظر کردن است. لذا در اینجا فقط اثر خزش بتن در نظر گرفته مي شود. با توجه به اینکه فقط بار دائمي باعث خزش در تیر مي شود، در صورتي که فقط يك قسمت از بار وارده به سازه دائمي باشد، مي توان از روش زیر براي محاسبه خیز بلندمدت تیر استفاده نمود:

الف) انحناي کوتاه مدت تحت بار دائمي مشخص شود.

ب) انحناي کوتاه مدت تحت اثر بار کل مشخص شود.

ج) انحناي بلند مدت تحت بار دائمي با توجه به ضریب ارتجاعي مؤثر و شكل ٦-۵ مشخص گردد.

سپس خواهیم داشت:

(انحناي کوتاه مدت بار دائمي – انحناي کوتاه مدت بار کل) + انحناي بلند مدت بار دائمي = انحناي بلند مدت

علت استفاده از این روش آن است که در محاسبه انحناي کوتاه مدت تیر تحت اثر بار گذرا، احتمال ترك خوردگي مقطع در اثر بار کل در نظر گرفته شود و به اشتباه مقطع به صورت ترك نخورده در محاسبات در نظر گرفته نشود.

■■■

مثال ٦- ٤

مقدار تغییر شكل بلندمدت تیر مثال ٦-۱ را مشخص کنید، در صورتي که بدانیم دو سوم بار سرویس دائمي باشد. (f_{cu}=٤۰N/mm^2) این تیر تحت بار بهره برداري ترك نميخورد.

از جدول ٦-۳ مقاومت اسمي در زمانهاي طولاني (بیش از يكسال) برابر است با ۵۰N/mm^2، همچنین از جدول ۲-۱ میزان E_{28} برابر با ۳۰ kN/mm^2 میباشد.

بنابراين از معادلة (٦-٧):

$$Ec\infty = ۳۰\times(۰/۴+\frac{۰/۶\times۵۰}{۴۰}) = ۳۴/۵ \quad kN/mm^{۲}$$

ميزان رطوبت نسبي هواي بيرون حدود ۸۵% فرض مي شود. ضخامت مؤثر مقطع تير با توجه به اينكه دو انتهاي تير بسته است، برابر است با:

$$t_{eff} = \frac{۲\times۴۷/۸۲\times۱۰^{۴}}{۲(۹۳۰+۱۰۳۵)} = ۲۴۳/۴\ mm$$

از اين رو از شكل ٢-٤ مقدار ϕ برابر ١/٤ است و از معادله ٦-١ مقدار E_{ceff} برابر است با:

$$E_{ceff} = ۳۴/۵/(۱+۱/۴) = ۱۴/۳۸\ kN/mm^{۲}$$

با استفاده از همان روشي كه در مثال ٦-١ براي يافتن تغيير شكل كل تير انجام شد، تغيير شكل كوتاه مدت تير تحت بار دائمي برابر است با:

$$\delta_a = ۴۷۰۷۰/EI = ۴۷۰۷۰/(۲۸\times۱۰^{۶}\times۰/۰۶۳۹۶) = ۰/۰۲۶۳\ m$$

تغيير شكل كوتاه مدت تير تحت بار كل در مثال ٦-١ بدست آمد كه مقدار آن برابر است با $\delta_b = ۰/۰۵۹۵\ m$. تغييرشكل بلندمدت تير تحت بار دائمي برابر است با:

$$\delta_c = ۴۷۰۷۰/E_{ceff}\ I = ۴۷۰۷۰/(۱۴/۳۸\times۱۰^{۶}\times۰/۰۶۳۹۶) = ۰/۰۵۱۲\ m$$

لذا تغيير شكل بلند مدت نهايي برابر است با:

$$\delta_t = \delta_c + \delta_b - \delta_a = ۰/۰۵۱۲+۰/۰۵۹۵-۰/۰۲۶۳ = ۰/۰۸۴۴\ m$$

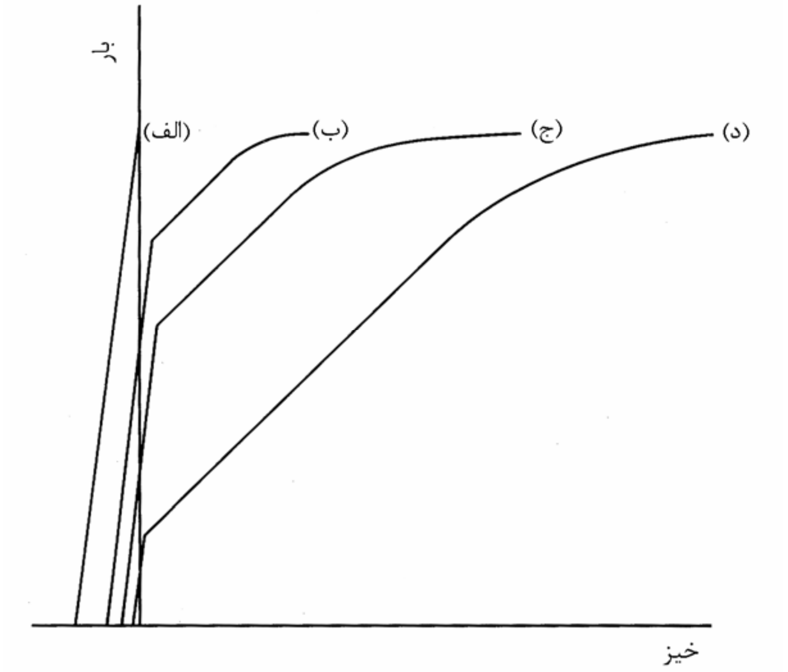
كه حدوداً $\frac{۱}{۲۸۴}$ دهانه بوده و از $\frac{۱}{۲۵۰}$ دهانه كمتر است.

٦-٦ منحني هاي بار بر حسب خيز تير

منحني نمونه بار-خيز برای تير با نيروهای پيش تنيدگي مختلف در شكل ٦-١٠ نشان داده شده است. در هر حالت بار نهايي با اضافه كردن آرماتورهاي معمولي يكسان شده است.

منحني (الف) معرف تير با نيروي پيش‌تنيدگي بالا است و نشان مي‌دهد كه تير ناگهان گسيخته مي شود. بدون اينكه هشداري در قالب خيز زياد به ما بدهد. منحني (ب) مربوط به يك تير كلاس ١ و منحني (ج) مربوط به يك تير كلاس ٢ مي‌باشد. اين تيرها با تغييرشكل خود قبل از خرابي به ما هشدار مي‌دهند. منحني (د) مربوط به يك تير كلاس ٣ است، كه رفتار آن بسيار شبيه به عملكرد یک تير غير پيش تنيده با آرماتور كم مي‌باشد.

در منحني هاي (ب)، (ج) و (د) نقطه‌اي مشاهده مي‌شود که شيب منحني در آن به طور ناگهاني تغيير مي‌کند. اين نقطه متناظر با وقوع ترك در تير و کاهش سختي آن است. در شکل ٦-١٠ همچنين خيزهاي منفي اوليه متفاوت در کلاس هاي مختلف پيش تنيدگي قابل‌ملاحظه است. خيز کمتر تيرهاي کلاس ١ و ٢ در هنگام گسيختگي در مقايسه با تيرهاي کلاس ٣ و تيرهاي بتن آرمه به اين علت است که نيروي بالاي پيش‌تنيدگي در تيرهاي کلاس ١ و ٢ سپس افزايش عمق تار خنثی در هنگام گسيختگي و کاهش انحنا و در نتيجه خيز در اين تيرها مي گردد.



شکل ٦-١٠ منحنی های بار-تغییرمکان برای تیرهای با نیروی پیش تنیدگی مختلف

٦-٧ مرجع

١. Abeles, P. W. (١٩٧١) The Structural Engineer, ٤٩, No. ٢, ٦٧-٨٦.

فصل ۷- برش

۷-۱ مقدمه

نحوه تعيين مقاومت برشي عضو بتني پيش تنيده نسبت به آنچه که در ابتدا در CP۱۱۵ آمده است تغيير کرده است. به گونه اي که به جاي کنترل کردن تنش کششي اصلي در حالت حدي بهره برداري، از کنترل کردن مقاومت برشي در حالت حدي نهايي استفاده مي‌شود و در CP۱۱۰ و BS۸۱۱۰ از همين روش اخير استفاده شده است.
مقاومت برشي عضو بتني پيش تنيده در حالت حدي نهايي وابسته به اين است که مقطعي که در ناحيه نيروهاي بزرگ برشي است، در اثر خمش ترك خورده است يا نه؛ زيرا مود واقعي گسيختگي براي اين دو حالت فرق مي کند. اگر مقطع عليرغم وجود خمش ترك نخورده باشد، گسيختگي برشي با وقوع ترکهايي که در جان مقطع I و Tشکل ايجاد مي‌شوند، شروع مي‌شود. البته اين زماني است که تنش اصلي کششي از مقاومت کششي بتن فراتر رفته باشد. (شکل ۷-۱ الف). اگر مقطع تحت خمش قبلاً ترك خورده باشد، آنگاه گسيختگي

با رشد ترکهايي که در ناحيه کششي ايجادشده و به سمت ناحيه فشاري گسترش پيدا کرده اند رخ مي دهد و رفتاري مشابه گسيختگي برشي در عضو بتن مسلح دارد؛ همانگونه که در شکل ۷-۱-ب نشان داده شده است.

۷-۲ مقطع ترک نخورده

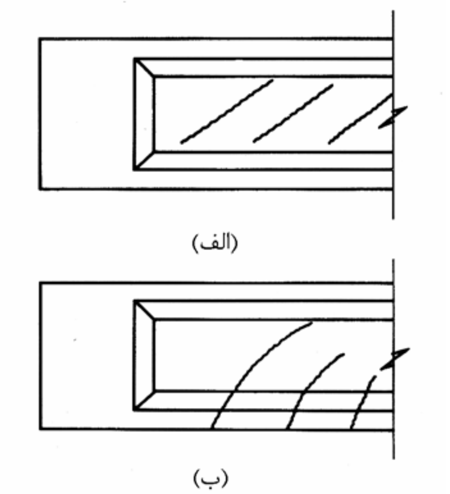
يك المان کوچك از مرکز سطح عضو بتني پيش تنيده که بر روي تکيه گاه ساده و تحت تنش فشاري f_{cp} است، در شکل ۷-۲ نشان داده شده است. تنش برشي را مي توان با استفاده از تئوري مقاومت مصالح به دست آورد.

$$f_s = V_{co} A \bar{y} / Ib \qquad (۷-۱)$$

که در آن $A\bar{y}$ ممان استاتيك سطح نسبت به مرکز سطح مقطع مربوط به آن قسمتي که در بالاي نقطه مورد نظر قرار دارد و V_{co} نيروي برشي نهايي مقطع مي باشد. I ممان اينرسي مقطع و b عرض مقطع در نقطه موردنظر است.

با استفاده از آناليز دايره مور در مورد تنشهايي که در شکل ۷-۲ نشان داده شده است، مي توان مقدار تنش کششي اصلي را که در اينجا مثبت در نظر گرفته شده به صورت زير به دست آورد:

$$f_{prt} = -\frac{f_{cp}}{۲} + \frac{۱}{۲}(f_{cp}^{۲} + ۴f_s^{۲})^{\frac{۱}{۲}} \qquad (۷-۲)$$



شکل ۷-۱ انواع ترکهای برشی

با تركيب كردن معادلات ۷-۱ و ۷-۲ خواهيم داشت:

$$V_{co} = (\frac{Ib}{A\bar{y}})(f_{prt}^{۲} + f_{prt} f_{cp})^{\frac{۱}{۲}} \quad (۷\text{-}۳)$$

تنش مجاز كشش اصلي بر اساس BS۸۱۱۰ برابر است با:

$$f_{prt} = ۰/۲۴ f_{cp}^{\frac{۱}{۲}} \quad (۷\text{-}٤)$$

دقت فرمائيد كه در محاسبه مقدار f_{prt} ضريب اطمينان نسبي ۱/۵ در رابطه ۲-۱ لحاظ شده است. مقدار مجاز تنش كشش اصلي بيشتر به مقاومت كشش محوري بتن مربوط است، تا به مقاومت كششي خمشي كه در رابطه ۲-۱ آمده است. در واقع بعلت وجود تنش عمودي فشاري اصلي، مقاومت كششي حدوداً بر ۲ تقسيم شده است.

براي يك مقطع مستطيلي، در محل مركز سطح داريم:

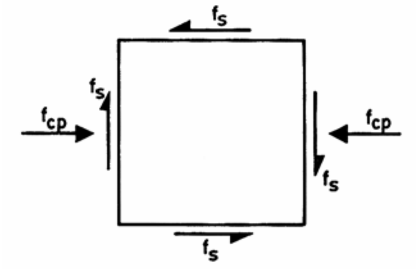
$$Ib/A\bar{y} = ۰/۶۷bh$$

كه در آن b و h به ترتيب عرض و ارتفاع كل مقطع مي باشند. لذا رابطه ۷-۳ در اين حالت به شكل زير درمي‌آيد:

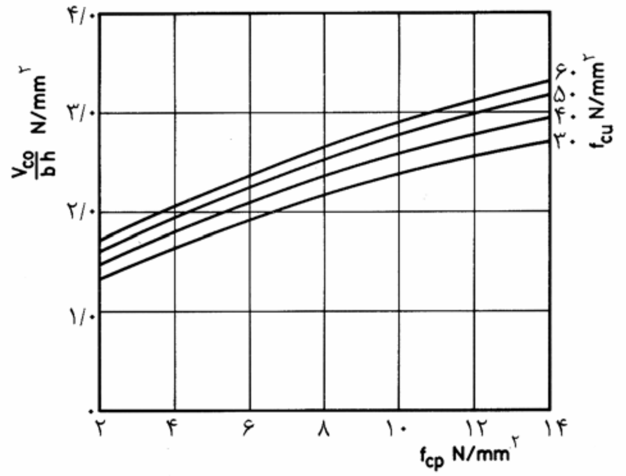
$$V_{co} = ۰/۶۷bh(f_{prt}^{۲} + f_{prt} f_{cp})^{\frac{۱}{۲}} \quad (۷\text{-}۵)$$

براي اينكه يك ضريب اطمينان يكنواخت مشابه رابطه ۷-٤ داشته باشيم، مقدار تنش فشاري ناشي از پيش‌تنيدگي را در مركز سطح مقطع $۰/۸f_{cp}$ در نظر مي گيريم. در نتيجه رابطه ۷-۵ به صورت زير در مي‌آيد:

$$V_{co} = ۰/۶۷bh(f_{prt}^{۲} + ۰/۸ f_{prt} f_{cp})^{\frac{۱}{۲}} \quad (۷\text{-}٦)$$



شكل (۷-۲) تنشهاي وارده به يك المان كوچك در مركز سطح مقطع عضو



شكل (۷-۳) مقاومت برشي ترك نخورده

fcp (N/mm۲)	درجه بتن			
	۳۰	٤۰	۵۰	٦۰
۲	۱/۳۰	۱/٤۵	۱/٦۰	۱/۷۰
٤	۱/٦۵	۱/۸۰	۱/۹۵	۲/۰۵
٦	۱/۹۰	۲/۱۰	۲/۲۰	۲/۳۵
۸	۲/۱۵	۲/۳۰	۲/۵۰	۲/٦۵
۱۰	۲/۳۵	۲/۵۵۸	۲/۷۰	۲/۸۵
۱۲	۲/۵۵	۲/۷۵	۲/۹۵	۳/۱۰
۱٤	۲/۷۰	۲/۹۵	۳/۱۵	۳/۳۰

جدول (۷-۱) مقادير V_{co}/bh (N/mm۲)

اين رابطه در آيين نامه BS۸۱۱۰ نيز ذكر شده است.

مقدار V_{co}/bh براي بتن با درجات مختلف و تراز مختلف پيش تنيدگي در جدول ۷-۱ آمده است و به صورت منحني در شكل ۷-۳ بر اساس معادلات ۷-٤ و ۷-٦ آمده است.

ماكزيمم تنش كششی اصلي لزومي ندارد كه حتماً در مركز سطح مقطع اتفاق بيفتد. ولي اثبات شده است كه روش بالا به طور كلی شكل رضايت بخش مي باشد. در مقاطع I و T، ماكزيمم تنش اصلي كششي در نقطه

تقاطع بال و جان اتفاق مي افتد ولي در اين مقاطع مقدار $A\bar{y}$ در نقطه تقاطع بال و جان از ۰/٦٧bh كمتر مي باشد. لذا رابطه ٧-٦ تقريب قابل قبولي از مقاومت برشي ترك نخورده چنين مقاطعي را مي دهد. به شرطي كه مركز سطح چنين مقاطعي در جان آنها قرار داشته باشد.

اما در صورتي كه مركز سطح چنين مقاطعي در بال آنها باشد، تنش اصلي كششي در نقطه تقاطع بال و جان بايد به $۰/۲۴f_{cu}^{\frac{۱}{۲}}$ محدود شود. در اين حالت f_{cp} براي استفاده در معادله ٧-٢ بايد ۰/۸ تنش فشاري ناشي از پيش تنيدگي در فصل مشترك بال و جان باشد.

وجود مقدار قابل ملاحظه اي از نيروي پيش تنيدگي قائم در يك عضو پيش تنيده كه مي تواند ناشي از وجود انحنا در تاندون هاي پيش تنيدگي و يا ناشي از وجود تاندونهاي مايل يا قائم در نزديكي تكيه گاه ها باشد، نحوه توزيع تنش در المان كوچك مركز سطح كه در شكل ٧-٢ نشان داده شده است را تغيير مي دهد. در اين حالت يك تنش فشاري قائم f_{cv} نيز وجود خواهد داشت و تنش اصلي كششي از رابطه:

$$f_{prt} = -\left(\frac{f_{cp} + f_{cv}}{۲}\right) + \frac{[(f_{cp} - f_{cv})^{۲} + ۴f_s^{۲}]^{\frac{۱}{۲}}}{۲}$$

بدست خواهد آمد. در اين حالت رابطة ٧-٥ به صورت زير در مي آيد:

$$V_{co} = ۰/۶۷\,bh[f_{prt}^{۲} + ۰/۸f_{prt}f_{cp} + ۰/۸f_{prt}f_{cv} + ۰/۶۴\,f_{cp}f_{cv}]^{\frac{۱}{۲}} \qquad (۷\text{-}۷)$$

واضح است كه در صورت صفر بودن f_{cv} اين رابطه به رابطة ٧-٦ ساده مي شود.

براي اعضاي پيش كشيده، مقطع بحراني براي برش در فاصله اي برابر ارتفاع مركز سطح روي قسمت تحتاني عضو از وجه تكيه گاه در نظر گرفته مي شود. اگر اين مقطع در طول انتقال قرار بگيرد (فصل ٨ را ببينيد.) در اين حالت تنش فشاري f_{cpx} در هر مقطعي به فاصله x از انتهاي عضو از رابطه زير بدست می‌آيد:

$$f_{cpx} = (x/L_t)\,[۲ - (x/L_t)]\,f_{cp} \qquad (۸\text{-}۷)$$

كه در آن f_{cp} تنش پيش تنيدگي كامل در انتهاي طول انتقال L_t است. مقدار L_t نبايد كمتر از ارتفاع عضو اختيار شود.

۳-۷ مقاومت برشي مقطع ترك خورده

در مورد گسيختگي برشي يك تير بتني پيش تنيده كه از قبل به علت خمش در نواحي با نيروي برش بالا ترك خورده است، آزمايشات نشان مي دهند كه ترك بزرگي در فاصله‌اي برابر نصف عمق مؤثر از نقطه اي كه در آن لنگر خمشي ماكزيمم است اتفاق مي افتد و بعد اين ترك به سمت ناحيه فشاري تير گسترش پيدا مي‌كند كه منجر به خرد شدن تارهاي فشاري و در نهايت گسيختگي تير مي شود. رابطه اي تجربي براي محاسبه مقاومت برش نهايي ترك خورده V_{cr} تعيين شده است كه به صورت زير است:

$$V_{cr} = ۰/۰۳۷bd\, f_{cu}^{\frac{۱}{۲}} + \frac{M_{cr}V}{M} \qquad (۹-۷)$$

كه در آن d عمق مؤثر فولاد پيش تنيدگي و M_{cr} لنگر ترك دهندگي تير است. و V و M به ترتيب نيروي برشی و لنگر خمشي در مقطع مي باشند. در نقطه اي كه در آن ترك برشي شكل مي گيرد، شكل رابطه ۷-۹ نشان مي دهد كه مقاومت برشي ترك خورده از دو مؤلفه تشكيل شده است. يكي وابسته به مقاومت كششي بتن و ديگري به نيروي برشي در تير در مقطعي كه ترك اوليه به ترك مايل برشي تبديل مي شود. لنگر ترك دهندگي به صورت زير محاسبه مي شود:

$$M_{cr} = M_o + ۰/۳۷\, f_{cu}^{\frac{۱}{۲}} \frac{I}{y} \qquad (۱۰-۷)$$

كه در آن $۰/۳۷f_{cu}^{\frac{۱}{۲}}$ مقاومت كششي بتن و M_o لنگري است كه باعث ايجاد تنش صفر در تار انتهايي كششی مقطع مي‌شود و از رابطه $M_o=۰/۸f_{pt}\, I/y$ بدست مي آيد در اين رابطه f_{pt} تنش پيش تنيدگي در وجه كششی مقطع است و y هم فاصله اين وجه از مركز سطح مقطع مي باشد. با جايگزيني رابطه ۷-۱۰ در رابطه ۷-۹ داريم:

$$V_{cr} = ۰/۰۳۷\, bdf_{cu}^{\frac{۱}{۲}} + ۰/۳۷f_{cu}^{\frac{۱}{۲}} \frac{IV}{yM} + \frac{M_oV}{M} \qquad (۱۱-۷)$$

براي مقطع مستطيلي $I/y=bh^2/6$ و در مقطعي كه ترك برشي اتفاق مي افتد M به طور تقريبي مساوي ٤Vh است. در نتيجه رابطه ٧-١١مي تواند به صورت زير نوشته شود:

$$V_{cr}/bd = 0/037\, f_{cu}^{\frac{1}{2}} + 0/37\, f_{cu}^{\frac{1}{2}} (\frac{h^2}{6d})(\frac{1}{4h}) + (\frac{M_o}{bd})(\frac{V}{M})$$

براي بتني با $f_{cu}=50 N/mm^2$ اگر چنانچه d را تقريباً با h برابر بگيريم، خواهيم داشت:

$$V_{cr}/bd = 0/37 + (\frac{M_o V}{bdM})$$

آزمايشاتي كه بر مبناى آن رابطه ٧-٩ شكل گرفته بود بر اساس آزمايشاتي بود كه در آنها تنش پيش تنيدگي بزرگتر از $0/5f_{pu}$ مي باشد. براي ارائه دادن رابطه اي كه تمام حالتهاي عضو پيش تنيده را در بر مي گيرد رابطه ٧-١١ به صورت زير مطرح مي كنيم:

$$V_{cr} = (1 - n\, f_{pe}/f_{pu}) v_c\, bd + \frac{M_o V}{M} \tag{١٢-٧}$$

كه در آن n يك ثابت بوده و v_c تنش برشي طراحي مي باشد كه در اعضاي بتن مسلح نيز به كار مي رود. هنگامي كه $f_{pe}=0/6f_{pu}$ باشد رابطه ٧-١٢ و رابطه ماقبل آن بايد نتايج يكساني بدهند. لذا:

$$(1 - 0/6n) v_c = 0/37\ N/mm^2$$

براي مقدار متوسط $v_c = 0/55\ N/mm^2$ رابطه بالا n را برابر ٠/٥٥ به ما مي دهد. بنابراين:

$$V_{cr} = (1 - 0/55\, f_{pe}/f_{pu}) v_c\, bd + \frac{M_o V}{M} \tag{١٣-٧}$$

كه همان رابطه اي است كه در BS٨١١٠ براي مقاومت برشي نهائي مقطع مستطيلي ترك خورده آمده است.

مقدار V_{cr} نبايد از $0/1bdf_{cu}^{\frac{1}{2}}$كمتر در نظر گرفته شود. معتبر بودن بسياري از فرضهايي كه براي استخراج رابطه ٧-١٣ به عمل آمده است در آزمايشات مختلف به اثبات رسيده‌اند. مقاومت برشي ترك خورده كه از رابطه ٧-١٣ به دست مي آيد را مي توان در طولي برابر d/٢ در جهت افزايش لنگرخمشي ثابت فرض كرد. بنابراين براى يک تير كنسول، مقاومت برشي ترك خورده در فاصله اي برابر d/٢ از وجه تكيه گاه كنترل مي‌شود. مقدار v_c در جدول ٧-٢ آمده است و بايد سطح مقطع تمام آرماتورها (A_s+A_{ps}) در آن استفاده شود. اعدادي كه در جدول آمده‌اند از رابطه زير ناشي شده است كه در آن $f_{cu}=25\ N/mm^2$ و $\gamma_m = 1/25$ مي‌باشد.

$$v_c = 0/79(100A_s/bd)^{\frac{1}{3}} (400/d)^{\frac{1}{4}} (\frac{1}{\gamma_m})$$

$\frac{۱۰۰A_s}{bd}$	عمق موثر							
	۱۲۵	۱۵۰	۱۷۵	۲۰۰	۲۲۵	۲۵۰	۳۰۰	≥٤۰۰
≤۰/۱۵	۰/٤۵	۰/٤۳	۰/٤۱	۰/٤۰	۰/۳۹	۰/۳۸	۰/۳٦	۰/۳٤
۰/۲۵	۰/۵۳	۰/۵۱	۰/٤۹	۰/٤۷	۰/٤٦	۰/٤۵	۰/٤۳	۰/٤۰
۰/۵۰	۰/٦۷	۰/٦٤	۰/٦۲	۰/٦۰	۰/۵۸	۰/۵٦	۰/۵٤	۰/۵۰
۰/۷۵	۰/۷۷	۰/۷۳	۰/۷۱	۰/٦۸	۰/٦٦	۰/٦۵	۰/٦۲	۰/۵۷
۱/۰۰	۰/۸٤	۰/۸۱	۰/۷۸	۰/۷۵	۰/۷۳	۰/۷۱	۰/٦۸	۰/٦۳
۱/۵۰	۰/۹۷	۰/۹۲	۰/۸۹	۰/۸٦	۰/۸۳	۰/۸۱	۰/۷۸	۰/۷۲
۲/۰۰	۱/۰٦	۱/۰۲	۰/۹۸	۰/۹۵	۰/۹۲	۰/۸۹	۰/۸٦	۰/۸۰
≥۳/۰۰	۱/۲۲	۱/۱٦	۱/۱۲	۱/۰۸	۱/۰۵	۱/۰۲	۰/۹۸	۰/۹۱

جدول (۷-۲) تنش برشي مجاز بتن ($N/mm^۲$)

براي مقاومتهاي مشخصه بزرگتر از$۲۵N/mm^۲$ ولي كوچكتر يا مساوي $٤۰N/mm^۲$ مقادير جدول ۷-۲ مي‌توانند در ضريب $(f_{cu}/۲۵)^{۱/۳}$ ضرب شوند.

عمق d از وجه فشاري عضو تا مركز ثقل كل فولاد $(A_{ps} + A_s)$ در قسمت كششي محاسبه مي شود.
شكست و خرابي برشی اعضاي بتن پيش تنيده ترك خورده مشابه اعضاي بتن مسلح است كه در آن عملكرد شاخه اي آرماتورهاي مسلح كننده كه از ترك برشي بحراني مي گذرند، مقاومت برش نهايي عضو را افزايش مي‌دهد. تاندونهاي پيش تنيدگي مشابه اين عملكرد شاخه اي در تحمل برش را از خود نشان داده و مقاومت برشي را افزايش مي دهند. جالب است توجه كنيم اگر $f_{pe} = ۰$ باشد، يعني عضو ديگر پيش تنيده نباشد، خواهيم داشت: $M_o = ۰$ و معادله ۷-۱۳ به عبارتي كه در BS۸۱۱۰ براي مقاومت برشي اعضاي بتن مسلح معمولي داده شده تبديل مي شود كه بار ديگر تاكيد بر مشابهت اين رفتار دارد.
اختلاف مهمي كه بين تخمين مقاومت برشي مقاطع ترك نخورده و ترك خورده وجود دارد اين است كه براي مقاطع ترك نخورده، مقاومت برشي كه توسط تاندونهاي مايل تامين مي شود مي تواند به حساب آيد. حال آن كه براي مقاطع ترك خورده آزمايشها نشان مي دهد كه تاندونهاي مايل در واقع مقاومت برشي را كاهش مى‌دهند. زيرا تأثير آنها بر روي بتن در قسمت كششي كاهش مي يابد و لذا منجر به تركهاي زودرس مي‌گردد. بنابراين اثر تاندونهاي مايل بر روي مقاطع ترك خورده تنها هنگامی بايد در نظر گرفته شود كه اين تاندونها نيروي برشي مؤثر مقطع را افزايش مي دهند.

معادله ۷-۱۳ نشان مي دهد كه اگر در يك مقطع $M < M_o$ ، اين بدان معناست كه آن مقطع ترك نخورده بوده و V_{cr} بزرگتر از V كه برش موجود در مقطع است، مي باشد.لذا در مناطق ترك نخورده تنها لازم است كه V_{co} در نظر گرفته شود. ليكن در مناطق ترك خورده هم V_{co} و هم V_{cr} بايد محاسبه شده و مقدار مينيمم آنها به عنوان مقاومت برشي مقطع در نظر گرفته شود.

۷-٤ آرماتور برشي

اگر مقاومت برشي يك عضو بتن پيش تنيده كه با روشهاي قسمتهاي قبل تعيين شد كافي نباشد، آنگاه آرماتور برشي بايد در عضو به كار گرفته شود. اين امر معمولاً به شكل تنگ‌ها و خاموتهايي انجام مي گيرد كه مشابه خاموتهايي هستند كه در اعضاي بتن مسلح معمولي استفاده مي‌شوند. در BS۸۱۱۰ بيان شده است كه آرماتور برشي در حالاتي كه نيروي برشي نهايي در مقطع كمتر از $۰/۵V_c$ است، مورد لزوم نيستند. (V_c بر مبناي مينيمم مقدار V_{co} و V_{cr} تعيين مي شود.) وقتي كه خاموت حداقل يك عضو به كار گرفته شود، مقاومت برشي اين خاموتها نيز به مقدار V_c عضو اضافه مي شود. سطح مقطعي عرضي A_{sv} براي خاموت حداقل در يك مقطع و گام آنها (S_v) در طول يك عضو طبق رابطه ۷-۱٤ بيان مي شوند:

$$\frac{A_{sv}}{S_v} = \frac{۰/۴b}{(۰/۸۷f_{yv})} \qquad (۷\text{-}۱٤)$$

كه در اينجا b عرض يا پهناى عضو (عرض جان در مقاطع T شكل يا I شكل) و f_{yv} مقاومت مشخصه آرماتور برشي است.

مقاومت نهايي برشي (V_r) يك عضو با خاموت حداقل توسط رابطه زير بيان مي شود:

$$V_r = V_c + ۰/۴bd \qquad (۷\text{-}۱۵)$$

كه در آن d عمق مركز ثقل مجموعه تاندونها و آرماتورهاي طولي است. اگر مقدار نيروي برشي در يك مقطع از مقدار داده شده در معادله ۷-۱۵ تجاوز نمايد آنگاه تمامي مقاومت برشي اضافه بر V_c بايد توسط آرماتور برشي محاسباتي تامين شود. در اين صورت مقدار مقاومتي كه بايد توسط اين آرماتور فراهم شود به ترتيب زير بيان مي گردد:

$$A_{sv} / s_v = (V - V_c) \ / \ (۰/۸۷f_{yv}d) \qquad (۷\text{-}۱٦)$$

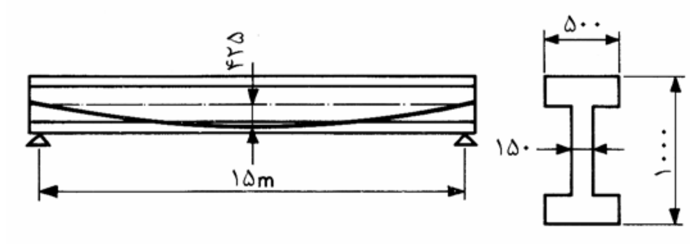
اين رابطه مشابه عبارتي است كه در BS۸۱۱۰ براي آرماتور برشي موردنياز در اعضاي بتن مسلح معمولي داده شده است. تنگها يا خاموتهايي كه به عنوان آرماتور برشي مورد استفاده قرار مي گيرند، بايد به طور مناسبي مهار شده و تمامي تاندونها و آرماتورهاي درون مقطع را در بر گيرند. شكل خاموتهايي كه به طور معمول در اعضاي بتن مسلح معمولي مورد استفاده قرار مي گيرد نيز براي استفاده در اعضاي بتن پيش‌تنيده مناسب است. آنها بايد از دور يك آرماتور طولي يا تاندون با قطري حداقل برابر قطر خاموت در هر خم عبور كنند. گام بين خاموتها نبايد از ۰/۷۵d يا چهار برابر عرض جان براي مقاطع T شكل يا I شكل تجاوز كند. هنگامي كه V از $1/8\,V_c$ تجاوز مي كند حداكثر فاصله بين خاموتها بايد تا ۰/۵d كاهش يابد.

به منظور جلوگيري از خرد شدن جان اعضا توسط دستكهاي فشاري موربي كه به وسيله نيروهاي برشي به وجود مي آيند، حداكثر تنش برشي در هيچ مقطعي تحت هيچ شرايطي نبايد از مينيمم $0/8 f_{cu}^{1/2}$ يا $5\ N/mm^2$ بيشتر شود؛ چه در حالتي كه مقطع ترك خورده است يا ترك نخورده. در تعيين اين تنش حداكثر، كاهش در پهناي جان در صورت وجود مجراهاي پس كشيدگي دوغاب ريزي نشده بايد در نظر گرفته شود. حتي در صورت دوغاب ريزي فقط عرض بتن موجود به اضافه يك سوم پهناي مجرا براي به دست آوردن حداكثر تنش برشي بايد استفاده شود. فاصله جانبي بين ساقهاي خاموتهاي در عرض يك مقطع نبايد از d تجاوز نمايد.

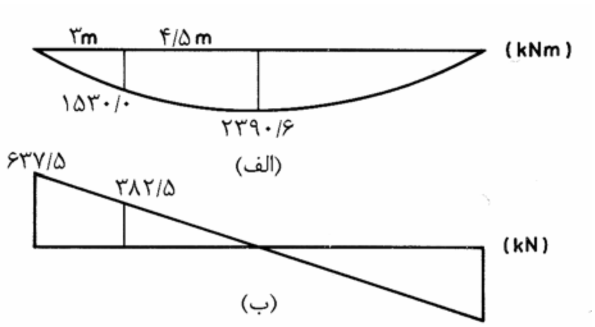
■■■

مثال ۷-۱

تير نشان داده شده در شكل ۷-٤ بار نهايي شامل وزن خود تير به مقدار $85\ kN/m$ را بر روي دهانه ۱۵ متري تحمل مي كند و نيروي پيش تنيدگي نهايي آن ۲۰۰۰kN است. آرماتور برشي موردنياز را تعيين نماييد. فرض كنيد $f_{cu} = 40\ N/mm^2$ باشد.



شکل (٧-٤)



شکل (٧-٥) دیاگرامهاي لنگر خمشي و نیروي برشي براي تیر مثال ٧-١

مشخصات مقطع:

$$A_c = ۲/۹ \times ۱۰^{۵}\,mm^{۲}$$

$$I = ۳/۵۴ \times ۱۰^{۱۰}\,mm^{۴}$$

دیاگرامهاي لنگر خمشي نهایي و نیروي برشي به ترتیب در شکلهاي ٧-٥-الف و ٧-٥-ب نشان داده شده اند.
ماکزیمم نیروهاي برشي مجاز به صورت زیر تعیین مي شود:

$$V_{max} = ۰/۸ \times ۴۰^{۱/۲} \times ۱۵۰ \times ۸۵۰ \times ۱۰^{-۳} = ۶۴۵\ kN \geq ۶۳۷/۵\ kN$$

که در آن ۸۵۰ mm ارتفاع مؤثر مقطع تا مرکز سطح آرماتور پیش تنیدگي و آرماتورهاي طولي است.
براي نواحي ترك نخورده تیر از آن جایي که مرکز ثقل مقطع در داخل جان آن قرار می گیرد مقاومت برشی به وسیلة معادلة ٧-٦ محاسبه می شود که در آن f_{cp} در مرکز ثقل مقطع در نظر گرفته می شود و به صورت زیر محاسبه مي گردد:

$$f_{cp} = ۲۰۰۰ \times ۱۰^{۳} / (۲/۹ \times ۱۰^{۵}) = ۶/۹\ N/mm^{۲}$$

لذا از جدول ۷-۱ داریم:

$$V_{co}/bh = ۲/۱۹\ N/mm^۲$$

و بنابراین:

$$V_{co} = ۲/۱۹ \times ۱۰۰۰ \times ۱۵۰ \times ۱۰^{-۳} = ۳۲۸/۵\ kN$$

در تکیه گاهها شیب تاندونهاي پیش‌تنیده به وسیله رابطه $\theta = \tan^{-۱}(۴d_r/L)$ بیان مي شود که d_r افت مرکزی تاندون مي باشد، لذا:

$$\theta = \tan^{-۱}(۴ \times ۴۲۵/۱۵۰۰۰) = ۶/۴۷^\circ$$

مؤلفه قائم نیروی پیپیش‌تنیدگي در وجه تکیه گاه $۲۰۰۰\sin\theta$ یا ۲۲۵/۲ kN است. لذا کل مقاومت برشي در تکیه گاه ۵۵۳/۷ kN مي باشد.

هر چه در تیر جلو مي رویم (از تکیه گاه دور مي شویم) مقاومت برشي ترك نخورده کل کاهش مي یابد، زیرا با فرض نیروي پیش تنیدگي ثابت در طول تیر زاویه میل تاندونها (θ) کاهش مي یابد. تغییرات V_{co} در طول تیر در شکل ۷-٦ نشان داده شده است. در قسمتهاي ترك خورده تیر مقاومت برشي به وسیله معادله ۷-۱۳ بیان مي شود. سطح تاندونهاي پیش تنیدگي $۲۰۱۰mm^۲$ و نسبت f_{pe}/f_{pu} مقدار ثابت ٠/٦ فرض مي‌شود. در ۳ متري تکیه گاه عمق تاندونها طبق رابطه زیر تعیین مي شود:

$$d = ۵۰۰ + (۴ \times ۴۲۵/۱۵^۲) \times ۳(۱۵-۳) = ۷۷۲\ mm$$

لذا خواهیم داشت:

$$۱۰۰A_s/bd = (۱۰۰ \times ۲۰۱۰)/(۱۵۰ \times ۷۷۲) = ۱/۷۴$$

بنابراین از جدول۷-۲:

$$v_c = ۰/۷۶\ N/mm^۲$$

همچنین:

$$f_{pt} = \frac{P}{A} + \frac{Pey}{I} = \frac{۲۰۰۰ \times ۱۰^۳}{۲/۹ \times ۱۰^۵} + \frac{۲۰۰۰ \times ۱۰^۳ \times ۲۷۲ \times ۵۰۰}{۳/۵۴ \times ۱۰^{۱۰}} = ۱۴/۵۸\ N/mm^۲$$

$$\therefore M_o = \left(۰/۸ \times ۱۴/۵۸ \times ۳/۵۴ \times ۱۰^{۱۰}/۵۰۰\right) \times ۱۰^{-۶} = ۸۲۵/۸\quad kNm$$

همچنین:

$$V = ۳۸۲/۵ \quad kN$$
$$M = ۱۵۳۰/۰ \quad kNm$$
$$\therefore V_{cr} = (۱ - ۰/۵۵ \times ۰/۶) \times ۰/۷۶ \times ۱۵۰ \times ۷۷۲ \times ۱۰^{-۳} + (۸۲۵/۸ \times ۳۸۲/۵/۱۵۳۰/۰)$$
$$= ۲۶۵/۴ \quad kN$$

همچنین:

$$V_{cr} \geq ۰/۱ \times ۱۵۰ \times ۷۷۲ \times ۴۰^{\frac{۱}{۲}} \times ۱۰^{-۳} = ۷۳/۲ \ kN$$

مقاومت برش ترك خورده بايد در مقاطع ديگر در طول تير كنترل شود و نمودار آن در شكل ٧-٦ نشان داده شده است.

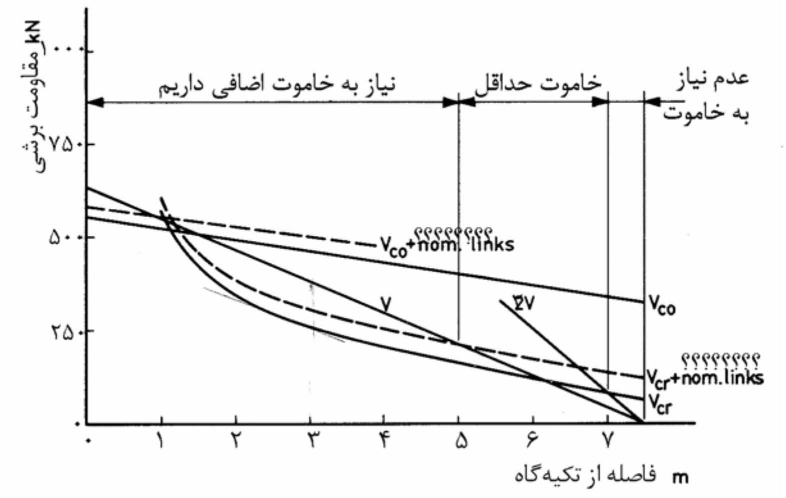
طبق شكل ٧-٦ مي توان مشاهده كرد كه در طول تير به جز در نزديكي تكيه گاه ها $V_{cr} < V_{co}$ است و نيز اينكه به جز در منطقه كوچكي نزديك وسط تير، $V > ۰/۵V_c$ می‌باشد كه V_c مينيمم V_{cr} و V_{co} است و لذا آرماتور برشي مورنياز مي باشد. مقدار خاموت حداقل كه موردنياز است. طبق رابطه ٧-١٤ به صورت زير به دست مي آيد:

$$\frac{A_{sv}}{s_r} = \frac{۰/۴ \times ۱۵۰}{۰/۸۷ \times ۲۵۰} = ۰/۲۷۶$$

براي خاموتهاي $\phi۸$ با فاصله ۳۵۰ mm داريم:

$$\frac{A_{sv}}{S_r} = ۰/۲۸۷$$

كل مقاومت برشي تير با خاموت حداقل در سراسر طول تير در شكل ٧-٦ نشان داده شده است و مي توان مشاهده كرد كه اين مقاومت برشي براي ۵ متر وسط تير كافي مي باشد ولي براي نواحي ديگر تير خاموت عرضي بيشتري موردنياز است.



شکل (۷-٦) مقاومت برشي تير در مثال ۷-۱

بيشترين اختلافي كه بين نيروي برشي وارده و V_c وجود دارد تقريباً ۱۳۰kN است كه درفاصلة حدود ۲/۵ متر از تكيه گاه رخ مي دهد و اين مقدار بايد توسط آرماتور برشي تحمل شود. سطح مقطع و فاصله بين آرماتورها به وسيله معادله ۷-۱٦ به صورت زير تعيين مي شود:

$$\frac{A_{sv}}{s_r} = \frac{۱۳۰ \times ۱۰^{۳}}{۰/۸۷ \times ۲۵۰ \times ۷۷۲} = ۰/۷۷۴$$

لذا آرماتور ϕ۱۲ با فاصله ۲۷۵ mm كافي مي باشد و مقدار $A_{sv}/s_v = ۰/۸۲۳$ را مي دهد. چون مقطع بحراني نزديك به مقطع به فاصلة ۳ متري است، مقدار d در رابطه بالا همان ۷۷۲ mm در نظر گرفته شده است.

۷-٦ مرجع

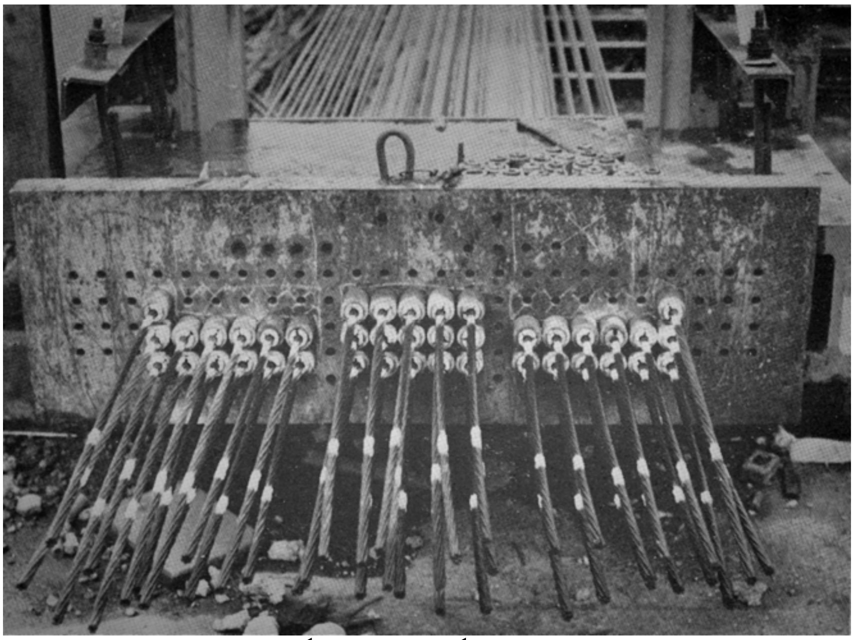
۱. Reynolds, G. C., Clarke, S. L. and Taylor, H. P. J. (۱۹۷٤) Shear Provisions for Prestressed Concrete in The Unified Code CP۱۱۰: ۱۹۷۲. Cement and Concrete Association Technical Report No. ٤۲,۰۰۵, London.

فصل ۸ - سیستم‌های پیش‌تنیدگی و گیره‌ها

۸-۱ سیستم‌های پیش‌کشیده

ویژگیهای لازم برای پیش‌کشیدگی اعضای بتنی در فصل اول توضیح داده شد. از گیره‌ها برای نگهداری تاندونها در حالت کشش تا زمانی استفاده می‌شود که بتن به اندازه کافی سخت شود این گیره‌ها باید قابل استفاده مجدد باشد و عمومی‌ترین سیستم، آرایش بشکه و گوه منفرد [1]می‌باشد، که در شکل ۸-۱ نشان داده شده است. زمانی که تاندونها تا نیروی مورد نیاز کشیده شدند، جک آزاد می‌شود و همراه با انقباض تاندونها، گوه‌ها به سطح تاندون و بشکه قفل می‌شوند. بشکه‌ها مستقیماً با بلوک مهاری در تماس هستند و این بلوکها نیروی پیش‌تنیدگی را در طول بستر پیش‌تنیدگی به انتهای دیگر تاندون انتقال می‌دهند.

[1]Wedge-and-barrel



شکل ۸-۱ گیره پیش‌کشیدگی

زمانی که بتن موجود در اعضا به مقاومت کافی برای انتقال رسید یک پایه[1] پیش‌ساخته بین بلوک مهاری و جک قرار داده می‌شود. با اعمال نیرو به تاندون تا نیروی اولیه اش از فشار گیرة بشکه و گوه کاسته می‌شود، سپس ممکن است گیره الحاقی که شل شده بیرون آورده شود. پس از آن جک آزاد می‌شود و نیروی پیش‌تنیدگی در طول بستر پیش‌تنیدگی به اعضای بتنی انتقال داده می‌شود.

در جایی که در اعضای پیش‌کشیده به تاندونهای انحرافی احتیاج باشد، مفتولها[2] در ابتدا در طول پروفیل اصلی به صورت مستقیم کشیده می‌شود و سپس به وسیله جکهای هیدرولیکی به سمت بالا (و یا پایین) در مکان مناسب تغییر شکل داده می‌شود، سپس با دستگاه‌های ثابت کننده در این موقعیت‌ها قفل می‌شوند و به طور محکم به بستر پیش‌تنیدگی ثابت می‌شوند. ممکن است جکی را که برای تغییر شکل تاندون به کاربرده می‌شود پس از آن برداشته شود.

---

[1] Stool

[2] Strand

روش دیگر کشیدن تاندونها در حالت انحراف یافته است که با دستگاه‌های ثابت کننده قبل از آغاز کشیدن، محکم به بستر پیش‌تنیدگی ثابت می‌شوند. با این سیستم، اصطکاک بین تاندونها و دستگاه ثابت کننده در زمان تعیین افزایش طول مورد نظر تاندونها در محل بلوک مهاری باید مورد توجه قرار گیرد.

۸-۲ سیستم‌های پس‌کشیده

تفاوت عمده بین گیره‌های مورد استفاده در پس‌کشیدگی و پیش‌کشیدگی آن است که در سیستم اخیر گیره‌ها باید قابل استفاده مجدد باشند ولی در سیستم اول گیره‌ها باید در عضو قالب‌گیری شوند و فقط یکبار می‌توان از آنها استفاده کرد.
سیستم‌های اختصاصی زیادی برای گیره پس کشیدگی در اختیار می‌باشد ولی در سه گروه عمده دسته‌بندی می‌شوند.

(الف) گیره‌های گوه‌ای[۱]

این نوع گیره‌ها به گیره‌های معمول مورد استفاده در کار پیش‌کشیدگی شبیه می‌باشند و ممکن است برای تاندونهایی که شامل وایرها و یا مفتولها باشند به کار برده شوند. نیروی مهاری[۲] بر روی تاندون به وسیله اصطکاک بین تاندون و گوه‌هایی تولید می‌شود که بر روی سطح مخروطی شکل سوراخهای موجود در صفحه یا بلوک فولادی قرار دارد.
در کارهای پیش‌کشیدگی، هر تاندون شامل یک وایر یا مفتول منفرد می‌باشد، در اعضای بتنی پس‌کشیده تاندونها همواره شامل تعدادی مفتول یا وایر می‌باشد که در یک غلاف قرار می‌گیرد. این وایرها و یا مفتولها همواره در گیرهٔ یکسانی مهار می‌شوند که اقتصادی‌تر از وضعیتی است که برای هر تاندون یک گیرهٔ مجزا ایجاد کنیم.
یک نمونه از گیره بشکه و گوه در شکل ۸-۲ نشان داده شده است که در آن هر دو گیره قسمت کششی و انتهای مرده وجود دارند. در هر دو نوع یک آرماتور مارپیچی موجود است؛ اینها برای کنترل نیروی کششی‌ای است که در بتن به وسیله نیروی متمرکز بزرگی که در گیره وارد می‌شود. این موضوع به تفصیل در بخش ۸-۳

---

[۱] Wedge anchorages

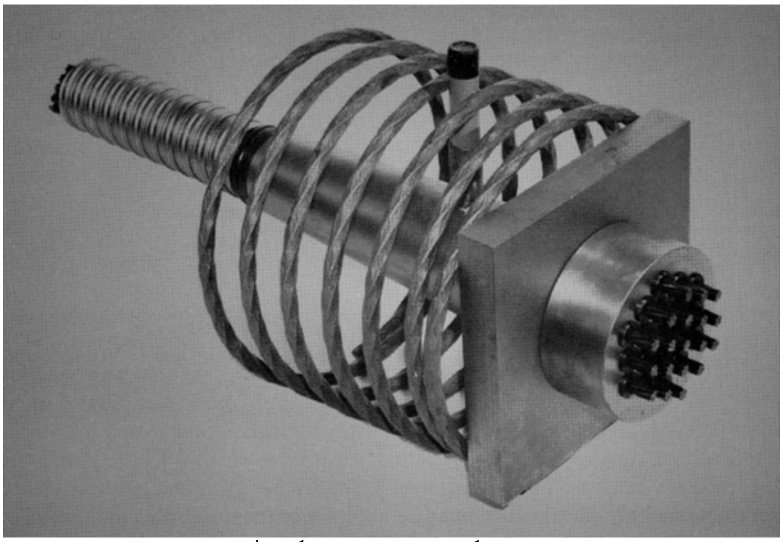
[۲] Restraining force

مورد بحث قرار می‌گیرد. هر مفتول به صورت ویژه در گیره کششی مجموعه‌ای از گوه‌های مخصوص به خود را در یک بلوک دارد و نیروی هر مفتول از طریق صفحه تماسی فولادی به بتن انتقال می‌یابد.

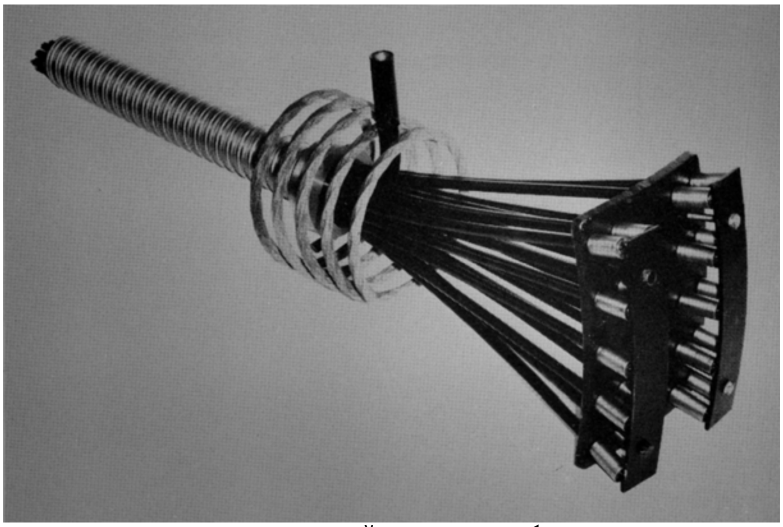
اعمال کشش به وسیله یک جک هیدرولیکی برای هر تاندون انجام می‌شود. تمام مفتولهای درون یک تاندون همزمان با یک جک محکم گرفته می‌شود و تا وقتی که افزایش طول به اندازه مورد نظر برسد کشیده می‌شود. سپس فشار جک آزاد می‌شود و تورفتگی اندک مفتولها سبب می‌شود که گوه‌ها به طور محکم در محل نشیمنشان در بلوک قفل شوند. برای نیروهای بزرگ در تاندونها احتیاج به جکهای بسیار سنگین می‌باشد که باید با استفاده از جرثقیل و یا بالابر در جایشان تثبیت شوند. بعضی سیستم‌ها که نیز از عملکرد گوه‌ای استفاده می‌کنند اجازه می‌دهند هر مفتول در تاندون به صورت مجزا کشیده شود بنابراین از جکهای بسیار کوچکتر می‌توان استفاده کرد و نیز کار با آنها بسیار آسانتر می‌گردد. یک جک ۱۰۰۰ تنی که برای کشش در یک عرشه پل به کار برده شده است در شکل ۸-۳ نشان داده شده است.

در شکل ۸-۲ قسمت تشکیل دهنده غلاف که منتهی به گیره می‌باشد و همچنین دهانه دوغاب‌ریزی نشان داده شده است که به منظور آن است که بتوان پس از پایان کشش تاندون، دوغاب تزریق کرد. این عمل به منظور تامین محافظت تاندون و پیوستگی آن با محیط بتنی از طریق پوشش غلاف می‌باشد. در بیشتر موارد سطح غلاف کنگره ای می‌باشد و از پوسته نازک گالوانیزه ساخته شده که به اندازه کافی انعطاف‌پذیر است تا بتوان آن را به شکل پروفیلهای انحناداری که اغلب اختیار می‌شود درآورد.

در عین حال، غلاف به اندازه کافی سخت است تا در هنگام بتن‌ریزی تاب برندارد و دچار فرو رفتگی نشود. در کارهای ویژه، مانند مخازن تحت فشار یا راکتورهای هسته‌ای و یا سکوهای دریایی، تاندونها در لوله‌های فولادی محافظت می‌شوند. در جایی که تماس با مواد شیمیایی محتمل است ممکن است از غلافهای پلاستیکی استفاده شود. زمانی که کشش و دوغاب‌ریزی به پایان رسید، همواره قسمتهای خارجی گیره که آشکار می‌باشد، برای محافظت با بتن پوشیده می‌شود.



الف) گیره انتهای کشیدگی [۱]

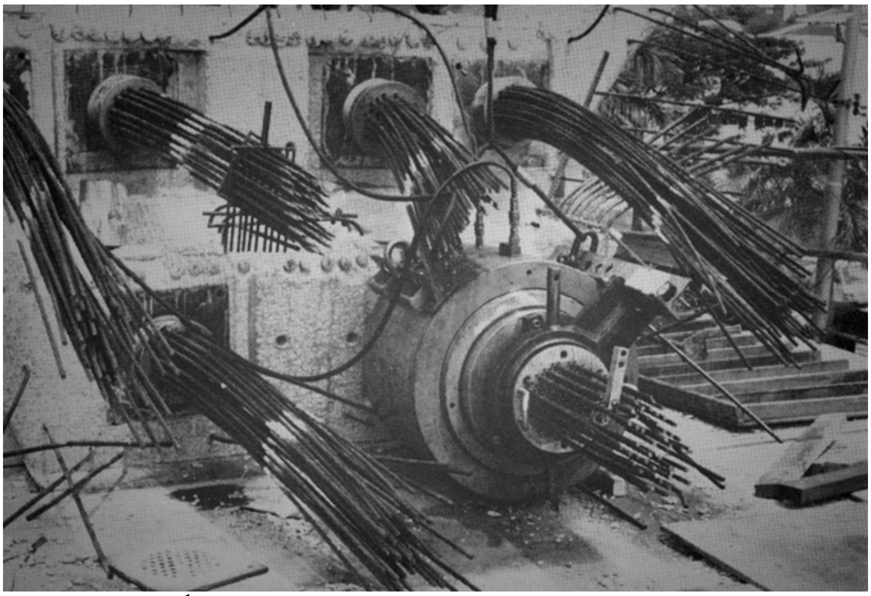


ب) گیره انتهای مرده[۲] (شرکت VSL)

۸-۲ گیره گوه‌ای پس‌کشیدگی

[۱] tensioning anchorage

[۲] dead-end anchorage



شکل ۸-۳ جک ۱۰۰۰ تنی مورد استفاده در پس‌کشیدگی

(ب) سیستم‌های سردگمه‌ای[1]

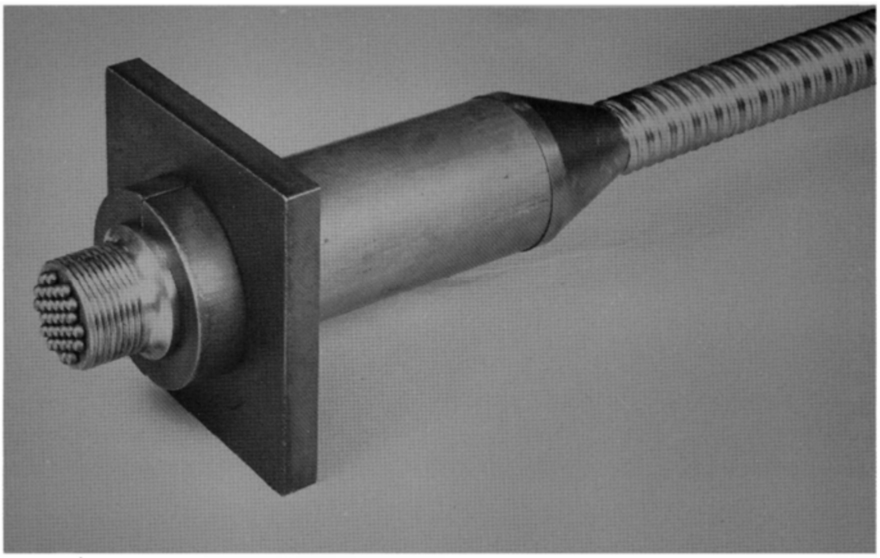
برای تاندونهایی که از وایرها تشکیل شده‌اند بجای قفل کردنشان بوسیله اصطکاک می توان از گزینه دیگر ایجاد سردگمه در انتهای وایر و اتکای آن به یک صفحه استفاده کرد. یک گیرة نمونه در چنین سیستم‌هایی در شکل ۸-٤ نشان داده شده است که یکی گیرة کشیدگی و دیگری گیرة انتهای مرده می‌باشد. وایرهای گیرة کشیدگی به یک بلوک مهاری، که به منظور اتصال مناسب به جک رزوه شده است، متصل شده‌اند. در نتیجه تمام وایرها به صورت همزمان کشیده می‌شوند. پس از کشش، صفحات لایی[2] بین بلوک مهاری و صفحة تماسی قرار داده می‌شود که آنها را می‌توان در شکل ۸-٤ (الف) دید.

با این سیستم، تورفتگی ناچیزی در گیره به وجود می‌آید بنابراین این روش به ویژه در اعضای کوتاه مناسب می‌باشد. در این سیستم با توجه به اینکه احتیاجی به وایرهای بیرون آمده جهت محکم کردن به جکها ندارد، تنظیم و آزاد کردن تاندونها در هنگام کشش به سهولت انجام می‌شود. یک نقطه ضعف این سیستم در مقایسه با سیستم استفاده‌کننده از گوه‌ها آن است که طول اولیة وایرها دقیقاً باید روشن باشد زیرا سردگمه‌ها در انتهای هر وایر باید به بلوک مهاری جفت و سفت شوند.

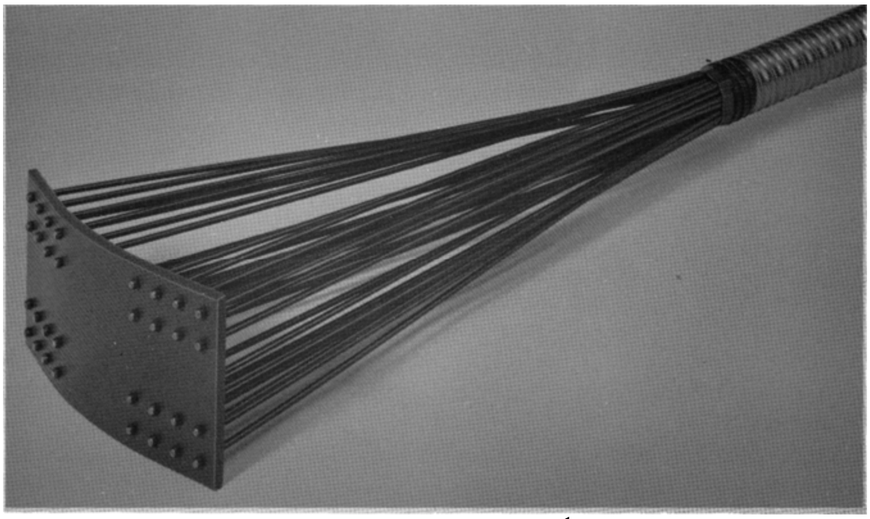
---

[1] Buttonhead anchorages

[2] Shim plates



الف) گیرهٔ کشیدگی



ب) گیرهٔ انتهای مرده (BBR Ltd)

شکل ۸-٤ سیستمهای سردگمه‌ای

(ج) گیره‌های پیچی[۱]

دستهٔ اصلی سوم از گیره‌ها از یک میلهٔ حدیده شده به همراه یک مهره تشکیل شده که به یک صفحهٔ فولادی تکیه می کند تا نیروی درون میله را حفظ کند. یک نمونه در شکل ۸-۵ نشان داده شده است. اگر رزوه در طول آرماتور پیش تنیدگی پیوسته باشد اجازه می‌دهد رواداری[۲] بزرگتری را در طول میله داشته باشیم و پیوستگی بهتری با دوغاب پیرامونی درون غلاف حاصل می‌شود. دوغاب از درون سوراخی که در صفحهٔ تماسی قرار دارد پس از انجام کشش، تزریق می‌شود.

یک آچار رینگی روی مهره قرار داده می‌شود و سپس در اطراف آن از یک پایهٔ کششی استفاده می‌شود که به مهره اجازه می‌دهد که به طور پیوسته در طول روند کشش پیچیده شود. جک هیدرولیکی بر روی پایه فوق قرار داده می‌شود و آرماتورها را تا رسیدن به افزایش طول مطلوب می‌کشد. محکم کردن مهره در این مرحله، پدیده تو رفتگی در گیره در هنگام آزاد شدن فشار جک را حذف می کند.

در مراحلی از ساخت پلهای چند دهانه از تاندونهای الحاقی در انتهای تاندونهایی که قبلاً کشیده شده‌اند استفاده می‌شود.کوپلری[۳] که برای سیستم‌های دکمه‌ای کاربرد دارد در شکل ۸-٦ نشان داده شده است؛ اتصال سیستم‌های دیگر دارای آرایش مشابه می‌باشد.

نوع گیره دیگری که به طور خلاصه ذکر می گردد مربوط به گیره‌هایی است که در پیرامون تانکها و سیلوهای پیش‌تنیده استفاده می‌شود. یک چنین گیره‌هایی در شکل ۸-۷ نشان داده شده است. مفتولها از درون یک بلوک مهاری در گوشهٔ دیوارهٔ تانکها به جلو و عقب حرکت می‌کنند. وقتی کار کامل شد، گیره‌ها با بتن پوشش داده می‌شوند تا یک سطح یکنواخت داشته باشیم. مورد دیگر این سیستم‌ها آن است که تاندونها در هر دو انتها همپوشانی شده و با گیره‌های محیطی مهار می شوند. با این وجود، این گیره‌ها ممکن است از سطح تانک خارج شوند و با بلوکهای خارجی پوشانده شوند.

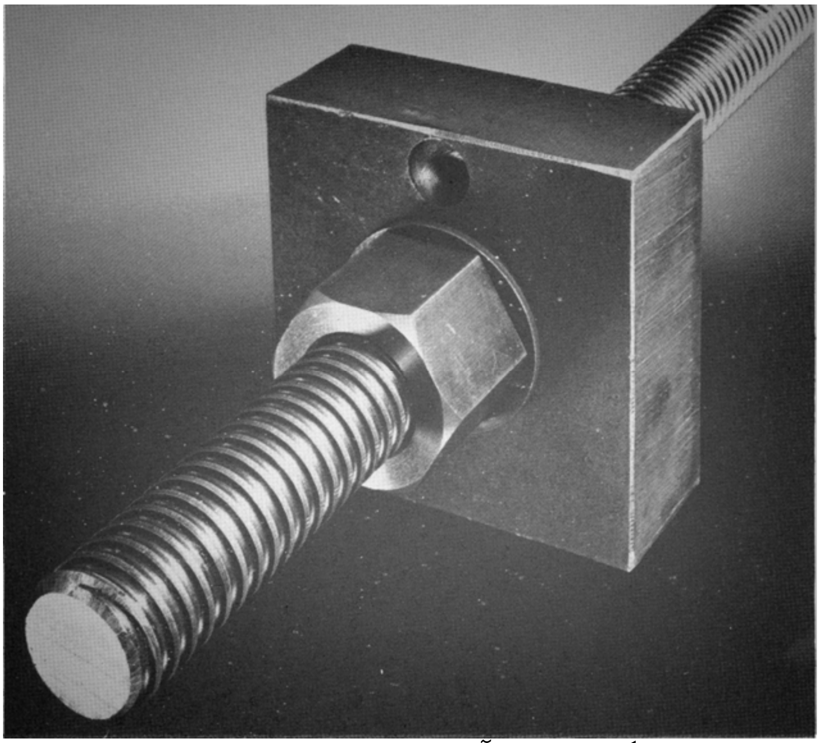
در ساخت دالها به طور عمده از دو نوع گیره استفاده می‌شود که در شکل ۸-۸ نشان داده شده است. در شکل ۸-۸-الف یک گیره برای مفتول نچسبیدهٔ منفرد نشان داده شده است در حالیکه در شکل ۸-۸-ب یک گیره برای مفتولهای چهارتایی چسبیده نشان داده شده است. جزییات گیره‌های استفاده شده در سیستم‌های پس‌کشیده باید در اوایل روند طراحی مورد توجه قرار گیرد. قراردهی گیره‌ها فقط متأثر از نوع جکهای مورد کاربرد نیست بلکه نیروهای شکافندهٔ بوجود آمده درون ناحیهٔ مهاری نیز تأثیرگذار می‌باشند.

---

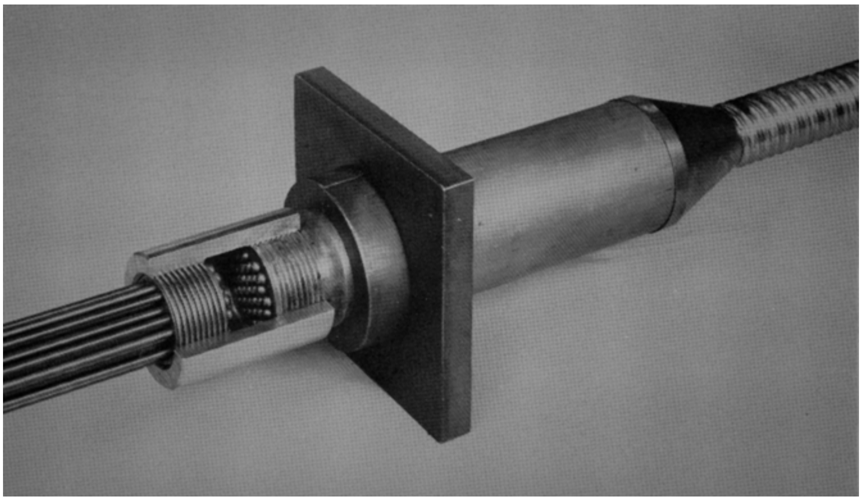
[۱] Threaded bar anchorages

[۲] Tolerance

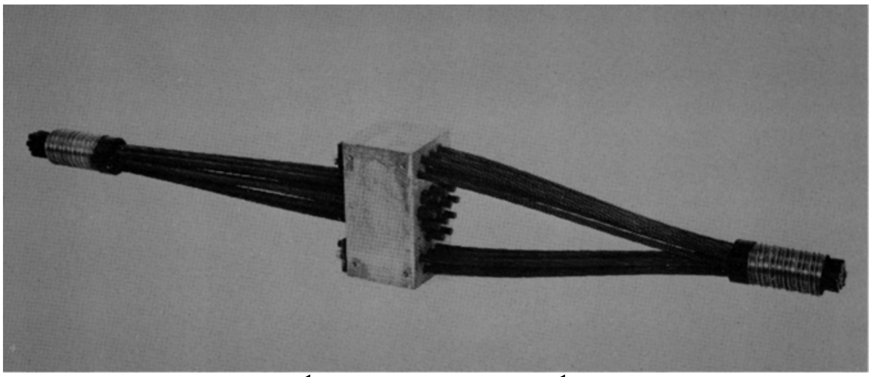
[۳] Coupler



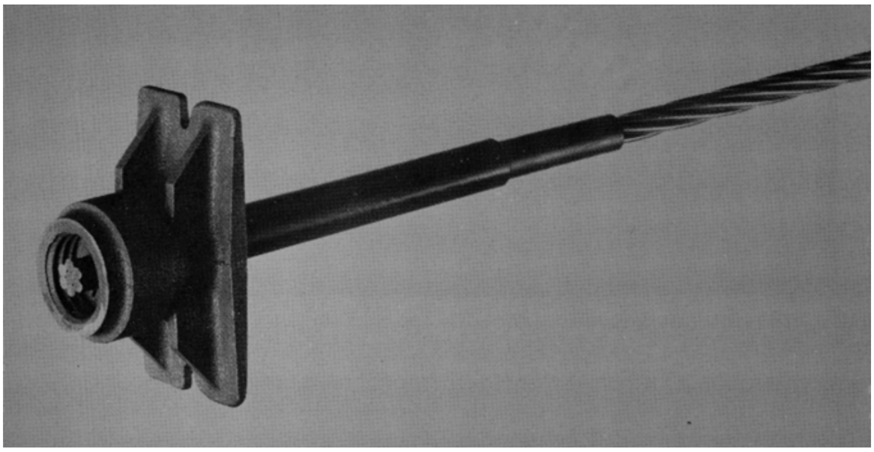
شکل ۸-۵ گیره‌متشکل از آرماتور و مهره (ساخت کارخانهMcCalls)



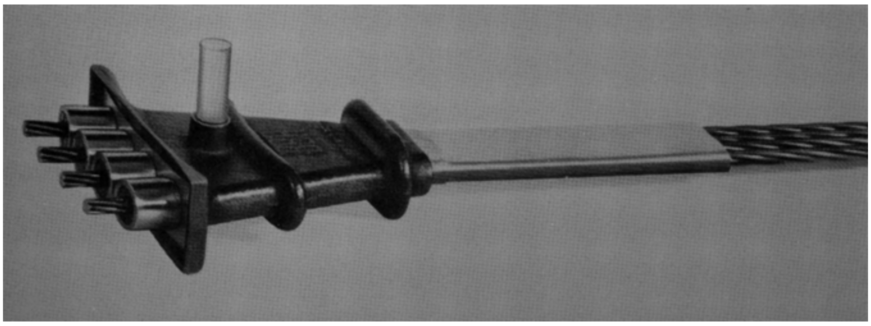
شکل ۸-٦ کوپلر (BBR)



شکل ۸-۷ گیره‌های محیطی پیشتنیدگی (VSL)



(الف)نچسبیده



(ب)چسبیده (BBR)

شکل ۸-۸ گیره‌های دالها

۸-۳ نیروهای شکافنده[۱] در نواحی گیره

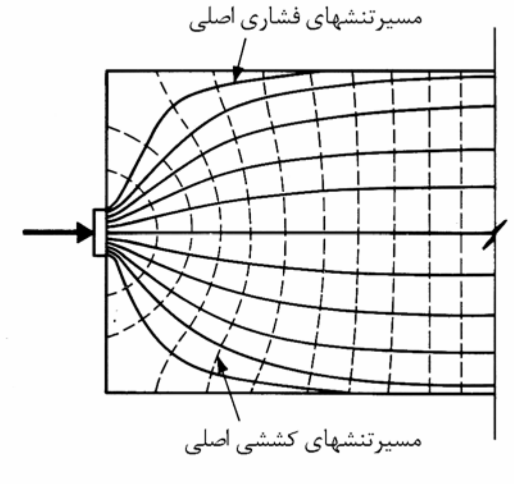
برای اعضای پس‌کشیده، نیروی پیشتنیدگی در یک تاندون به صورت یک نیروی متمرکز در ناحیهٔ گیره وارد می‌شود. بر اساس اصل St Venant، توزیع تنش در یک عضو وقتی از گیره‌ها دور می شویم، یکنواخت می‌شود، ولی در ناحیه‌ای در اطراف گیره توزیع تنش در بتن پیچیده است. مهمترین تأثیر بر طراحی را تنش‌های کششی عرضی به وجود آمده در امتداد عمود بر محور عضو می‌گذارد که تمایل به شکافتن کنارهٔ بتن را دارد همچون میخی که در انتهای تیرچه‌های چوبی کوبیده می‌شود. آرماتور بندی باید به گونه‌ای باشد که تنش‌های کششی حاصل را تحمل کند.

بررسی‌های تئوری و تجربی فراوانی بر روی تنش‌های موجود در محل گیره انجام شده است، و توصیه‌های BS۸۱۱۰ حد واسطی است بین روشهای طراحی بلوک انتهایی که پیشنهاد شده اند و نتایج حاصل از آن با نتایج حاصل از کارهای آزمایشگاهی تقریباً یکسان است.

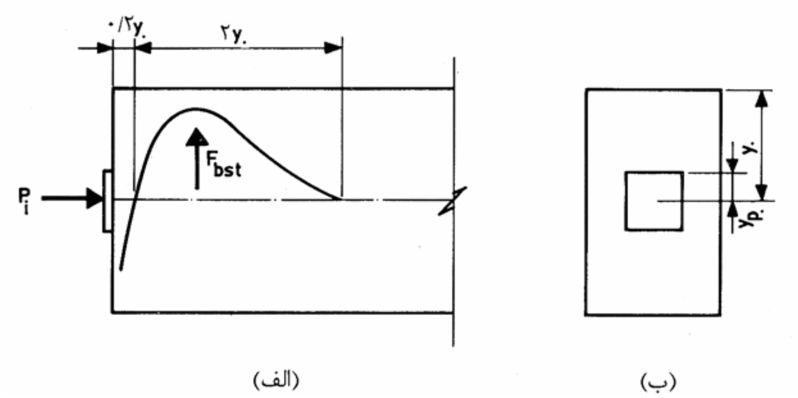
بلوک انتهایی با بارگذاری متمرکز در یک عضو پس‌کشیده با مقطع مستطیل در شکل ۸-۹ نشان داده شده است. در این شکل خطوط مسیر تنش‌های اصلی کششی و فشاری نیز آمده است. توزیع واقعی تنشهای شکافنده یکنواخت نیست ولی تقریباً مطابق شکل ۸-۱۰ (الف) تغییر می‌کند وبا دقت کافی می‌توان برآیند این تنشها،F_{bst}، را مورد بررسی قرار داد. در حالت حدی بهره‌برداری، فرض می‌شود که F_{bst} در فاصلهٔ $0/2y$. و $2y$. عمل می‌کند که y. نصف ضلع مقطع بلوک انتهایی می‌باشد.

---

[۱] Bursting forces



شکل ۸-۹ توزیع تنش در بلوک انتهایی



شکل ۸-۱۰ نیروی شکافنده

مقدار F_{bst} را به عنوان نسبتی از P_i، نیروی اولیهٔ جک، در جدول ۸-۱ می‌توان یافت. این جدول نشان می‌دهد که F_{bst} به نسبت $y_{p.}/y.$ بستگی دارد که $y_{p.}$ نصف ضلع سطح بارگذاری است. بارگذاری با سطح دایره‌ای باید به صورت سطح مربعی با مساحت مساوی در نظر گرفته شود.

y_{p0}/y_0	۰/۲	۰/۳	۰/٤	۰/۵	۰/٦	۰/۷
F_{bst}/P_i	۰/۲۳	۰/۲۳	۰/۲۰	۰/۱۷	۰/۱٤	۰/۱۱

جدول ۸-۱ نیروی شکافنده در بلوک انتهایی

با یک عرض بلوک انتهایی و نیروی پیشتنیدگی مشخص، نیروی شکافنده با کاهش سطح بارگذاری افزایش می‌یابد که نشاندهندهٔ اثر شکافندگی بزرگتر برای نیروی متمرکزتر می‌باشد. در گیرهٔ یا بلوک انتهایی مستطیلی، نیروی شکافندهٔ باید در هر یک از راستاهای اصلی بر اساس نسبت y_{p0}/y_0 در نظر گرفته شود.

برای اعضای پس‌کشیده که پس از کشیده شدن دوغاب ریزی شده‌اند، ماکزیمم نیرویی که به عضو وارد می‌شود نیروی اولیهٔ جک می‌باشد و طراحی بر اساس حالت حدی بهره‌برداری می‌باشد نیروی شکافنده با آرماتوربندی به شکل مارپیچ و یا تنگ بسته تحمل می‌شود که به صورت یکنواخت در بلوک انتهایی توزیع می‌شود و تنش هر کدام تا $200\ N/mm^2$ می‌باشد. با توجه به این واقعیت که زمانی که تاندونها دوغاب‌ریزی شدند، افت اولیه اتفاق می‌افتد و نیروی وارد به گیره‌ها کمتر از P_i می‌گردد از ضریب اطمینان در حالت حدی نهایی تا حدودی اطمینان داریم. همچنین زمانی که دوغابریزی به پایان رسید، با وقوع گسیختگی در گیره، مقداری نیرو هنوز در تاندونها به علت چسبیدن به بتن اطراف باقی می‌ماند.

برای اعضای پس‌کشیدهٔ نچسبیده، با وقوع گسیختگی در گیره، تمام نیروی تاندون از بین می‌رود و برای اطمینان از ایمنی کافی در حالت حدی نهایی، نیروی شکافنده، F_{bst} باید از جدول ۸-۱ بر اساس نیروی مشخصه تاندون تعیین شود. هیچ ضریب اطمینان نسبی برای این نیرو در نظر گرفته نمی‌شود زیرا فرض می‌شود که جک تحت شرایط کنترل شده نیرو را اعمال می‌کند. تنش موجود در آرماتورها برای تحمل نیروی شکافنده می‌تواند نهایتاً به مقاومت طراحی $0/87f_y$ برسد.

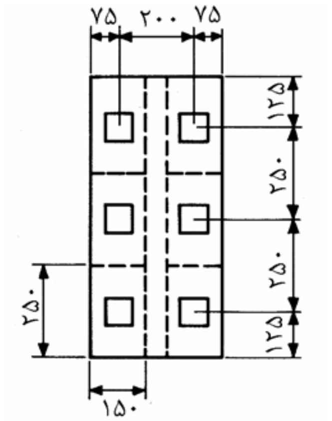
در جایی که یک بلوک انتهایی چندین گیره داشته باشد، باید آن را به مجموعه‌ای از منشورهای متقارن تقسیم کرد و سپس با هر منشور مطابق یک بلوک انتهایی مجزا همچنانکه در بالا توضیح داده شد برخورد کنیم. برای حفظ تعادل کلی از آرماتور اضافی در اطراف کل گیره‌ها استفاده می‌شود. اطلاعات بیشتر در مورد رفتار بلوک انتهایی را می‌توان در Abeles and Bardhan-Roy (۱۹۸۱) و نیز راهنمای The Construction Industry Research and Information Association (۱۹۷٦) یافت.

■■■

مثال ۸-۱

انتهای یک تیر با ٦ گیره با صفحه تماسی مربعی به عرض ۷۵ mm و نیروی جک ۵۰۰kN وارد به هر یک از گیره‌ها در شکل ۸-۱۱ نشان داده شده است. میزان آرماتور مورد نیاز برای تحمل نیروی شکافنده را تعیین کنید در صورتی که f_y آرماتورها ٤٦۰N/mm² باشد. تاندونها از نوع چسبنده می‌باشند.

پاسخ: بلوک انتهایی را می توان به شش منشور متقارن تقسیم نمود بطوریکه در هر منشور ابعاد مقطع انتهایی ۱۵۰×۲۵۰mm می باشد:



شکل ۸-۱۱

برای وجه قائم:

$$\frac{y_p}{y_.} = \frac{۳۷/۵}{۱۲۵} = ۰/۳۰$$

برای وجه افقی:

$$\frac{y_p}{y_.} = \frac{۳۷/۵}{۷۵} = ۰/۵۰$$

از جدول ۸-۱، F_{bst} در راستای قائم $۰/۲۳P_i = ۱۱۵$ kN است، که باید در طول ۲۵۰ mm از سطح انتهایی مقاومت شود. در راستای افقی، F_{bst}، $۰/۱۷P_i = ۸۵$ KN است که باید در طول ۱۵۰ mm از سطح انتهایی مقاومت شود. ماکزیمم نیرویی که در برابر آن باید مقاومت موجود باشد ۱۱۵ kN است و سطح آرماتور مورد نیاز A_{sv} بر اساس تنش ۲۰۰ N/mm² با رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$A_{sv} = \frac{۱۱۵ \times ۱۰^۳}{۲۰۰} = ۵۷۵ \quad mm^۲$$

بنابراین ٤ عدد T۱۰ به صورت تنگ بسته در اطراف هر گیره مورد نیاز است و در کل سطح مقطعی معادل $۶۲۸\ mm^2$ را تأمین می‌کند.

٦ منشور مجزا را می‌توان، یک منشور معادل واحد با ابعاد $۷۵۰ \times ۳۵۰\ mm$ در نظر گرفت، سطح بارگذاری با رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$(۶ \times ۷۵^2)^{\frac{1}{2}} = ۱۸۴\ mm$$

بنابراین برای وجه قائم:

$$y_{po}/y_o = ۹۲/۳۷۵ = ۰/۲۵$$

برای وجه افقی:

$$y_{po}/y_o = ۹۲/۱۷۵ = ۰/۵۳$$

از جدول ۸-۱، ماکزیمم نیرویی که باید تحمل شود:

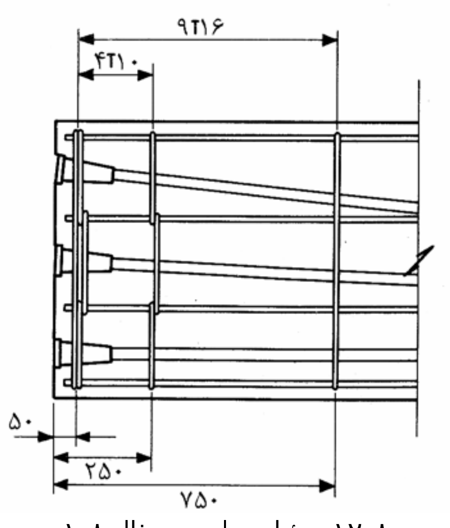
$$= ۰/۲۳ \times ۶ \times ۵۰۰$$

$$= ۶۹۰\ kN$$

در طول $۷۵۰\ mm$ از سطح انتهایی، میزان آرماتور مورد نیاز برابر است با:

$$A_{sv} = ۶۹۰ \times ۱۰^3/۲۰۰ = ۳۴۵۰\ mm^2$$

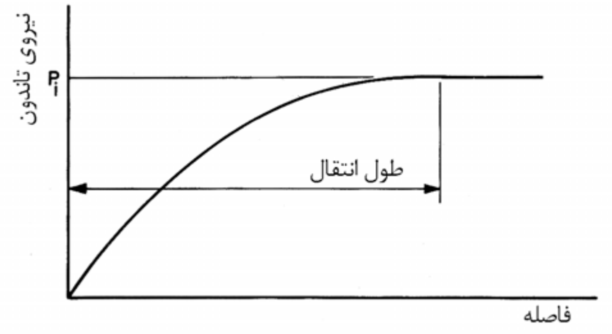
این میزان آرماتور با ۹ عدد T۱۶ با سطح مقطع $۳۶۱۹\ mm^2$ تأمین می‌گردد. جزئیات اجرایی بلوک انتهایی در شکل ۸-۱۲ نشان داده شده است.



۸-۱۲ جزئیات برای تیر مثال ۸-۱

۸-٤ طول انتقال[۱] در اعضای پیش‌کشیده

زمانی که تاندونهای عضو پیش‌کشیده بریده می‌شود، نیروی موجود در آنها که در ابتدا با گیره‌های بستر پیش‌کشیدگی حفظ می‌شود، ناگهان به انتهای عضو بتنی منتقل می‌شود. بنابراین از آنجایی که گیره‌ای در انتهای عضو مانند اعضای پس‌کشیده وجود ندارد، نیرو درست در انتهای تاندون صفر است. با پیشروی در طول تاندون، پیوستگی بین فولاد و بتن نیرویی را تدریجاً در تاندون ایجاد می‌کند تا در فاصله‌ای دورتر از انتهای عضو نقطه‌ای وجود دارد که نیروی موجود در تاندون با نیروی اولیهٔ پیشتنیدگی برابر می‌شود. این فاصله را "طول انتقال" گویند. یک نمونه از تغییرات نیروی پیشتنیدگی در یک عضو پیش‌کشیده در شکل ۸-۱۳ آمده است. عوامل زیادی وجود دارند که بر طول انتقال تأثیر می‌گذارند. طول انتقال برای وایرها بین ۵۰ تا ۱٦۰ برابر قطرشان متغیر است. تحقیقی در زمینهٔ این عوامل متعدد در Base (۱۹۵۸) تشریح شده است.



۸-۱۳ طول انتقال

در انتهای عضو، پیوستگی بین فولاد و بتن تمایل به تضعیف دارد و تاندونها کمی نسبت به بتن حرکت می‌کنند و بنابراین یک نیروی اصطکاک بین دو ماده به وجود می‌آید. نیروی موجود در تاندونهای نزدیک به انتهای عضو پس از رها شدنشان کاهش می‌یابد و لذا به خاطر اثر پواسون کمی به قطرشان افزوده می‌شود بنابراین مقاومت اصطکاکی افزایش می‌یابد. اگر تاندونها وایرهایی باشند که به صورت مکانیکی موجود شده باشد، این عمل باعث ایجاد مقاومت اصطکاکی بهتری می‌شود و بنابراین طول انتقال کاهش می‌یابد. این موضوع در اعضای کوتاه مثل

[۱] Transmission length

تراورس‌های راه‌آهن پر اهمیت است. مفتولها در مقایسه با وایرهای صاف با سطح مقطع یکسان مقاومت اصطکاکی بهتری می‌دهند.

در نواحی دورتر از انتهای آزاد عضو، اثر پواسون کاهش می‌یابد زیرا کاهش در نیروی تاندون کوچکتر می‌شود و نیروی تاندونها عمدتاً به وسیلهٔ پیوستگی بین بتن و فولاد تدریجاً افزایش می‌یابد. نیروی پیوستگی ایجاد شده به مقاومت نمونهٔ مکعبی بتن و نیز به درجهٔ تراکم بتن وابسته است و با افزایش مقاومت مکعبی بتن بزرگتر می‌شود. تراکم بتن اغلب در پایین اعضای ریخته شده بصورت افقی بهتر از روی آنها می‌باشد. همچنین برای یک سطح مقطع مشخص، چندین تاندون کوچک سطح جانبی بیشتری نسبت به یک تاندون بزرگتر دارند بنابراین نیروی پیوستگی ایجاد شده بزرگتر خواهد شد.

طول انتقال تا آنجایی که ممکن است باید بر اساس توصیه های تولید کننده و شرایط کارگاهی تعیین شود، ولی در نبود چنین داده‌هایی فرمول زیر برای طول انتقال در BS۸۱۱۰ داده شده است که برای سطوح تنشهای اولیه در تاندونها تا میزان $۰/۷۵f_{pu}$ مجاز می‌باشد:

$$L_t = \frac{K_t}{f_{ci}^{۱/۲}} \times (\text{قطر}) \qquad (۱\text{-}۸)$$

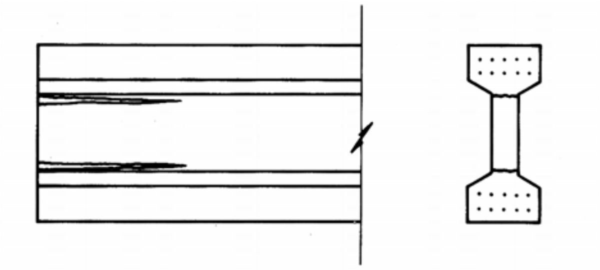
که در آن f_{ci} مقاومت مکعبی بتن در هنگام انتقال و K_t ضریبی برای نوع فولاد به کار رفته می‌باشد. مقادیر K_t در جدول ۸-۲ آمده است.

از آنجایی که پیوستگی میان فولاد و بتن در ایجاد نیروی پیشتنیدگی در اعضای پیش‌کشیده بسیار مهم است، لازم است که در هر دو حالت حدی بهره‌برداری و نهایی، ترکهایی که در هر دو انتهای اعضا اتفاق می‌افتند محدود گردند. این ترکها سبب افزایش بسیار زیاد تنشهای پیوستگی در محل ترک می‌شوند و ممکن است سبب افت شدید در پیوستگی فولاد گردند. استفاده از آرماتورهای اضافی کشیده نشده به منظور محدود کردن ترکها به میزان قابل قبول مناسب خواهد بود.

نوع تاندون	K_t
سیم‌های دندانه‌دار یا صاف (شامل سیم‌های موجدار با موجهایی با ارتفاع کم)	۶۰۰
سیم‌های موجدار با موج ≤ قطر × ۰/۱۵	۴۰۰
مفتول ۷- سیم استاندارد یا مفتول سوپر	۲۴۰
مفتول ۷- سیم فشرده	۳۶۰

جدول ۸-۲ ضریب K_t در طول انتقال

باید کاهش نیروی پیشتنیدگی در انتهای اعضای پیش کشیده را در هنگام کنترل تنش در مقاطع مختلف در طول عضو منظور نمود. معمولاً مطلوب است که خروج از مرکزیت در نزدیکی انتهای تیرهای ساده کاسته شود زیرا لنگر خمشی در این ناحیه پایین‌تر می باشد. این عمل به سادگی در تیرهای پس‌کشیده انجام می‌شود ولی در اعضای پیش‌کشیده می‌توان خروج از مرکزیت را در نزدیکی انتهای تیر با انحراف تاندونها کاست ولی این کار گران‌قیمت می‌باشد و گزینهٔ دیگر حذف چسبندگی بین بتن و فولاد در طول مشخصی از تیر است که یا با گریسکاری تاندونها انجام می‌شود و یا با تهیهٔ روکش برای تاندونها به گونه‌ای که تاندونها آزادانه درون روکش حرکت کنند. در این موارد طول انتقال از جایی در نظر گرفته می‌شود که روکش حذف پیوستگی به پایان رسیده باشد. نیروی پیشتنیدگی در اعضای پیش‌کشیده تدریجاً در طول انتقال اعمال می‌شود و نیروی شکافندهٔ مربوط به اعضای پس‌کشیده معمولاً به وجود نمی‌آید. معذالک، در صورتیکه تاندونهای پیشتنیدگی در دو گروه با فاصلهٔ زیاد و جدا از هم قرار داده شوند، مانند شکل ۸-۱٤، ممکن است در اثر جمع شدگی موضعی بتن ترکهای افقی به وجود بیایند که با کارگذاری تنگهایی که هر دو گروه تاندون را در بر می گیرند می توان چنین ترکهایی را کنترل نمود.



شکل ۸-۱٤ ترک‌خوردگی در یک عضو پیش‌کشیدگی

۸-۵ مراجع

۱. Abeles, P. W. and Bardhan-Roy, B. K. (۱۹۸۱) Prestressed Concrete Designer's Handbook, Viewpoint, Slough.

۲. Base, G. D. (۱۹۵۸) An Investigation of the Transmission Length in Pretensioned Concrete. Cement and Concrete Association Publication ٤۱,۰۰۵, London.

۳. Construction Industry Research and Information Association (۱۹۷٦) A Guide to the Design of Anchor Blocks for Post-Tensioned Prestressed Concrete Members. Guide No. I, London.

فصل ۹- طراحي اعضا

۹-۱ مقدمه

در فصل ۵ آناليز مقاطع تحت اثر نيروي پيش تنيدگي و بارهای وارده بررسي شد. اما مسأله مهم در طراحي يك سازه با هندسة كلي و بار وارده اين است كه چه اندازه‌اي از مقطع عضو لازم مي‌باشد و جزئيات نيروي پيش تنيدگي و پروفيل طولي تاندون چگونه است. از روش سعي و خطا مي‌توان استفاده كرد بر اين اساس كه تنش‌هاي ايجاد شده در همه مقاطع عضو تحت تمامي شرايط بارگذاري رضايت‌بخش باشد. به هر حال اين راه حل ممكن است خيلي طولاني باشد و به طور واضح راه حل سيستماتيك مزيت‌هاي بيشتري دارد.
طراحي اعضاي كلاس ۱و۲ در بخشهای زير به همراه مثالهایی توضيح داده می شود كه در رابطه با یک دال بتن پيش تنيده‌اي است كه عرشة يك پل را تشكيل داده است. اين كه مقاطع توپر استفاده شده در مثالها، مقاطع لزوماً اقتصادي نيستند، قابل تشخيص است؛ (بخش ۹-۹ را ببينيد) ولي از نظر توضيح مباني طراحي و معرفی عملكرد یک دال بتن پيش تنيده قابل قبول مي‌باشد. روش طراحي اعضاي كلاس ۳ كمي متفاوت است

و در بخش ۹-۸ مورد بحث قرار خواهد گرفت. فلوچارت طراحي براي اعضاي كلاس ۱و۲و۳ در بخش ۹-۱۰ نشان داده شده است.

۹-۲ نامعادلات اساسي

به عنوان اولین مورد برای طراحي، يك تير با تكيه‌گاه ساده كه زير يك بار يكنواخت قرار دارد و در شكل ۹-۱ نشان داده شده است را در نظر بگيريد.

اگر P_i برابر نيروي پيش تنيدگي اوليه با خروج از مركزيت e در وسط دهانه فرض شود آنگاه تنش‌هاي ايجاد شده در تارهاي بالا و پايين مقطع وسط دهانه تير با ٤ معادله كه در زير نشان داده شده است قابل محاسبه می‌باشند:

در هنگام انتقال خواهيم داشت:

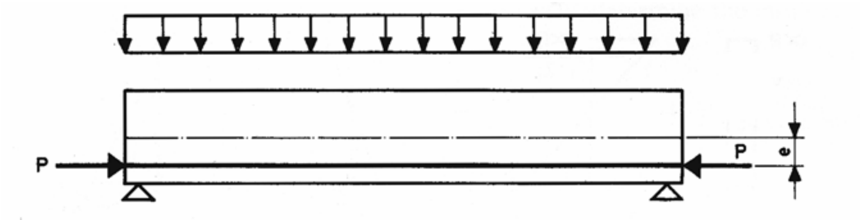
۹-۱-الف
$$f_t = \frac{\alpha P_i e}{A_c} - \frac{\alpha P_i e}{Z_t} + \frac{M_i}{Z_t}$$

۹-۱-ب
$$f_b = \frac{\alpha P_i}{A_c} + \frac{\alpha P_i e}{Z_b} - \frac{M_i}{Z_b}$$

تحت بارهاي سرويس خواهيم داشت:

۹-۱-ج
$$f_t = \frac{\beta P_i}{A_c} - \frac{\beta P_i e}{Z_t} + \frac{M_s}{Z_t}$$

۹-۱-د
$$f_b = \frac{\beta P_i}{A_c} + \frac{\beta P_i e}{Z_b} - \frac{M_s}{Z_b}$$



شكل۹-۱)تير بتن پيش تنيده با تكيه‌گاه ساده

در روابط بالا، Z_t و Z_b مدول مقطع نسبت به تارهاي بالا و پایین، A_c مساحت مقطع، و α و β ضرایب افت کوتاه مدت و بلند مدت پیش تنیدگي هستند. در معادلات ۹-۱-الف تا ۹-۱-د این گونه فرض شده است که لنگرهاي خمشي در هنگام انتقال و تحت بارهاي سرویس، بترتیب M_i و M_s، لنگرهاي پایین کششی (مثبت) هستند. در مقاطعي از عضو که این لنگرها بصورت بالا کششي (منفی) هستند علامت M_i و M_s در معادلات باید برعکس شود. اگر تنش مجاز فشاري حداكثر به ترتیب در هنگام انتقال و تحت بارهاي سرویس f'_{max} و f_{max} باشد، وتنش مجاز مي‌نیمم مطابق آن به ترتیب f'_{min} و f_{min} باشد (با توجه به اینکه اگر f_{min} منفي باشد نمایانگر تنش مجاز کششي است)، معادلات ۹-۱ به صورت نامعادلات زیر دوباره نوشته مي‌شوند:

$$\frac{\alpha P_i}{A_c}-\frac{\alpha P_i e}{Z_t}+\frac{M_i}{Z_t}\geq f'_{min} \qquad \text{۹-۲-الف}$$

$$\frac{\alpha P_i}{A_c}+\frac{\alpha P_i e}{Z_b}-\frac{M_i}{Z_b}\leq f'_{max} \qquad \text{۹-۲-ب}$$

$$\frac{\beta P_i}{A_c}-\frac{\beta P_i e}{Z_t}-\frac{M_s}{Z_t}\leq f_{max} \qquad \text{۹-۲-ج}$$

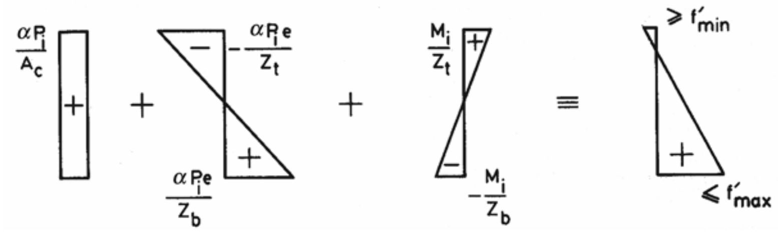
$$\frac{\beta P_i}{A_c}+\frac{\beta P_i e}{Z_b}-\frac{M_s}{Z_b}\geq f_{min} \qquad \text{۹-۲-د}$$

نامعادلات ۹-۲-الف تا ۹-۲-د بصورت نمودار تنش در شکل ۹-۲ نشان داده شده‌اند. با ترکیب نامعادلات ۹-۲-الف و ۹-۲-ج، یك نامعادله براي Z_t نتیجه مي‌شود:

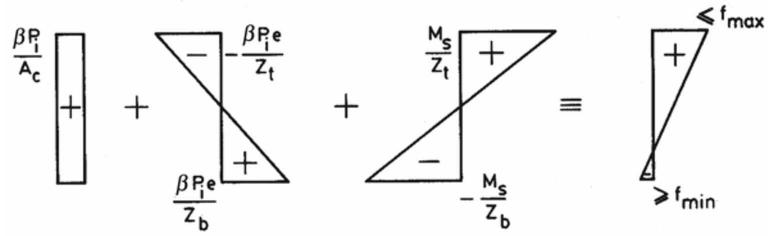
$$Z_t \geq \frac{(\alpha M_s-\beta M_i)}{(\alpha f_{max}-\beta f'_{min})} \qquad \text{۹-۳-الف}$$

به طور مشابه، نامعادلات ۹-۲-ب و ۹-۲-د، در صورت ترکیب شدن نامعادله‌ای براي Z_b خواهند داد:

$$Z_b \geq \frac{(\alpha M_s-\beta M_i)}{(\beta f'_{max}-\alpha f_{min})} \qquad \text{۹-۳-ب}$$



الف)حالت انتقال



ب) بارهای سرویس

شکل ۹-۲ نامعادلات طراحي

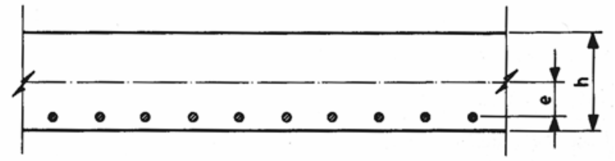
نکته جالب توجه اين است که دو عبارتي که براي حداقل Z_t و Z_b داريم به تفاوت بين حداکثر و حداقل لنگرهاي خمشي و تنش‌هاي مجاز، و نه به مقدار مطلق آنها بستگي دارد.

معذالک اين مقادير حداقل، قيود کاربردي در مورد نيروي پيش تنيدگي و خروج از مرکزيت را در نظر نمی‌گيرند و در عمل، مقادير Z_t و Z_b از آنچه که از نامعادلات ۹-۳-الف و ۹-۳-ب بدست می آيند بزرگتر انتخاب می شوند.

■■■

مثال ۹-۱

عرشة يك پل به صورت يك دال توپر بتن پيش‌تنيده پس کشيده مي‌باشد که بر روي تکيه‌گاه ساده با دهانه ۲۰ متر قرار دارد. اين پل بار کف سازي و سربار $۱۰/۳ kN/m^۲$ را تحمل مي‌کند. تنش‌هاي مجاز بتن در زير داده شده است. اگر ضرايب کوتاه‌مدت و بلندمدت افت تنش پيش‌تنيدگي به ترتيب ۱۰% و۲۰% باشد، حداقل ضخامتي را که دال نياز دارد، تعيين کنيد.



شکل۹-۳

$$f'_{max} = ۲۰ N/mm^۲$$
$$f_{max} = ۱۶/۷ N/mm^۲$$
$$f'_{min} = -۱ N/mm^۲$$
$$f_{min} = ۰ N/mm^۲$$

پاسخ: اگر h ضخامت دال بر حسب متر باشد داریم:

$$M_i = ۲۴h \times \frac{۲۰^۲}{۸} = ۱۲۰۰h \quad kNm/m$$

$$M_s = ۱۲۰۰h + \frac{(۱۰/۳ \times ۲۰^۲)}{۸} = (۱۲۰۰h + ۵۱۵) \quad kNm/m$$

حالا بر اساس نامعادلات ۹-۳-الف وب داریم:

$$Z_t \geq \frac{[۰/۹ \times (۱۲۰۰h + ۵۱۵) - ۰/۸ \times ۱۲۰۰h]}{[(۰/۹ \times ۱۶/۷) - ۰/۸(-۱)]} \times ۱۰^۶$$
$$= (۷/۵۸h + ۲۹/۲۸) \times ۱۰^۶ \ mm^۳/m$$

براي يك مقطع مستطيلي:

$$Z_b \geq \frac{[۰/۹ \times (۱۲۰۰h + ۵۱۵) - ۰/۸ \times ۱۲۰۰h]}{[(۰/۸ \times ۲۰/۰) - ۰/۹(۰)]} \times ۱۰^۶$$
$$= (۷/۵۰h + ۲۸/۹۷) \times ۱۰^۶ \ mm^۳/m$$

$$Z_t = Z_b = ۱۰^۳ \times h^۲/۶ \times ۱۰^۶ = ۰/۱۶۷ h^۲ \times ۱۰^۹ \ mm^۳/m$$

که در آن h بر حسب متر است.

حالا دو معادله بر حسب h می‌توان نوشت:

$$۰/۱۶۷h^۲ \times ۱۰^۹ = ۷/۵۸h + ۲۹/۲۸ \times ۱۰^۶$$
$$۰/۱۶۷h^۲ \times ۱۰^۹ = ۷/۵۰h + ۲۸/۹۷ \times ۱۰^۶$$

با حل این دو معادله مقادیر h به ترتیب ۰/٤٤٢ m و ۰/٤٤۰ m بدست مي‌آيد. پس حداقل ضخامت دال ٤٤٢ mm مي‌باشد. بهتر است در تعيين ابعاد اوليه مقطع كه از نامعادلات ۹-۳-الف و ۹-۳-ب بدست مي‌آيد محافظه كارانه عمل شود بدين ترتيب در جهت ارضاء حالت حدي نهايي نيز حركت می كنيم و اين كار همچنين باعث مي‌شود اثرات جاگذاري نادرست تاندون‌ها در طول ساخت نيز پوشش داده شود.

۹-۳ طراحي مقدار نيروي پيش تنيدگي

مرحله بعدي در روند طراحي، پيدا كردن مقدار نيروي پيش تنيدگي بر اساس بيشترين خروج از مركزيت ممكن بر اساس خصوصيات مقطع مي‌باشد. براي يك خروج از مركزيت داده شده، نامعادلات ۹-۲-الف تا ۹-۲-د را براي نيروي پيش تنيدگي مورد نياز بازنويسي مي‌كنيم. بر اين اساس، نامعادلات جديد عبارتند از:

$$P_i \geq \frac{(Z_t f'_{min} - M_i)}{\alpha (Z_t / A_c - e)} \quad \text{۹-٤-الف}$$

$$P_i \leq \frac{(Z_b f'_{max} + M_i)}{\alpha (Z_b / A_c + e)} \quad \text{۹-٤-ب}$$

$$P_i \leq \frac{(Z_t f_{max} - M_s)}{\beta (Z_t / A_c - e)} \quad \text{۹-٤-ج}$$

$$P_i \geq \frac{(Z_b f_{min} + M_s)}{\beta (Z_b / A_c + e)} \quad \text{۹-٤-د}$$

اگر $(Z_t / A_c - e)$ منفی باشد جهت نامساويهای ۹-٤-الف و ۹-٤-ج عوض می شود. در هر صورت مشاهده می شود كه دو حد بالا و دو حد پايين براي نيروي پيش تنيدگي وجود دارد. معمولاً حداقل مجاز نيروي پيش‌تنيدگي بر اساس حدود بالا مورد استفاده قرار می گيرد، زيرا هزينه فولاد پيش تنيدگي سهم زيادي از كل قيمت تمام شده سازه‌هاي بتن پيش تنيده را تشكيل مي‌دهد.

■■■

مثال ۹-۲

براي عرشه مثال ۹-۱ و با در نظر گرفتن ضخامت ۵۲۵ mm براى دال، كمترين مقدار نيروي پيش تنيدگي لازم را پيدا كنيد. خروج از مركزيت حداكثر تاندونها در وسط دهانه بالاي طاق پل را ۷۵ mm در نظر بگيريد.

پاسخ:

$$Z_t = Z_b = \frac{۵۲۵^{۲} \times ۱۰^{۳}}{۶} = ۴۵/۹۴ \times ۱۰^{۶}\ mm^{۳}/m$$

$$A_c = ۵/۲۵ \times ۱۰^{۵}\ mm^{۲}/m$$

$$e = \frac{۵۲۵}{۲} - ۷۵ = ۱۸۸\ mm$$

$$M_i = ۱۲۰۰ \times ۰/۵۲۵ = ۶۳۰\ kNm/m$$

$$M_s = ۶۳۰ + ۵۱۵ = ۱۱۴۵\ kNm/m$$

نامعادلات ۹-٤-الف تا ۹-٤-د مقادير زير را براي P_i مي‌دهد:

$$P_i \le ۷۴۷۳/۴\quad kN/m$$

$$P_i \le ۶۲۴۶/۳\quad kN/m$$

$$P_i \ge ۴۶۹۹/۳\quad kN/m$$

$$P_i \ge ۵۱۹۵/۰\quad kN/m$$

ملاحظه مى‌شود كمترين مقدار P_i كه بر اساس اين حدود بدست مي‌آيد برابر ۵۱۹۵/۰ kN/m مي‌باشد. بايد به اين نكته توجه داشت كه در نامعادلات ۹-٤-الف و۹-٤-ج مقسوم عليه‌هاى اين مثال منفي مي‌باشند. تقسيم طرفين يك نامعادله بر يك عدد منفي جهت نامساوي را برعكس مي‌كند.

اگر نيروي پيش تنيدگي توسط تاندونهايي با فاصله برابر كه هر كدام نيروي پيش تنيدگي اوليه ۱۳۷۸ kN دارند تأمين شود، فاصله بين تاندونها ۲٦۵ mm مي‌شود. دراين مثال نيروي پيش تنيدگي با تنظيم كردن فاصله تاندونها به آساني قابل تغيير است. معذالک در مورد يك تير اگر تغييرات نيروي پيش تنيدگي بدست آمده از نامعادلات ۹-٤-الف تا ۹-٤-د كوچك باشد، ممكن است تأمين یک آرايش عملى تاندونها كه در فاصلة اين تغييرات قرار گيرد، مشكل باشد.

برعكس بتن مسلح، كه فولادگذاري اضافي سبب افزايش مقاومت عضو مي‌شود، در اعضاي بتن پيش تنيده نيروي پيش تنيدگي بيش از حد لزوم سبب خواهد شد كه تنش‌هاي مجاز در هردو حالت انتقال و بهره‌برداري را نتوان ارضا كرد.

تنش‌هاي تحت بارگذاري عبارتند از:
در هنگام انتقال:

$$f_t = \frac{۰/۹\times۵۱۹۵\times۱۰^{۳}}{۵/۲۵\times۱۰^{۵}} - \frac{۰/۹\times۵۱۹۵\times۱۰^{۳}\times۱۸۸}{۴۵/۹۴\times۱۰^{۶}} + \frac{۶۳۰\times۱۰^{۶}}{۴۵/۹۴\times۱۰^{۶}}$$
$$= ۸/۹۱ - ۱۹/۱۳ + ۱۳/۷۱ = ۳/۴۹ \text{ N/mm}^{۲} \ (> f'_{min} = -۱)$$
$$f_b = ۸/۹۱ + ۱۹/۱۳ - ۱۳/۷۱ = ۱۴/۳۳ \text{ N/mm}^{۲} \ (< f'_{max} = ۲۰)$$

تحت بار سرويس:

$$f_t = (\frac{۰/۸}{۰/۹})\times ۸/۹۱ - (\frac{۰/۸}{۰/۹})\times۱۹/۱۳ + \frac{(۱۱۴۵\times۱۰^{۶})}{(۴۵/۹۴\times۱۰^{۶})}$$
$$= ۷/۹۲ - ۱۷/۰۰ + ۲۴/۹۴ = ۱۵/۸۴ \text{ N/mm}^{۲} \ (< f_{max} = ۱۶/۷)$$
$$f_b = ۷/۹۲ + ۱۷/۰۰ - ۲۴/۹۲ = ۰ \text{ N/mm}^{۲} \ (= f_{min} = ۰)$$

بحراني‌ترين وضعيت تنش مطابق با معادلهٔ ۹-۱-د مي‌باشد که مربوط به تنش حداقل تحت بار سرويس است. بقيه تنش‌ها در حدود مشخص داده شده در قبل می‌باشند. اين نتيجه قابل انتظار است زيرا نيروي پيش‌تنيدگي انتخاب شده از نامعادلهٔ ۹-٤-د تعيين شده است.

■■■

۹-٤ نمودار مانيل[۱]

در مثال۹-۱، چهارنامعادله براي نيروي پيش‌تنيدگي يك فاصله از مقادير ممكن را براي P_i مي‌دهد. هرچند که براي يك مقدارداده شده از e ممكن است چنين دامنه‌اي وجود نداشته باشد. به خاطر اينکه، ممكن است مقدار دروني از ٤ محدودهٔ P_i روي هم بيفتد. در چنين حالتي، مقداری ديگر برای e بايد انتخاب شود و محدوده‌هاي P_i دوباره پيدا شود. به طور حتم يك مسير مستقيم‌تر و سريع براي رسيدن به چنين ترکيبي بسيار مفيد خواهد بود.

Magnel [۱]

جهت حصول این مقصود نامعادلات ۹-٤-الف تا ۹-٤-د به شکل زیر بازنویسی مي‌شوند:

$$\frac{1}{P_i} \le \frac{\alpha(Z_t/A_c - e)}{(Z_t f'_{min} - M_i)} \qquad \text{۹-۵-الف}$$

$$\frac{1}{P_i} \ge \frac{\alpha(Z_b/A_c + e)}{(Z_b f'_{max} + M_i)} \qquad \text{۹-۵-ب}$$

$$\frac{1}{P_i} \ge \frac{\beta(Z_t/A_c - e)}{(Z_t f_{max} - M_s)} \qquad \text{۹-۵-ج}$$

$$\frac{1}{P_i} \le \frac{\beta(Z_b/A_c + e)}{(Z_b f_{min} + M_s)} \qquad \text{۹-۵-د}$$

اگر مخرج‌های نامعادلات ۹-۵-الف و ۹-۵-ج منفی باشندجهت نامعادلة مربوطه عوض می‌شود.

رابطة بین $\frac{1}{P_i}$ و e در نامعادلات بالا خطي است و اگر بصورت نمودار رسم شود راه حل مفيدي براي رسيدن به مقادير مناسب P_i و e مي‌باشد. این نمودار اولین بار بوسيلة يك مهندس بلژيكي به نام «مانیل» معرفی شد و به افتخار او نامگذاری شده است.

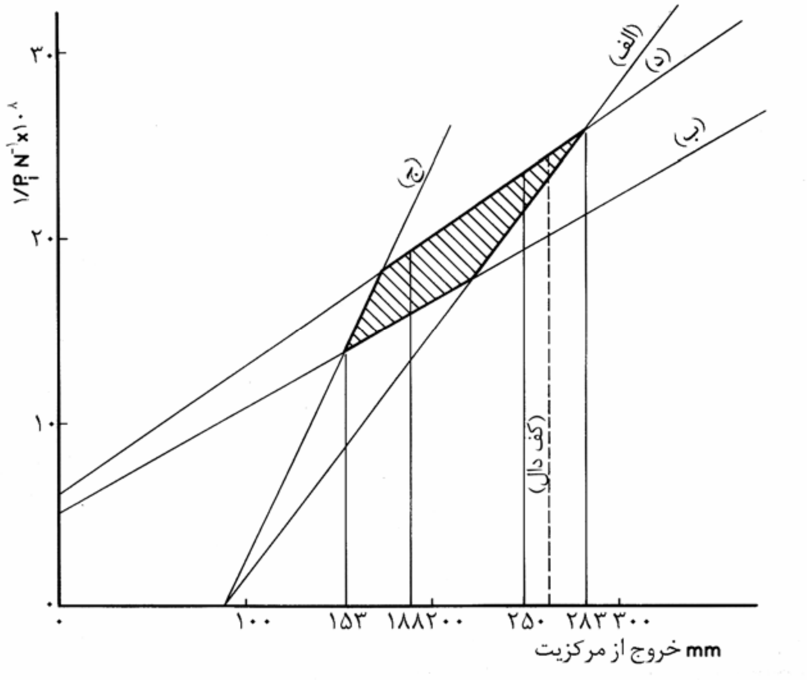
■■■

مثال ۹-۳

نمودار مانیل را براي عرشة پل مثال ۹-۱رسم کنید و کمترين مقدار نيروي پيش تنيدگي را براي تاندون با خروج از مرکزیت ۱۸۸ میلي‌متر پیدا کنید. هر يك از موارد زير روي نيروي پيش تنيدگي چه تأثيري خواهند داشت؟

الف) کاهش خروج از مرکزیت به ۱۲۵ میلي‌متر.

ب) افزایش خروج از مرکزیت به ۲۵۰ میلي‌متر.



شکل۹-٤) دیاگرام مانیل

پاسخ: نامعادلات ۹-۵-الف تا ۹-۵-د بصورت زير نوشته مي‌شود:

$$\frac{۱۰^۸}{P_i} \geq ۰/۱۳۳e - ۱۱/۶۵$$

$$\frac{۱۰^۸}{P_i} \geq ۰/۰۵۸e + ۵/۰۸$$

$$\frac{۱۰^۸}{P_i} \leq ۰/۲۱۲e - ۱۸/۵۳$$

$$\frac{۱۰^۸}{P_i} \leq ۰/۰۷۰e + ۶/۱۱$$

در اینجا علامت‌هاي نامعادلات ۹-۵-الف و ۹-۵-ج به دلیل اینکه مقسوم علیه‌ها منفي می‌باشند عوض شده است. اگر نامعادلات بالا را با دستگاه مختصاتي با محورهاي $\frac{1}{P_i}$ و e نشان دهیم هر کدام یک خط با نواحی مجاز و غیر مجاز خواهد بود که بین آنها يك فضاي هاشورخورده بدست مي‌آيد که در شکل ۹-٤ نشان داده

شده است و به آن ناحیه قابل قبول می‌گوییم. براي هر خروج از مرکزيتي که داده شود به آساني مي‌توان جفت نامعادلاتي که حدود P_i را تعيين مي‌کنند از بين نامعادلات ۹-٤-الف تا ۹-٤-د مشخص نمود. براي خروج از مرکزيت e = ۱۸۸ mm، حدود مقادير مجاز P_i بوسيلة نامعادلات ۹-۵-ب و ۹-۵-د تعيين مي‌شوند.

$$P_i \leq ۶۲۴۶/۳ \quad kN/m$$

$$P_i \geq ۵۱۹۵/۰ \quad kN/m$$

اگر بيشترين خروج از مرکزيت به مقدار ۱۲۵mm کاهش پيدا کند، مي‌توانيم در دياگرام مانيل مشاهده کنيم که هيچ حدودي براي P_i قابل تعيين نيست. اين بدان معناست که با اين مقدار e برقرار کردن چهار نامعادلة ۹-۲ (الف) تا (د) غير ممکن است. و در صورت استفاده از آن حداقل یکی از تنشهای تارهای بحرانی از مقدار مجاز تجاوز می‌کند.

اگر مقدار e به مقدار ۲۵۰mm افزايش پيدا کند، حالا محدودة مقادير P_i بوسيله نامعادلات ۹-٤ (الف) و ۹-٤ (د) تعيين مي‌شوند.

$$P_i \leq ۴۶۲۱/۹ \quad kN/m$$

$$P_i \geq ۴۲۴۰/۷ \quad kN/m$$

■■■

افزايش بيشتر مقدار e منجر به آن مي‌شود که اينکه محدوده‌اي که براي P_i بدست مي‌آيد داراي حاشيه کمتري باشد ولي در نهايت موقعيت تاندون به کف عرشه مي‌رسد ناحيه قابل قبولی که به وسيله ٤ خط در نمودار مانيل بوجود مي‌آيد در فاصلة e=۱۵۳mm تا e=۲۸۳mm قرار دارد. اين حدود مطابق با بيشترين و کمترين نيروهاي پيش تنيدگي مي‌باشد و تحت همة شرايط بارگذاري به ترتيب هر کدام در مقطع از بيشترين و کمترين تنش‌های مجاز متناظرند. ولي در عمل خروج از مرکزيت مرزي از نصف عمق عرشه کمتر است به اين دليل که پوشش لازم براي فولاد پيش‌تنيدگي ايجاد شود. در عمل، مقدار e =۱۸۸mm بيشترين خروج از مرکزيت عملی براي اين مثال مي‌باشد، که پوشش کافي را نيز ايجاد مي‌کند.

اين تغييرات P_i بر حسب e يك روند عمومي را نشان مي‌دهد که در آن افزايش e مقدار P_i را کاهش مي‌دهد و بالعکس. براي کمترين نيروي پيش‌تنيدگي، بيشترين خروج از مرکزيت بايد در محل بيشترين لنگر خمشي ايجاد شود. اين مسأله همچنين باعث ايجاد بيشترين مقاومت خمشی در حالت حدي نهايی مي‌شود. نمودار مانيل وسيله بسيار مفيدي براي درک ارتباط بين نيروي پيش‌تنيدگي و خروج از مرکزيت مي‌باشد. اگرچه بسياري از کارهاي محاسباتي دررابطه با طراحي بتن پيش‌تنيده، اين روزها بوسيلة کامپيوتر انجام مي‌شود، ولي براي يك طراح، درک اين مطلب که متغيرهاي طراحي چه تأثيري بريکديگر مي‌گذارند ضروري است.

۹-۵ ناحیه قرارگیری (حدی) کابل

به مجرد اینکه مقدار نیروي پیش‌تنیدگي بر اساس بحراني‌ترین مقطع انتخاب شود این امکان به وجود می‌آید که در مقاطع دیگر در طول عضو محدوده‌اي براي خروج از مرکزیت مجاز e بدست آورد. بدین ترتیب ناحیه مجاز قرارگیري کابل بدست مي‌آید. در این ناحیه که به آن ناحیه حدی نیز می‌گویند پروفیل طولي کابل هرشکلي می‌تواند داشته باشد. در اینجا واژه کابل به عنوان منتجه چند تاندون منفرد در کنار هم به کار مي‌رود. در صورت قرارگیري کابل در ناحیة حدی، تنش‌هاي ایجاد شده تحت شرایط بارگذاري مختلف از مقادیر مجاز تجاوز نمي‌کند حتي اگر بعضي از تاندونها از نظر فیزیکی خارج از ناحیة حدی کابل قرار گیرند. نامعادلات ۹-۲ (الف) تا (د) را بازنویسی کرده تا نامعادلات زیر بدست آید:

$$e \le \frac{Z_t}{A_c} + \frac{۱}{\alpha P_i}\left(M_i - Z_t f'_{min}\right)$$ ۹-٦-الف

$$e \le \frac{۱}{\alpha P_i}\left(Z_b f'_{max} + M_i\right) - \frac{Z_b}{A_c}$$ ۹-٦-ب

$$e \ge \frac{Z_t}{A_c} + \frac{۱}{\beta P_i}\left(M_s - Z_t f_{max}\right)$$ ۹-٦-ج

$$e \ge \frac{۱}{\beta P_i}\left(Z_b f_{min} + M_s\right) - \frac{Z_b}{A_c}$$ ۹-٦-د

■■■

مثال ۹-٤

در مثال ۹-۳، اگر نیروي پیش‌تنیدگي kN/m ۵۱۹۵ باشد، ناحیه قرارگیري کابل را در طول عرشة پل معین کرده و پروفیل طولي مناسبی برای کابل بدست آورید.

پاسخ: محدوده‌اي كه براي منطقه قرار گيري كابل با توجه به نامعادلات ۹-٦ (الف) تا (د) بدست مي‌آيد بصورت زير است:

$$e \le ۹۷/۳ + ۲/۱۳۹ \times ۱۰^{-۷} M_i$$

$$e \le ۱۰۹/۰ + ۲/۱۳۹ \times ۱۰^{-۷} M_i$$

$$e \ge -۹۷/۱ + ۲/۴۰۶ \times ۱۰^{-۷} M_s$$

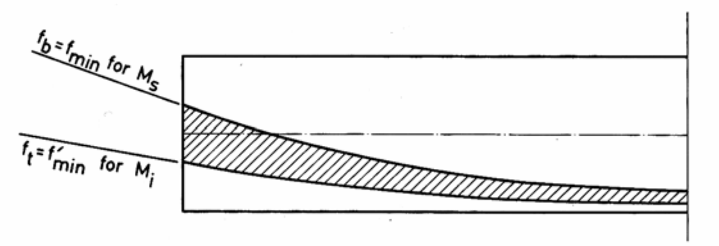
$$e \ge -۸۷/۵ + ۲/۴۰۶ \times ۱۰^{-۷} M_s$$

در روابط فوق واحدها برحسب N و mm هستند. مقادير M_i، M_s و e در طول دال براي نيمة اول آن در جدول ۹-۱ نشان داده شده است، با توجه به اينكه كليه مقادير حول خط مركزي وسط دهانه متقارن هستند. در اين مثال، براي همه مقاطع در طول دال، نامعادلات ۹-٦ (الف) و ۹-٦ (د) محدوده ناحيه قرارگيري كابل را تعيين مي‌كنند كه در شكل ۹-۵ نشان داده شده است. معمولاً در حالتي كه كمترين نيروي پيش‌تنيدگي انتخاب شود آن وقت اين نامعادلات كه مرتبط با تنش‌های مینیمم هستند حاكم خواهند شد.

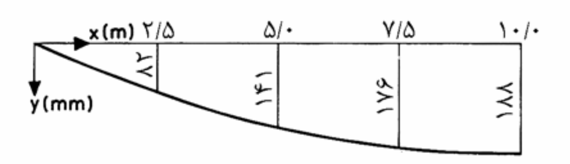
عمق ناحية قرارگيري كابل در وسط دهانه ٤٤mm است. كه عمق مناسبي براي رفع هرگونه بي‌دقتي در قرارگيري غلاف تاندونها است. به هر حال در صورتي كه نيروي پيش‌تنيدگي ۵۱۹۵ kN/m انتخاب شود، یک حد براي ناحيه قرارگيري كابل e=۱۸۸mm است و اين اندازه در واقع بيشترين خروج از مركزيت عملي براي اين سازه مي‌باشد. بدين ترتيب اگر تاندونها با همين خروج از مركزيت ۱۸۸mm انتخاب شوند، يك جابجايي كوچك به سمت بالا، نيروي پيش‌تنيدگي را در خارج از ناحية حدی كابل قرار می‌دهد. براي رفع اين مشكل، فاصلة قرارگيري تاندونها را اندكي از ۲٥٦mm كاهش داده و ۲۵۰ ميلي‌متر در نظر مي‌گيريم نتيجه اين كار افزايش نيروي پيش‌تنيدگي به ۵۵۱۲ kN/m است. حالا محدودة قرارگيري كابل در وسط دهانه از ۱۷۲mm تا ۲۲٤mm است، و در صورتي كه e=۱۸۸mm بعنوان خروج از مركزيت اسمي اين ناحيه انتخاب شود، يك فاصله قابل قبول ۱٦mm از بالای محدوده خواهد داشت.

فاصله(m)	۰	۲/۵	۵	۷/۵	۱۰
Mi (kN.m)	۰	۲۷۵/٦	٤۷۲/۵	۵۹۰/٦	٦۳۰
Ms (kN.m)	۰	۵۰۰/۹	۵۸۵/۸	۱۰۷۳/٤	۱۱٤۵
e ≥ (mm)	۸۸-	۳۳	۱۱۹	۱۷۱	۱۸۸
e ≤ (mm)	۹۷	۱۵٦	۱۹۸	۲۲٤	۲۳۲

جدول ۹-۱: ناحيه قرارگيري كابل براي دال مثال ۹-۱



شکل۹- ۵ ناحيه قرارگيري کابل



شکل۹- ٦ پروفيل طولي کابل

شکل پروفيل طولي قرارگيري کابل سهمي در نظر گرفته می‌شود و خروج از مرکزيت در وسط دهانه ۱۸۸mm و در تکيه‌گاه صفر می‌باشد تا اينکه يك تنش يکنواخت در اين مقطع ايجاد شود، در اين صورت شکل پروفيل طولي کابل بوسيله معادله: $y=\left(۴\times\frac{۰/۱۸۸}{۲۰^{۲}}\right)x\left(۲۰-x\right)$ بدست مي‌آيد.

در اين معادله مختصات y از وسط مقطع اندازه گيری مي‌شود. مختصات x در طول عرشه تعيين مي‌شود و بر اساس آن معادلة فوق محل قرارگيري غلاف تاندون را در طول سازه مشخص مي‌کند (شکل ۹-٦). می‌توان نشان داد که مختصات y در منطقه تصحيح شدة قرارگيري کابل طبق P_i = ۵۵۱۲ kN/m قرار می‌گيرد.

■■■

يك عامل مهم در انتخاب پروفيل طولي کابل براي اعضاي پس‌کشيده جزئيات بلوکهای انتهايي در ناحية گيره است. سازندگان سيستم‌هاي مختلف پيش‌تنيده معمولاً در گيره‌هايشان فاصلة آزاد مورد نياز بين تاندونها را مشخص می‌کنند و اين فواصل آزاد در خروج از مرکزيت تاندونها در انتهاي عضو تأثير مي‌گذارند. طراحي بلوکهای انتهايي در فصل ۸ بررسي شده است.

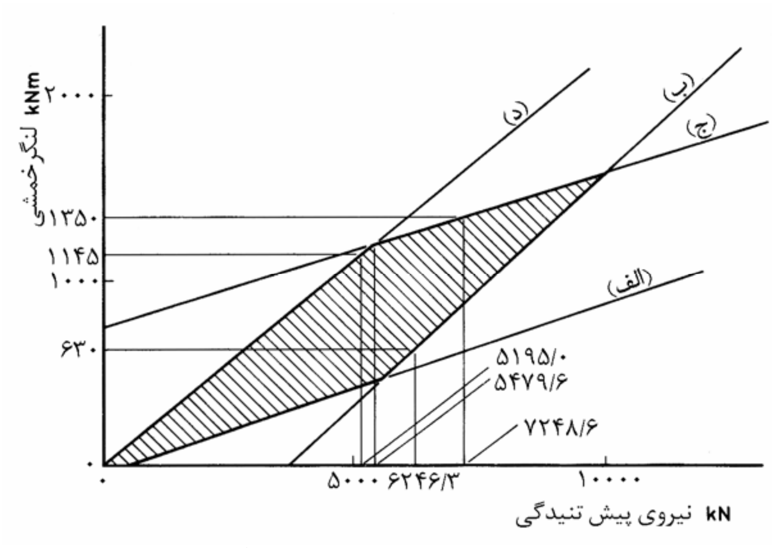
در مثال بالا اندازه نيروي پيش‌تنيدگي در طول دهانه ثابت فرض شد، در اعضاي پس‌کشيدة واقعي نيروي پيش‌تنيدگي متغير است. در فصل ۱۳ در يك مثال تاثير هر دوي اين عوامل نشان داده خواهد شد.

۹-۶ حداقل نيروي پيش‌تنيدگي

از آنجاييکه بخش قابل توجهي از هزينه اعضاي بتني پيش‌تنيده مربوط به فولاد پيش‌تنيدگي است، در هر طراحي بايد هدف اين باشد که ميزان اين فولاد را به حداقل کاهش دهيم. با فرض اينکه فولاد تا آخرين حد مجاز خود تحت تنش قرار گرفته باشد اين هدف معادل است با اين که نيروي پيش‌تنيدگي را حداقل نماييم. طبق آنچه در بخش ۹-۳ نشان داده شده است، براي برقراري نامعادلات اساسي در رابطه با حداکثر و حداقل تنش‌هاي بتن در حالت انتقال و بار بهربرداري، معمولاً يك محدوده وجود دارد که نيروي پيش‌تنيدگي بايد در اين محدوده قرارگيرد. حداقل نيروي پيش‌تنيدگي لازم در حالت بار سرويس در يك تير ساده موقعي بدست مي‌آيد که بيشترين خروج از مرکزيت را داشته باشيم. لکن ميزان خروج از مرکزيت با توجه به حداقل مجاز تنش در بتن در حالت انتقال محدود مي‌شود. به منظور مطالعة عوامل موثر، فرض کنيد نيروي پيش‌تنيدگي لازم در يك مقطع و خروج از مرکزيت مشخص هستند و لنگرهاي هر دو حالت انتقال و بار سرويس را تغيير دهيم. لذا براي دال مثال ۹-۱ نامعادلات ۹-٤ (الف) تا (د) را با فرض e=۱۸۸mm بصورت زير بازنويسی مي‌کنيم:

$$P_i \le ۱۱/۰۵۶ M_i + ۵۰۸$$
$$P_i \le ۴/۰۳۳ M_i + ۳۷۰۵/۶$$
$$P_i \ge ۱۲/۴۳۸ M_s - ۹۵۴۲/۷$$
$$P_i \ge ۴/۵۳۷ M_s$$

اين نامعادلات بصورت نمودار در شکل ۹-۷ نشان داده شده‌اند، طبق آنچه که نشان داده شده براي M_i=٦۳۰ kN.m و M_s=۱۱٤٥ kN.m در وسط دهانه دو حد نيروي پيش‌تنيدگي ۵۱۹۵ kN/m و ٦۲٤٦ kN/m مي‌باشد، همانطورکه در قبل معين گرديد. اين نمودار همچنين نشان مي‌دهد که حداقل نيروي پيش‌تنيدگي که بوسيله نامعادله (۹-٤-د) بدست‌آمد تا ميزان ٥٤۷۹/٦ kN/m بالا مي‌رود. بعد از اين نقطه، نيروي پيش‌تنيدگي بوسيله نامعادله (۹-٤-ج) بدست مي‌آيد، ولي نکته مهمتر اين است که سرعت افزايش لنگر بهره‌برداري M_s با افزايش نيروي پيش‌تنيدگي در اين حالت به ميزان قابل ملاحظه‌ای کاهش يافته است. لذا نيروي پيش‌تنيدگي ٥٤۷۹/٦ kN/m را می‌توان بعنوان نيروي اقتصادي حداکثر در نظر گرفت. اگر نيروي بيشتري براي مقطع موردنظر لازم گردد، شايد بهتر باشد ابعاد مقطع افزايش يابد.



شكل ۹-۷ محدودة نيروي پيش‌تنيدگي

همچنين در شكل ۹-۷ ديده مي‌شود براي مقادير تغييرات لنگرهاي خمشي (M_s-M_i)، محدودة متناظری برای تغييرات نيروي پيش‌تنيدگي وجود دارد. اگر در مثال ۹-۱، M_i، ٦٣٠kNm/m باقي بماند ولي M_s به مقدار ۱۳۵۰kNm/m افزايش يابد، محدودة نيروي پيش‌تنيدگي عبارت خواهد بود از:

$$P_i \le ۶۲۴۶/۳ \quad kN/m$$

$$P_i \ge ۷۲۴۸/۶ \quad kN/m$$

به طور واضح مشخص است كه هيچ محدودة قابل دسترسی براي P_i وجود ندارد و عمق دال بايد افزايش پيدا كند.

نسبت M_s به M_i نيز بر روي حداقل نيروي پيش‌تنيدگي تأثير مي‌گذارد. براي يك مقطع داده شده اگر اين نسبت پايين باشد همانگونه كه در تيرهاي با دهانه بلند اتفاق می‌افتد، نيروي پيش‌تنيدگي ممكن است در يك خروج از مركزيت بيش‌تر واقع شود و لذا مقدار كمتري نسبت به همان مقطع در شرايط نسبت M_s به M_i بيشتر پيدا می‌كند. براي اعضاي با نسبت بالاي M_s به M_i، يك راه‌حل اين است كه نيروي پيش‌تنيدگي به صورت گام به گام اعمال شود. اين كار به دو صورت قابل انجام است، به اين ترتيب كه فقط بعضي تاندونها با تمام نيرو كشيده شوند و بقيه در مرحله بعد كشيده شوند يا همة تاندونها با نيروي اوليه كمتري كشيده شوند. در حالت اخير، سيستم گيره‌ها بايد به تاندونها اجازه دهد كه تا نيروی طراحی در مرحلة بعد كشيده شوند. گزينه ديگر اين است كه نيروي پيش‌تنيدگي اوليه بوسيله تاندونهاي پيش‌كشيده تأمين شود و پيش‌تنيدگي باقيمانده بوسيلة تاندونهاي پس‌كشيده‌اي كه در مرحله بعد كشيده مي‌شوند ايجاد شود.

يك مثال از حالتي كه پيش‌تنيدگي گام به گام مزيت دارد ساختماني است كه در طبقه همكف آن يك دهانة بزرگ لازم است و نيروي ستونهاي طبقات بالاتر با يك تير بتن پيش‌تنيده در طبقه اول تحمل مي‌شود. اگر تير براي تمام بار بهره‌برداري در ابتداي كار تحت پيش‌تنيدگي قرارگيرد، آنگاه يك خروج از مركزيت كوچك در وسط دهانه قابل حصول است تا بتوانيم تنش‌های مينيمم را در حالت انتقال پوشش دهيم. لذا بايد يك نيروي پيش‌تنيدگي كل بزرگ داشته باشيم. با تحت كشش قرار دادن مرحله‌اي تاندون‌ها در همين تير به ازاي هر طبقه‌اي كه در بالا اضافه مي‌شود، خروج از مركزيت در وسط دهانه افزايش يافته كه نتيجة آن نيروي پيش‌تنيدگي كل كمتری خواهيم داشت و لذا طرح اقتصادی‌تری حاصل خواهد شد.

۹-۷ كنترل طراحي در حالت حدی نهايي

بعد از اينكه جزئيات نيروي پيش‌تنيدگي و پروفيل طولي كابل مشخص گرديد، حالت حدي نهايي نيز بايد ارضا گردد. اگر مقاومت نهايي كافي نباشد، معمولاً با افزايش فولادهاي نكشيده به صورت آرماتور اين مسأله برطرف مي‌شود. جزئيات روند آناليز در اين حالت در فصل ۵ آمده است. مقاومت نهايي يك عضو در حالت انتقال نيز خيلي مهم است، ولي در عمل معمولاً درصورتي كه حالت حدي بهره‌برداري در انتقال برآورده شود، مقاومت نهايي در اين حالت نيز تامين مي‌گردد.

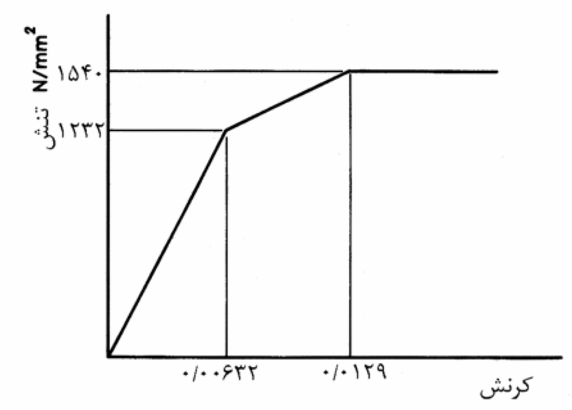
■■■

مثال ۹-۵

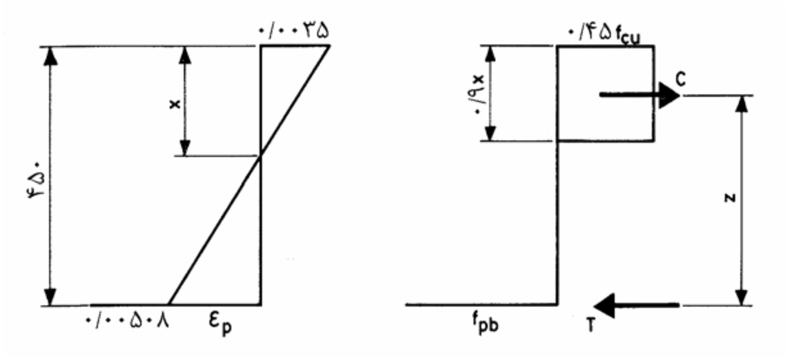
براي عرشة پل‌مثال ۹-۱، با ضخامت ۵۲۵ mm، لنگر نهايي مقاوم براي مقطع وسط‌دهانه با خروج از مركزيت ۱۸۸mm را بدست آوريد. فرض كنيد:

$$E_s = ۱۹۵\,KN/mm^۲ ،f_{cu} = ۴۰\,N/mm^۲ ،f_{Pi} = ۱۲۳۹\,N/mm^۲ ،f_{Pu} = ۱۷۷۰\,N/mm^۲$$

و نيز فرض كنيد مساحت كلي فولاد به ازاي هر متر عرض دال $۴۴۴۹mm^۲$ باشد. همچنين فرض كنيد غلاف تاندونها بعد از كشيده شدن آنها دوغاب ريزي مي‌شوند. مقدار فولاد اضافي كه ممكن است لازم شود را با فرض $f_y = ۴۶۰\,N/mm^۲$ پيدا كنيد.



شکل ۹-۸ منحني تنش کرنش براي تاندونها



شکل۹-۹ توزيع کرنش و تنش براي دال مثال ۹-۵

منحني تنش-کرنش براي فولاد پيش‌تنيدگی موردنظر در شکل ۹-۸، و توزيع تنش و کرنش در شکل ۹-۹ نشان داده شده است.

کرنش موثر ε_{pe} در فولاد پيش‌تنيدگی با احتساب ۲۰% افت در بلند مدت از رابطه زير بدست مي‌آيد:

$$\varepsilon_{pe} = (۰/۸\times ۱۲۳۹)/(۱۹۵\times ۱۰^{۳}) = ۰/۰۰۵۰۸$$

کرنش کل در اين فولاد $\varepsilon_{pb} = \varepsilon_{pe} + \varepsilon_p$ مي‌باشد و ε_p از نمودار کرنش در شکل ۹-۹ بدست مي‌آيد.

$$۰/۰۰۳۵ / x = \varepsilon_p / (۴۵۰ - x)$$

$$\varepsilon_p = (۴۵۰ - x)(۰/۰۰۳۵ / x)$$

تنش فولاد پيش تنيدگی از منحني تنش-کرنش بدست مي‌ايد و نيروهاي ايجاد شده در بتن و فولاد، به‌ترتيب C و T، با توجه به اصول مطرح شده در بخش ٥-٤ تعيين مي‌شوند. جدول ۹-۲ اين نيروها را براي مقادير مختلف x نشان مي‌دهد.

عمق محور خنثي با دقت كافي ۳۳٦ mm تعيين مي‌شود و ملاحظه مى‌شود كه نشان مي‌دهد فولاد پيش‌تنيدگی جاري نشده است.

$$\text{لنگر نهايي مقاوم} = ۵۴۴۰(۴۵۰ - ۰/۴۵ \times ۳۳۶) \times ۱۰^{-۳} = ۱۶۲۵/۵ \text{ kNm/m}$$

$$\text{بار يكنواخت نهايي اعمال شده} = ۱/۴ \times ۱۲/۶ + ۱/۶ \times ۱۰/۳ = ۳۴/۱ \text{ kNm/m}^۲$$

$$\text{حداكثر ممان خمشي نهايي} = \frac{۳۴/۱ \times ۲۰^۲}{۸} = ۱۷۰۵ \text{ kNm/m}$$

پس فولاد نكشيده اضافي لازم است. عمق مؤثر براي اين فولاد اضافي برابر است با:

$$(۵۲۵ - ۵۰) = ۴۷۵ \text{ mm}$$

X (mm)	ε_P	ε_{Pb}	F_{pb} (N/mm²)	T (kN)	C (kN)
۳۰۰	۰/۰۰۱۷۵	۰/۰۰٦۸۳	۱۲۵٦	۵۵۸۸	٤۸٦۰
۳۳۰	۰/۰۰۱۲۷	۰/۰۰٦۳۵	۱۲۳۳	٥٤۸٦	٥۳٤٦
۳۳٦	۰/۰۰۱۱۹	۰/۰۰٦۲۷	۱۲۲۳	٥٤٤۰	٥٤٤۳

جدول ۹-۲ عمق محور خنثي براي دال مثال ۹-۵

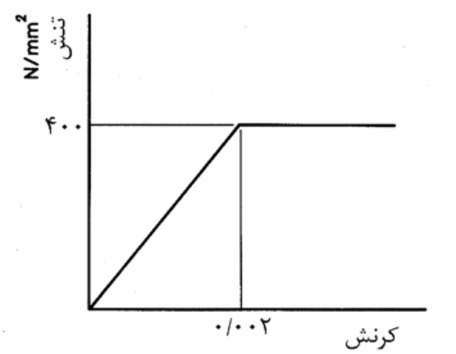
جهت بدست آوردن تخمينی از مقدارلازم فولاد كشيده نشده A_s،بايد اينطور فرض شود كه در ابتدا هر دو فولاد پيش‌تنيدگي و فولاد كشيده نشده جاري نشده‌اند، بخاطر اينكه وجود فولاد اضافي مقطع باعث پايين آوردن تار خنثي مى‌شود. اگر عمق تار خنثي ۳۷۰mm فرض شود، معادله تعادل براي تعيين A_s بصورت زير نوشته مي‌شود.

$$۰/۴۵ \times ۴۰ \times ۱۰^۳ \times ۰/۹ \times ۳۷۰ = \{[(۴۵۰ - ۳۷۰)/۳۷۰] \times ۰/۰۰۳۵ + ۰/۰۰۵۰۸\} \times ۱۹۵ \times ۱۰^۳ \times ۴۴۴۹$$
$$+ [(۴۷۵ - ۳۷۰)/۳۷۰] \times ۰/۰۰۳۵ \times ۲۰۰ \times ۱۰^۳ \; A_s$$
$$\therefore A_s = ۴۶۸۳ \text{ mm}^۲/\text{m}$$

با قرار دادن ميلگردهاي T ۳۲ به فاصله مركز به مركز ۱۵۰mm اين مقدار فولاد تأمين مي‌شود $(A_s = ۵۳۶۰ \text{ mm}^۲/\text{m})$. حالا لازم است اين مسأله كنترل شود كه آيا لنگر مقاوم نهايي از لنگر خمشي اعمال شده بيشتر است. اين كار به وسيله روش آزمون و خطا صورت مي‌گيرد كه در جدول ۹-۳ نوشته شده است.

X (mm)	ε_p	ε_{pb}	ε_{st}	F_{pb} (N/mm۲)	F_{st} (N/mm۲)	T (kN)	C (kN)
۳۷۰	۰/۰۰۰۷٦	۰/۰۰۵۸٤	۰/۰۰۰۹۹	۱۱۳۹	۱۹۸	٦۱۲۹	۵۹۹٤
۳۷۳	۰/۰۰۰۷۲	۰/۰۰۵۸۰	۰/۰۰۰۹٦	۱۱۳۱	۱۹۲	٦۰٦۱	٦۰٤۳

جدول ۹-۳



شکل ۹-۱۰ نمودار تنش-کرنش آرماتور معمولی

عمق تار خنثي ۳۷۳ mm مي‌باشد، و لنگر مقاوم نهايي عبارت است از:

$$M_u = [۴۴۴۹\times۱۱۳۱(۴۵۰-۰/۴۵\times۳۷۳)+۵۳۶۰\times۱۹۲\times(۴۷۵-۰/۴۵\times۳۷۳)]\times۱۰^{-۶}$$
$$=۱۷۳۵/۸\ \text{KNm/m}$$

اين مقدار از لنگر خمشي بارهای نهايي بيشتر است و بدين ترتيب مقطع مورد قبول مي‌باشد.

■■■

۹-۸ اعضاي كلاس ۳

درحاليكه حالت حدي حاكم بر طراحی براي اعضاي كلاس ۱ و ۲ عموماً حالت حدی خدمت پذيري است، براي اعضاي كلاس ۳ معمولاً حالت حدي نهايي بحراني‌تر است. در واقع يك نگرش به اعضاي كلاس ۳ به عنوان اعضاي بتن مسلح با نيروي پيش‌تنيدگي اعمال شده كافي جهت محدود كردن ترك خوردگي تحت بار بهره برداري مي‌تواند باشد.

بنابراين يك راه طراحي اعضاي كلاس ۳، يافتن مساحت كل فولاد مورد نياز براي رسيدن به مقاومت نهايي لازم و سپس تقسيم اين مساحت كلي بين فولاد پيش‌تنيدگي و فولاد معمولي است. معيارهاي متعددي براي تعيين نسبت هركدام از فولادها وجود دارد.

يك معيار بر مبناي تنش كششي فرضي بتن است كه در آيين‌نامه BS۸۱۱۰ داده شده و در فصل ۵ تشريح شده است. فرآيند طراحي، بعد از ارضای حالت حدي نهايي، اساساً شبيه اعضاي كلاس ۱و۲، بوده و جزئيات فولاد پيش‌تنيدگي با استفاده از روشهاي شرح داده شده در بخشهاي گذشته تعيين مي شود.

يك روش ديگر اين است كه فرض كنيم تنش در تار كششي عضو در محل حداكثر لنگر خمشي، تحت قسمتي از بار سرويس صفر است. طراح جهت انتخاب نسبت بار سرويس اعمال شده آزاد است، اما يك معيار متداول فرض تنش كششي صفر تحت بار دائمي است.

ممكن است بجاي درنظر گرفتن وضعيت تنش يك عضو درمقاطع بحراني بر روي تغيير شكل عضو تاكيد كنيم زيرا اين مورد مي‌تواند با پيش‌تنيدگي كنترل شود. اگر از تاندونهاي غيرمستقيم استفاده شود، جهت تعيين نيروي پيش‌تنيدگي لازم براي تغيير مكان صفر تحت اثر قسمتي از بار سرويس، روش تعادل بار بسيار آسان و مناسب است.

مشابه روش قبل، اين قسمت از بار معمولاً باردائمي درنظر گرفته مي شود. روش تعادل بار براي اعضاي داراي تاندون مستقيم قابل استفاده نيست وكلاً تغيير مكان در همه نقاط طول تير نمي‌تواند صفر شود. در هر حال با در نظر گرفتن تغييرمكان صفر درمقطع بحراني،يك عضو نسبتاً تراز بدست مي آيد.

■■■

مثال ۹-۶

تير T شكل نشان داده شده در شكل ۹-۱۱ به دهانه ۱۵ متر سربار ۱۵ kN/mرا حمل مي كند. مقدار فولاد پيش‌تنيدگي و فولاد معمولي لازم رابر اساس معيارهاي زير تعيين كنيد.

الف) بر اساس آئين نامه BS۸۱۱۰ و تنش كششي فرضي بتن.

ب) تنش كششي صفر در وسط دهانه تحت بار دائمي شامل بار مرده به اضافه يك سوم بار زنده.

ج) تغيير مكان صفر در وسط دهانه تحت بار دائمي.

مشخصات مصالح $f_y = ٤٦٠\ N/mm^2$, $f_{pu} = ١٧٧٠\ N/mm^2$, $f_{cu} = ٤٠\ N/mm^2$ می‌باشد و افت نيروي پيش‌تنيدگي در دراز مدت٪۲۰ است.

اولين گام در هر مورد تعيين مساحت کل فولاد لازم براي رسيدن به مقاومت نهايي کافي می‌باشد.

وزن تير $= ۲٤(۰/۷ \times ۰/۳ + ۰/۳^۲)$

$= ۷/۲$ kN/m

بار گسترده نهايي $= ۱/٤ \times ۷/۲ + ۱/٦ \times ۱۰$

$= ۲٦/۱$ kN/m

حداکثر لنگر خمشي نهايي $= ۲٦/۱ \times ۱۵^۲/۸ = ۷۳٤/۱$ kNm

درابتدا مي توان درنظر گرفت که فقط نيروي فولاد پيش‌تنيدگي در ظرفيت خمشي نهايي شرکت مي‌کند. اگر فرض کنيم تار خنثي در بال مقطع قرار داشته باشد، دو معادله تعادل به صورت زير نوشته مي شوند:

$$۰/٤۵ \times ٤۰ \times ۷۰۰ \times ۰/۹x = ۰/۸۷ \times ۱۷۷۰\ A_{ps}$$

$$۰/٤۵ \times ٤۰ \times ۷۰۰ \times ۰/۹x\ (۵۲۵ - ۰/٤۵x) = ۷۳٤/۱ \times ۱۰^٦$$

با حل اين دو معادله بدست مي آوريم:

$x = ۱٤۰$ mm و $A_{ps} = ۱۰۳۱$ mm^۲

حال بايستي نيروي فولاد کنترل شود:

$$\varepsilon_{pb} = \frac{۰/۸ \times ۰/۷ \times ۱۷۷۰}{۱۹۵ \times ۱۰^۳} + \frac{۵۲۵ - ۱۴۰}{۱۴۰} \times ۰/۰۰۳۵ = ۰/۰۱۴۷$$

اگر اين کرنش از $\varepsilon_۲$ مربوط به درجه فولاد استفاده شده بزرگتر باشد طبق فرض انجام شده، فولاد جاري شده است. با توجه به شکل ۹-۸ صحت اين فرض تاييد می‌گردد.

الف) از جداول ۵-۳ و۵-٤، براي محدوديت عرض ترك ۰/۲mm، تنش کششي فرضي بتن برابر است با:

$$۵/۰ \times ۰/۹ = ٤/۵\ \text{N/mm}^۲$$

$$M_s = ۱۷/۲ \times ۱۵^۲/۸ = ٤۸۳۰۸\ \text{N/mm}^۲$$

$$Z_b = ۲۲/۰۰ \times ۱۰^٦\ \text{mm}^۳$$

$$A_c = ۳/۰۰ \times ۱۰^۵\ \text{mm}^۲$$

$$e = ۲۸۵\ \text{mm}$$

y_b=۳٦۰ mm (فاصلة مرکز سطح مقطع از تار تحتانی)

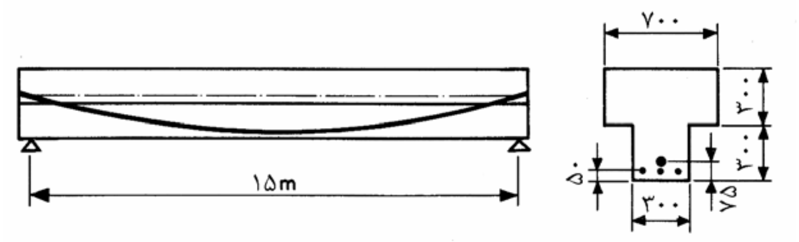
تنش در تار تحتاني در وسط دهانه تحت بار سرويس:

$$\frac{۰/۸P_i \times ۱۰^۳}{۳/۰۰ \times ۱۰^۵} + \frac{۰/۸P_i \times ۱۰^۳ \times ۲۸۵}{۲۲/۰۰ \times ۱۰^۶} - \frac{۴۸۳/۸ \times ۱۰^۶}{۲۲/۰۰ \times ۱۰^۶} = -۴/۵$$

$$P_i = ۱۳٤۲/۳\ \text{kN}$$

اگر تنش اوليه تاندون f_{pu} ۰/۷، باشد مساحت فولادلازم، با رابطه زير تعيين مي شود:

$$A_{ps} = \frac{۱۳۴۲/۳\times۱۰^{۳}}{۰/۷\times۱۷۷۰} = ۱۰۸۳mm^{۲}$$



شكل ۹ - ۱۱

اين مقدار از مساحت فولادپيش‌تنيدگي لازم براي شرايط حدي نهايي بيشتر است وبنابراين فولاد معمولي اضافي لازم نيست.

ب) براي رسيدن به تنش صفر در پايين تير تحت باردائم، لنگر حداكثر بدست مي آيد.

$$M_{per} = (۷/۲ + \frac{۱۰}{۳}) \times \frac{۱۵^{۲}}{۸} = ۲۹۶/۳ \text{ kNm}$$

بنابر اين نيروي پيش‌تنيدگي لازم عبارت است از:

$$\frac{۰/۸P_i\times۱۰^{۳}}{۳/۰۰\times۱۰^{۵}} + \frac{۰/۸P_i\times۱۰^{۳}\times۲۸۵}{۲۲/۰۰\times۱۰^{۶}} - \frac{۲۹۶/۳\times۱۰^{۶}}{۲۲/۰۰\times۱۰^{۶}} = ۰$$

$$P_i = ۱۰۳۳/٦ \text{ kN}$$

$$A_{ps} = ۱۰۳۳/٦ \times ۱۰^{٦} / (۰/۷ \times ۱۷۷۰) = ۸۳٤ \text{ mm}^{۲}$$

چون اين مساحت فولاد بدست آمده از مقدار فولاد پيش‌تنيدگي لازم براي حالت حدي نهايي كمتر باشد، فولاد معمولي اضافه بر فولاد پيش‌تنيدگي لازم است. جهت محاسبة سطح مقطع فولاد نكشيده دو معادله تعادل به صورت زير نوشته مي شود.

$$۰/٤٥ \times ٤۰ \times ۷۰۰ \times ۰/۹x = ۰/۸۷ \times ۱۷۷۰ \times ۸۳٤ + ۰/۸۷ \times ٤٦۰A_s$$

$$۰/۸۷ \times ۱۷۷۰ \times ۸۳٤(۵۲۵ - ۰/٤۵x) + ۰/۸۷ \times ٤٦۰A_s(۵۵۰ - ۰/٤۵x) = ۷۳٤/۱ \times ۱۰^{٦}$$

با حل اين دو معادله بدست مي آيد ؛ $A_s = ۷۰۱ \text{ mm}^{۲}$, $x = ۱۳۸ \text{ mm}$. كنترل كرنش فولاد نشان مي‌دهد كه هر دو نوع فولاد طبق فرض انجام گرفته جاري شده‌اند.

ج) براي تغيير مكان صفر تحت بار دائمي، نيروي پيش‌تنيدگي لازم به راحتي با استفاده ازروش تعادل بار بدست مي‌آيد. اگر خروج ازمركز تاندون درمحل تكيه گاه صفر باشد, انحراف كلي تاندون ۲۸۵ mm است.

باري كه بايد بالانس شود = ۷/۲ + ۱۰/۳ = ۱۰/۵ kN/m

$$۰/۸P_i \times ۰/۲۸۵ = ۱۰/۵ \times \frac{۱۵^۲}{۸}$$

$$P_i = ۱۲۹۵/۲ \text{ kN}$$

$$A_{ps} = ۱۲۹۵/۲ \times ۱۰^۳ / (۰/۷ \times ۱۷۷۰) = ۱۰۴۵ \text{ mm}^۲$$

دراين مورد آرماتور بيشتري لازم نخواهد بود.

■■■

در استفاده از هر كدام از اين روشها، طراحي بايد با مقايسه تنش فشاري بتن در هنگام انتقال وتحت بار سرويس با تنشهاي مجاز ارائه شده در فصل ۳ كامل شود. حالت حدی بهره برداري ترك خوردگي، با تعيين مستقيم عرض ترك از رابطه ۵-۳، يا با بدست آوردن تنش درفولاد مجاور وجه كششي (با استفاده از آناليز مقطع ترك خورده) ومقايسه آن با مقدار مجاز داده شده در بخش ۵-۱۱ بايد كنترل شود.

سه روش طراحي در مثال ۹-۶ اين حقيقت را نشان مي دهد كه در اعضاي كلاس ۳، طراح براي انتخاب نيروي پيش‌تنيدگي كه معيارهاي لازم را ارضا كند، آزادي عمل بيشتري دارد، اما همواره بايد با دقت به حالت حدي بهره برداري توجه كرد.

در مثال ۹-۶ بار زنده نسبت به بار مرده بزرگ بود و بار دائمی شامل درصدي از بار زنده نيز مي‌شد. اما اگر بار زنده نسبت به بار مرده كوچك باشد، بار دائمي معمولاً فقط بار مرده خواهد بود.

جالب است كه دقت شود كه اگر تير مثال ۹-۶ بعنوان تير كلاس ۱ يا ۲ طراحي مي شد، مساحت فولاد پيش‌تنيدگي لازم، بر مبناي تنش تار تحتاني بتن تحت بارسرويس به ترتيب $۱۳۶۲ \text{ mm}^۲$ و $۱۲۲۰ \text{ mm}^۲$ بدست مي آمد و در هيچ كدام از آنها آرماتور معمولي اضافي لازم نبود.

براي سازه مورد نظر، انتخاب اينكه عضو در چه كلاسي طراحي شود، به عملكرد سازه و طبيعت بارگذاري بستگي دارد. هركجا داشتن سازه بدون ترك مهم باشد، مثل سازه نگهداري مايعات و يا جايي كه محيط به شدت خورنده باشد بايد ازاعضاي كلاس ۱ استفاده شود. براي اعضايي كه داراي نسبت بار زنده به مرده بزرگي هستند، استفاده از اعضاي كلاس ۱ غيراقتصادي است چرا كه مقدار فولاد پيش‌تنيدگي بيشتري نسبت به حالتی كه قسمت اعظم باردائمي است لازم است، و ممكن است خيز رو به بالاي زيادي در اعضاي كلاس ۱ تحت وزن خودشان به وجود بيايد.

اعضاي كلاس ۲، براي اغلب اهداف، سازه هاي اقتصادي‌تري هستند. وقتي ترک خوردگی محدود با استفاده از اعضاي كلاس ۳ قابل قبول باشد صرفه جويي بيشتري در فولاد پيش‌تنيدگي مي توان انتظار داشت. هنگامي كه حداكثر بارسرويس به ندرت اتفاق مي افتد اين سازه‌ها بسيار مناسب هستند، چرا كه تركهاي ايجاد شده تحت اين بار دوباره با كاهش سربار بسته مي شوند و سازه در بيشتر عمر مفيد خود بدون ترك مي ماند. اعضاي كلاس ۳ براي سازه هايي كه در معرض بار گذاري ضربه هستند بسيار مفيد می‌باشند. اين سازه ها تغيير شكل بيشتري مي دهند و در نتيجه انرژي بيشتري را نسبت به سازه هاي كلاس ۱ و۲ جذب مي‌كنند و بازيافت الاستيكي بيشتري را بعد از ضربه نسبت به اعضاي بتن آرمه به نمايش مي گذارند.

يك نگراني كلي اين است كه اعضاي با پيش‌تنيدگي نسبي نسبت به اعضاي كاملاً پيش تنيده دوام كمتري دارند، چرا كه تحت بار بهره‌برداري ترك مي خورند، اما اكنون تعداد زيادي سازه‌هاي با پيش‌تنيدگي نسبي براي مدت بيش از ۲۵ سال به طور رضايت بخش رفتار كرده‌اند.

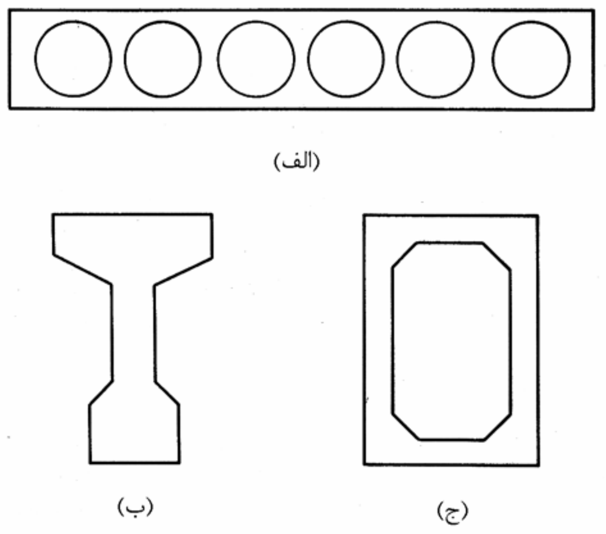
۹-۹ انتخاب شكل مقطع

در دال عرشه نشان داده شده در مثال گذشته، ساده‌ترين مقطع، يا به عبارتي مقطع مستطيلي، استفاده شد كه به صورت ابتدائي به منظور روشن كردن اصول طراحي انتخاب شده بود.

هنگامي كه اين آزادي عمل وجود داشته باشد كه مقطع اقتصادي تري انتخاب شود، طراح بايد تصميم بگيرد كه كدام شكل مقطع را براي شرايط خاص استفاده كند.

مقطع توپر مستطيلي يكي ازغير اقتصادي ترين مقاطع است، چرا كه مناطق مياني ارتفاع مقطع معمولاً تنش بالايي ندارند و ماده تا حد كامل ظرفيت خود استفاده نمي شود. يك راه غلبه بر اين ناكارآمدي ايجاد فضاي خالي در مناطق مركز مقطع است كه در نتيجه كارآيي سازه اي مشابهي با وزن كمتري را ارئه مي دهد يك دال توخالي درشكل (۹-۱۲-الف) نشان داده شده است.

همانگونه كه در مقاطع فولادي،مقطع I بسيار كار آمد است، در شكل (۹-۱۲-ب) در مقطعی بتني، حداكثر مساحت در دورترين فاصله از تار خنثي ديده مي شود. يك راه ديگر با كار آيي خمشي مشابه، ولي با سختي پيچشي بسياربزرگتر، مقطع قوطي شكل است كه درشكل (۹-۱۲-ج) نشان داده شده است.

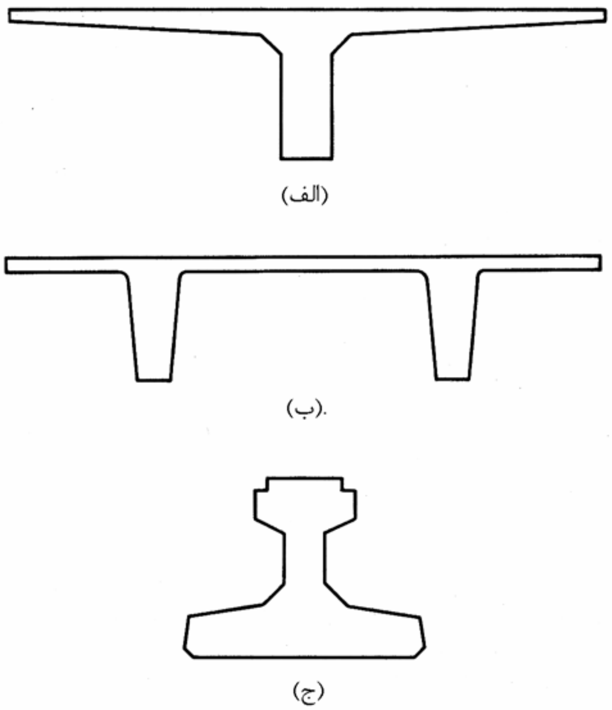


شكل ۹ - ۱۲ مقاطع بهينه

مقطع T نشان داده شده در شكل (۹-۱۲-ب) براي تيرهاي با دهانه بزرگ به طور كلي در پلها مناسب است. براي ساختمانها اغلب مقطع T نشان داده شده در شكل (۹-۱۳-الف) قابل توصيه مي‌باشد. اين مقطع بال فشاري بزرگي براي تحمل بار سرويس دارد، اما لازم است مطمئن شويم كه تنشهاي فشاري در جان در زمان انتقال از حد مجاز فراتر نرود. اگر جان خيلی لاغر باشد، امكان كمانش آن نيز در هنگام انتقال بايد درنظر گرفته شود. مقاطع T تكي در طول زمان ساخت خيلي ناپايدارنيستند، ويك راه حل معمول اين است كه دوتا ازآنها را با هم تركيب كنند تا مقطع T دوبل پايدار نشان داده شده در شكل (۹-۱۳-ب) بدست آيد.
شكل ديگري كه اغلب درساخت مقاطع مركب استفاده مي شود مقطع T معكوس نشان داده شده درشكل (۹-۱۳-ج) است. بال فشاري بزرگ در پايين تير مي تواند براي لنگر خمشي بزرگ ناشي از وزن خود تير و وزن دال درجا مناسب باشد و بال فشاري براي حمل بار سرويس توسط دال ايجاد مي شود كه بطور مركب با مقطع T معكوس عمل مي‌كند.

۹-۱۰ فلوچارتهاي طراحي

روشهاي طراحي براي اعضاي كلاس ۱، ۲ و۳ كه دربخشهاي قبلي اين فصل شرح داده شد مي تواند با اجزاي طراحي در نظر گرفته شده در فصول قبلي جهت بدست آوردن يك ديد كلي براي فرآيند طراحي تركيب شود.



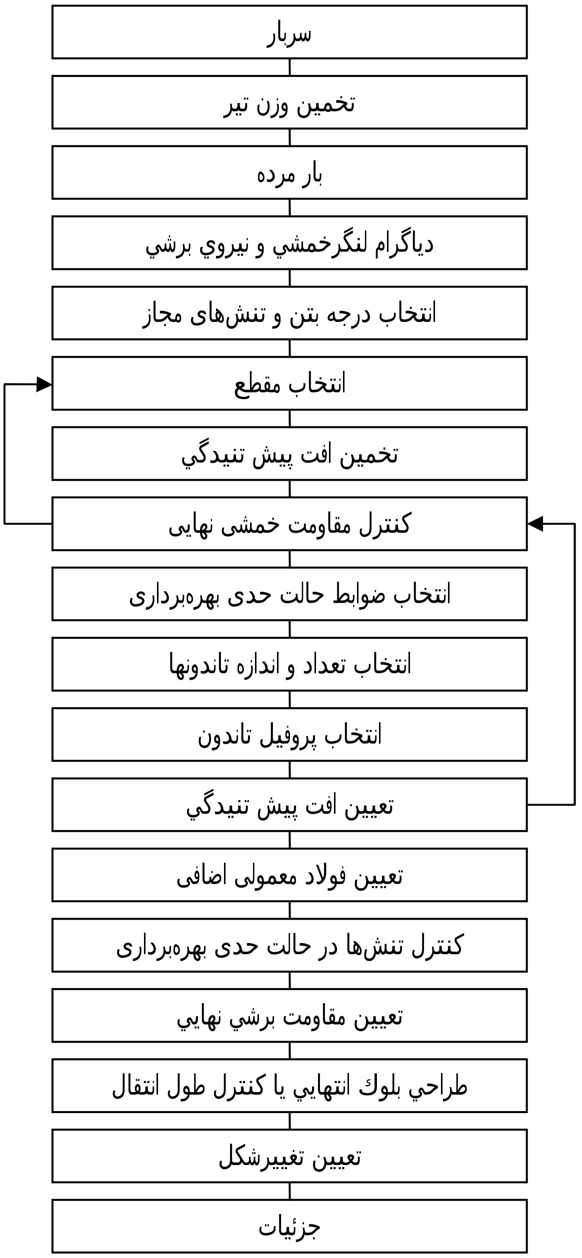
شکل ۹ - ۱۳ مقاطع T شکل

این مطلب به شکل گام به گام در فلوچارت خلاصه شده است و در شکلهاي ۹-۱٤ و۹-۱۵ به ترتیب براي اعضاي کلاس ۱ و۲ و اعضاي کلاس۳ نشان داده شده است.

در فرآیند طراحي براي اعضاي هر کلاس گامهاي مشترك زيادي هست ولي تفاوت اصلي در تعيين جزئيات فولاد پيش‌تنيدگي است. براي اعضاي کلاس ۱ و۲، معمولاً تاكيد متمركز است بر تنشها درحالت حدي بهره‌برداري، با كنترل‌هايي كه پس از آن برای مقاومت نهايي به عمل مي‌آيد. براي اعضاي کلاس ۳، ابتدا بايد از ظرفيت مقاومت نهايي مطمئن شد، و سپس ضوابطي را در حالت حدي بهره برداري كنترل كرد.

گامهاي نشان داده شده در اشكال ۹-۱٤ و ۹-۱۵ فقط بعنوان راهنما در نظر گرفته شده اند، ممكن است خيلي از آنها بر اساس تجربه به طور كامل با يكديگر تركيب و يا صرفنظر شوند.

شکل ۹-۱٤ فلوچارت طراحی اعضاي کلاس ۱ و ۲



شکل ۹-۱۵ فلوچارت طراحی اعضاي کلاس ۳

٩-١١ جزئيات

برخي جزئيات مربوط به وضعيت اجرايي تاندونها ممكن است بر طراحي اثر بگذارند و آگاهي از آنها هنگام تصميم گيري در مورد تعداد و پروفيل قرار گيري تاندونها مهم است.
به منظور اطمينان از اينكه نيروي اضافي منتقل شده به فولاد، هنگام ترك خوردن بتن، باعث جاري‌شدن يا شكست ناگهاني نشود، يك مقدار مينيمم فولاد پيش‌تنيدگي در عضو لازم است. اگر ظرفيت مقاومت نهايي در رابطه زير صدق نمايد، مى‌توان فرض كرد اين نياز ارضا شده است:

$$M_u \geq (f_{pt} + ٠/٦\ f_{cu}^{١/٢})\ I / y$$

كه در آن f_{pt} تنش فشارى ناشى از پيش‌تنيدگي در وجه كششي عضو (درفاصله y از مركز سطح) پس از وقوع همه افت‌ها است.
يكي از عواملي كه در انتخاب تعداد و اندازه تك تك تاندون ها مؤثر است، لزوم ايجاد فاصله خالي بين تاندونها است كه بايد به منظور اطمينان از جايگيري وتراكم كامل بتن اطراف فراهم شود. فاصله آزاد بين غلاف تاندونهاي پس‌كشيدگي نبايد از دو مورد زير كوچكتر باشد:
الف) حداكثر بعد سنگدانه به اضافه ٥ mm.
ب) در جهت قائم، بعد قائم داخلي غلاف.
ج) در جهت افقي، بعد افقي داخلي غلاف.
اگر دو رديف غلاف يا بيشتر استفاده شود، فضاي بين غلافها براي ورود آسانتر ويبراتور بايد هم راستا شود و همچنين فاصله آزاد افقي كافي بين غلافها بايد اجازه اين كار را بدهد.
ضوابط فاصله آزاد براي تاندونهاي پيش‌كشيدگي، شبيه ضوابط بتن آرمه، يا به عبارتي ماكزيميم دومقدار، حداكثر بعد سنگدانه به اضافه 5mm و يا قطر تاندون است.
اگر در نزديك سطح عضو بتني، غلاف پس‌كشيدگي منحني شكل قرار داده شود، ممكن است در جهت عمود بر صفحه منحني غلاف، بتن بتركد و به بيرون پرتاب شود. به منظور جلوگيري از اين مورد، حداقل پوشش تا غلاف نبايد از مقادير داده شده در جدول ٩-٤ براي اندازه و شعاع انحناي غلاف كوچكتر باشد. به منظور جلوگيري از خرد شدن بتن بين غلافهاي پس كشيدگي منحني شكل واقع دريك صفحه، فاصله آزاد بين غلافها در اين صفحه نبايد كمتر ازمقادير داده شده در جدول ٩-٥ باشد.

حداقل پوشش تا غلاف ها و تاندونها معمولاً براساس ملاحظات دوام و مقاومت در برابرآتش سوزي تعيين ميشوند و در فصل ۳ تشريح شده‌اند. همچنين معمولاً اغلب كارخانجات سازنده سيستم‌هاي پيش‌تنيدگي حداقل پوششي را كه بايد استفاده شود تعيين مي‌كنند.

در اغلب اعضاي بتن پيش تنيده قفسی از آرماتورهاي معمولي اجرا می‌شود تا اهداف زير تامين شوند:

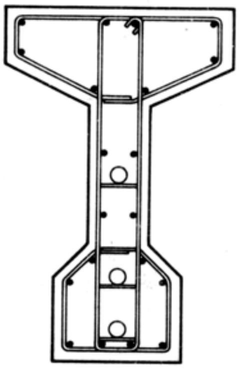
(الف) به منظور تسهيل استقرار غلاف‌هاي پس‌كشيدگي،

(ب) براي دستيابي به مقاومت خمشي و برشي نهايي عضو،

(ج) براي مقابله در برابر هرگونه تنش كششي كه ممكن است در اثر محدود كردن انقباض عضو بوسيله قالب، قبل ازپيش‌تنيدگي عضو ايجاد شود،

(د) براي ايجاد توانايي مقابله با هرگونه اعمال بار تصادفي. (آرماتورها ترجيحاً بايد از فولاد نرم باشند.)

جزئيات آرماتورهاي معمولي دربخشهاي مربوطه در آيين نامه BS۸۱۱۰ آمده است. يك مثال آرايش قفس آرماتور معمولی در تیر در شکل ۹-۱٦ نشان داده شده است.



شكل ۹ - ١٦

جدول ۹-۴ حداقل پوشش تا غلافهای منحنی (mm)

شعاع انحنای غلاف	قطر داخلی غلاف (mm) ۱۹	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۰	۱۵۰	۱۶۰	۱۷۰
(m)	نیروی تاندون $(۰/۸\ f_{pu}A_{ps})$ (kN) ۲۹۶	۳۸۷	۹۶۰	۱۳۳۷	۱۹۲۰	۲۶۴۰	۳۳۶۰	۴۳۲۰	۵۱۸۳	۶۰۱۹	۷۲۰۰	۸۶۴۰	۹۴۲۴	۱۰۳۳۸	۱۱۲۴۸	۱۳۲۰۰
۲	۵۰	۵۵	۱۵۵	۲۲۰	۳۲۰	۴۴۵										
۴		۵۰	۷۰	۱۰۰	۱۴۵	۲۰۵	۲۶۵	۳۵۰	۴۲۰				این شعاعها معمولاً استفاده نمی‌شوند			
۶			۵۰	۶۵	۹۰	۱۲۵	۱۶۵	۲۲۰	۲۶۵	۳۱۰	۳۷۵	۴۶۰				
۸				۵۵	۷۵	۹۵	۱۱۵	۱۵۰	۱۸۵	۲۲۰	۲۷۰	۳۳۰	۳۶۰	۳۹۵		
۱۰				۵۰	۶۵	۸۵	۱۰۰	۱۲۰	۱۴۰	۱۶۵	۲۰۵	۲۵۰	۲۷۵	۳۰۰	۳۳۰	
۱۲					۶۰	۷۵	۹۰	۱۱۰	۱۲۵	۱۴۵	۱۶۵	۲۰۰	۲۱۵	۲۴۰	۲۶۰	۳۱۵
۱۴					۵۵	۷۰	۸۵	۱۰۰	۱۱۵	۱۳۰	۱۵۰	۱۷۰	۱۸۵	۲۰۰	۲۱۵	۲۶۰
۱۶					۵۵	۶۵	۸۰	۹۵	۱۱۰	۱۲۵	۱۴۰	۱۶۰	۱۷۵	۱۹۰	۲۰۵	۲۲۵
۱۸					۵۰	۶۵	۷۵	۹۰	۱۰۵	۱۱۵	۱۳۵	۱۵۰	۱۶۵	۱۸۰	۱۹۰	۲۱۵
۲۰						۶۰	۷۰	۸۵	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۵	۱۴۵	۱۵۵	۱۷۰	۱۸۰	۲۰۵
۲۲						۵۵	۷۰	۸۰	۹۵	۱۰۵	۱۲۰	۱۴۰	۱۵۰	۱۶۰	۱۷۵	۱۹۵
۲۴						۵۵	۶۵	۸۰	۹۰	۱۰۰	۱۱۵	۱۳۰	۱۴۵	۱۵۵	۱۶۵	۱۸۵
۲۶						۵۰	۶۵	۷۵	۸۵	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۵	۱۳۵	۱۵۰	۱۶۰	۱۸۰
۲۸							۶۰	۷۵	۸۵	۹۵	۱۰۵	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۵	۱۵۵	۱۷۰
۳۰							۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۵	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۰	۱۵۰	۱۶۵
۳۲							۵۵	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۱۱۵	۱۲۵	۱۳۵	۱۴۵	۱۶۰
۳۴							۵۵	۶۵	۷۵	۸۵	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۰	۱۵۵
۳۶							۵۵	۶۵	۷۵	۸۵	۹۵	۱۰۰	۱۱۵	۱۲۵	۱۴۰	۱۵۰
۳۸							۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۵	۱۱۵	۱۲۵	۱۳۵	۱۵۰
۴۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۵

جدول ۹-۵ حداقل فاصله بین غلافها در صفحهٔ انحنا (mm)

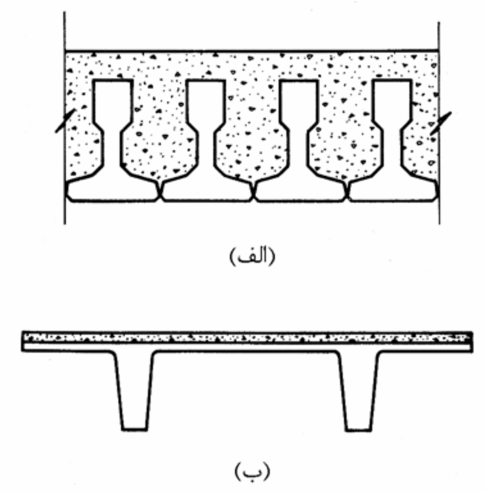
شعاع انحنای غلاف	قطر داخلی غلاف (mm)															
	۱۹	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۰	۱۵۰	۱۶۰	۱۷۰
	نیروی تاندون $(0/8\ f_{pu}A_{ps})$ (kN)															
(m)	۲۹۶	۳۸۷	۹۶۰	۱۳۳۷	۱۹۲۰	۲۶۴۰	۳۳۶۰	۴۳۲۰	۵۱۸۳	۶۰۱۹	۷۲۰۰	۸۶۴۰	۹۴۲۴	۱۰۳۳۸	۱۱۲۴۸	۱۳۲۰۰
۲	۱۱۰	۱۴۰	۳۵۰	۴۸۵	۷۰۰	۹۶۰										
۴	۵۵	۷۰	۱۷۵	۲۴۵	۳۵۰	۴۸۰	۶۱۰	۷۸۵	۹۴۰					این شعاعها معمولاً استفاده نمی‌شوند		
۶	۳۸	۶۰	۱۲۰	۱۶۵	۲۳۵	۳۲۰	۴۱۰	۵۲۵	۶۳۰	۷۳۰	۸۷۰	۱۰۴۵				
۸			۹۰	۱۲۵	۱۷۵	۲۴۰	۳۰۵	۳۹۵	۴۷۰	۵۴۵	۶۵۵	۷۸۵	۸۵۵	۹۴۰		
۱۰			۸۰	۱۰۰	۱۴۰	۱۹۵	۲۴۵	۳۱۵	۳۷۵	۴۴۰	۵۲۵	۶۳۰	۶۸۵	۷۵۰	۸۱۵	
۱۲						۱۶۰	۲۰۵	۲۶۵	۳۱۵	۳۶۵	۴۳۵	۵۲۵	۵۷۰	۶۲۵	۶۸۰	۸۰۰
۱۴						۱۴۰	۱۷۵	۲۲۵	۲۷۰	۳۱۵	۳۷۵	۴۵۰	۴۹۰	۵۳۵	۵۸۵	۷۸۵
۱۶							۱۶۰	۱۹۵	۲۳۵	۲۷۵	۳۳۰	۳۹۵	۴۳۰	۴۷۰	۵۱۰	۶۰۰
۱۸								۱۸۰	۲۱۰	۲۴۵	۲۹۰	۳۵۰	۳۸۰	۴۲۰	۴۵۵	۵۳۵
۲۰									۲۰۰	۲۲۰	۲۶۵	۳۱۵	۳۴۵	۳۷۵	۴۱۰	۴۸۰
۲۲											۲۴۰	۲۸۵	۳۱۰	۳۴۰	۳۷۰	۴۳۵
۲۴												۲۶۵	۲۸۵	۳۱۵	۳۴۰	۴۰۰
۲۶												۲۶۰	۲۸۰	۳۰۰	۳۲۰	۳۷۰
۲۸																۳۴۵
۳۰																۳۴۰
۳۲																
۳۴																
۳۶																
۳۸																
۴۰	۳۸	۶۰	۸۰	۱۰۰	۱۲۰	۱۴۰	۱۶۰	۱۸۰	۲۰۰	۲۲۰	۲۴۰	۲۶۰	۲۸۰	۳۰۰	۳۲۰	۳۴۰

فصل ۱۰- سازه‌هاي مركب

۱۰-۱ مقدمه

يكي از كاربردهاي فراوان بتن پيش تنيده، بكار بردن يك تير بتني پيش تنيده پيش ساخته همراه با دال بتني درجا بصورت مركب مي‌باشد. بعضي از انواع اين سازه‌هاي مركب در شكل ۱۰-۱ نشان داده شده است.

شكل ۱۰-۱ (الف) حالتي كه بتن درجا بين تيرهاي پيش ساخته را پر مي‌كند نشان مي‌دهد و شكل ۱۰-۱ (ب) نشان دهندة حالتي است كه بتن درجا فقط يك پوشش فوقاني را تشكيل مي دهد. اين دو نوع دال رفتار متفاوتي دارند كه بعداً بحث خواهد شد. تيرها طوري طراحي مي‌شوند كه علاوه بر وزن خودشان وزن بتن خيس دال را هم تحمل كنند. وقتي كه بتن دال سخت شد به شرطی كه بين تير و دال يك اتصال برشي كافی برقرار شود آنها بصورت يك مقطع مركب تحت بارهاي سرويس عمل مي‌كنند. در واقع تيرها به عنوان يك قالب دائمي براي دال عمل مي‌كنند و دال بال فشاري مقطع را تأمين مي كند.



شکل ۱۰-۱ نمونه ای از سازه های مرکب

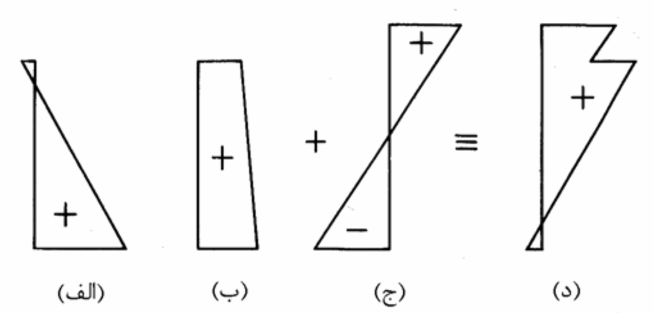
از آنجايي كه بال فشاري تحتانی تير فقط بارهاي زمان انتقال را تحمل مي كند بنابراين مي‌توان ابعاد مقطع تير را كوچك گرفت كه اين مطلب نشان مي‌دهد كه مي‌توان از مقاطع "**T وارونه**" يا "**TOP-HAT**" استفاده كرد.

۱۰-۲ حالت حدي بهره برداري

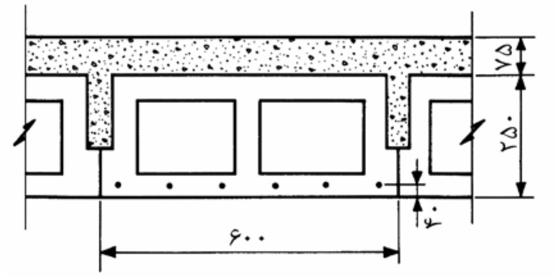
در شكل ۱۰-۲ (الف) تا (د) توزيع تنش در مراحل مختلف عضو مركب نشان داده شده است. توزيع تنش در شكل ۱۰-۲ (الف) مربوط است به حالتي كه تير تحت اثر وزن خودش است، شبيه به آنچه كه در فصل ۵ بيان شد با تنش فشاري بيشينه در پايين‌ترين تار، وقتي بتن دال ريخته مي شود توزيع تنش تغيير كرده و شبيه به شكل ۱۰-۲(ب) مي‌شود، لنگر خمشي مقطع را وقتي تير تحت وزن خودش و وزن دال است با M_d نمايش مي دهند.

وقتي كه بتن دال سخت مي‌شود و سربار بر مقطع مركب وارد مي‌شود يك تنش اضافي مانند توزيعي كه در شكل ۱۰-۲-(ج) نشان داده شده ايجاد مي شود. اين توزيع با تئوري‌هاي ساده خمش بدست مي‌آيد و فقط بايد از مشخصات مقطع مركب استفاده كنيم.

توزيع تنش نهائي در شكل ۱۰-۲(د) نشان داده شده است كه به كمك اصل جمع آثار قوا و از توزيع تنش نشان داده شده در شكلهاي ۱۰-۲(ب) و ۱۰-۲ (ج) بدست مي‌آيد. ويژگي مهمي كه بايد مورد توجه قرار گيرد ناپيوستگي در توزيع تنش نهايي بارهايي سرويس در محل تماس تير و دال است. تير قبل از آنكه به عنوان بخشي از يك مقطع مركب عمل كند يك توزيع تنش اوليه دارد در حالي كه دال فقط وقتي تنش دارد كه در مقطع مركب عمل مي‌كند.



شكل ۱۰-۲ توزيع تنش درمقطع مركب



شكل ۱۰-۳

■■■

مثال ۱۰-۱

در شكل ۱۰-۳ يك دال نشان داده شده است كه از تيرهاي پيش كشيده پيش ساخته و يك دال بتني درجا تشكيل شده است. اگر دهانة تير ۵ متر باشد و سربار، ۵ $\frac{kg}{m^۲}$ (شامل بارهاي تكميلي) باشد، مطلوبست توزيع تنش در مراحل مختلف بارگذاري.

فرض كنيد تمام افتها انجام شده و نيروي خالص هر رشته (واير) $19.4\ kN$ ۱۹/٤ است.

مشخصات مقطع تيرها:

$$A_c = ۱/۱۳ \times ۱۰^{۵}\ mm^{۲}$$

$$I = ۷/۵ \times ۱۰^{۸}\ mm^{۴}$$

$$Z_t = Z_b = ۶/۰ \times ۱۰^{۶}\ mm^{۳}$$

پاسخ:

خروج از مرکزيت هر رشته $= ۱۲۵ - ۴۰ = ۸۵mm$

الف) وزن خود تيرها

$$۰/۱۱۳ \times ۲۴ = ۲/۷ \quad N/m$$

$$M_i = \frac{(۲/۷ \times ۵/۰^{۲})}{۸} = ۸/۴ \quad N/m$$

مجموع نيروهاي پيش تنيدگي يک تير بعد از همة افتها برابر است با:

$$\beta P_i = ۶ \times ۱۹/۴$$

$$= ۱۱۶/۴\ kN$$

بنابراين توزيع تنش در تير بصورت زير بدست مي‌آيد

$$f_t = \frac{۱۱۶/۴ \times ۱۰^{۳}}{۱/۱۳ \times ۱۰^{۵}} - \frac{۱۱۶/۴ \times ۸۵ \times ۱۰^{۳}}{۶ \times ۱۰^{۶}} + \frac{۸/۴ \times ۱۰^{۶}}{۶ \times ۱۰^{۶}}$$

$$= ۱/۰۳ - ۱/۶۵ + ۱/۴ = ۰/۷۸\ N/mm^{۲}$$

$$f_b = ۱/۰۳ + ۱/۶۵ - ۱/۴ = ۱/۲۸\ N/mm^{۲}$$

ب) لنگر ناشي از وزن دال در هر تير (هر تير منفرداً اين وزن را تحمل مي‌کند)

$$M_d = ۸/۴ + ۰/۰۷۵ \times ۰/۶ \times ۲۴ \times ۵^{۲}/۸ = ۱۱/۸\ kN.m$$

توزيع تنش در تير مجدداً محاسبه مي شود

$$f_t = ۱/۰۳ - ۱/۶۵ + \frac{۱۱/۸ \times ۱۰^{۶}}{۶ \times ۱۰^{۶}}$$

$$= -۰/۶۲ + ۱/۹۷ = ۱/۳۵\ N/mm^{۲}$$

$$f_b = ۱/۰۳ + ۱/۶۵ - ۱/۹۷ = ۰/۷۱ \quad N/mm^{۲}$$

ج) سربار $kN/m^۲$ ۵ توسط مقطع مركب تحمل مي‌شود پس مشخصات مقطع مركب نياز است. براي تعيين محل تار خنثي، لنگر سطوح را حول تار پايين مقطع مي‌نويسيم.

$$(۱/۱۳\times۱۰^۵+۷۵\times۶۰۰)\bar{y}=(۱/۱۳\times۱۰^۵\times۱۲۵+۷۵\times۶۰۰\times۲۸۸)$$

$$\therefore\ \bar{y}=۱۷۱\quad mm$$

$$I_{comp}=۷/۵\times۱۰^۸+۱/۱۳\times۱۰^۵(۱۷۱-۱۲۵)^۲$$

$$+(۷۵^۳\times۶۰۰)/۱۲+(۷۵\times۶۰۰)(۲۸۸-۱۷۱)^۲$$

$$=۱/۶۳\times۱۰^۹\quad mm^۴$$

لنگر ناشي از سربار بر مقطع مركب برابر است با:

$$۰/۶\times۵\times\frac{۵^۲}{۸}=۹/۴\quad kN.m$$

توزيع تنش در مقطع مركب در اثر لنگر ناشي از سربار برابر است با:

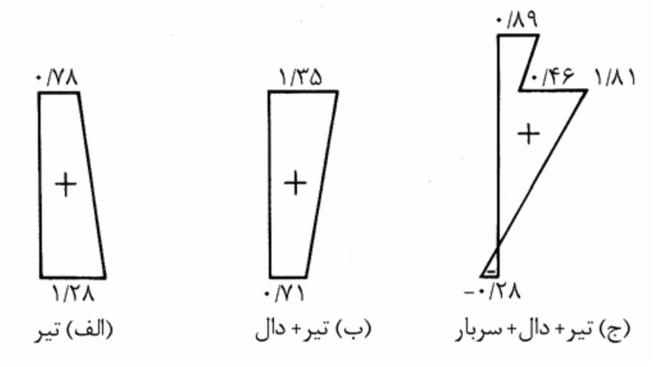
$$f_{t,slab}=\frac{۹/۴\times۱۰^۶}{۱/۶۳\times۱۰^۹}\times(۳۲۵-۱۷۱)=۰/۸۹\qquad N/mm^۲$$

$$f_{t,beam}=\frac{۹/۴\times۱۰^۶}{۱/۶۳\times۱۰^۹}\times(۲۵۰-۱۷۱)=۰/۴۶\qquad N/mm^۲$$

$$f_{b,beam}=\frac{-۹/۴\times۱۰^۶}{۱/۶۳\times۱۰^۹}\times۱۷۱=-۰/۹۹\qquad N/mm^۲$$

توزيع تنش‌هاي نهايي تحت سه حالت بارگذاري در شكل(۱۰-٤) نشان داده شده است.

■■■



شکل ۱۰-٤ توزيع تنش در تير مثال ۱۰-۱

بيشينة تنش فشاري در تاربالايي تير اتفاق مي‌افتد ولي اين تنش کاهش قابل توجهي نسبت به حالتي دارد که تمام بار بهره‌برداري را تير به تنهايي تحمل کند. اين مسئله مزيتي براي مقاطع T وارونه در سازه‌هاي مرکب است، زيرا در مرحله‌اي فقط يك بال فشاري کوچك براي تحمل لنگرهاي خمشي M_i و M_d لازم است و براي تحمل لنگر خمشي M_s بال فشاري با دال تقويت مي‌شود.

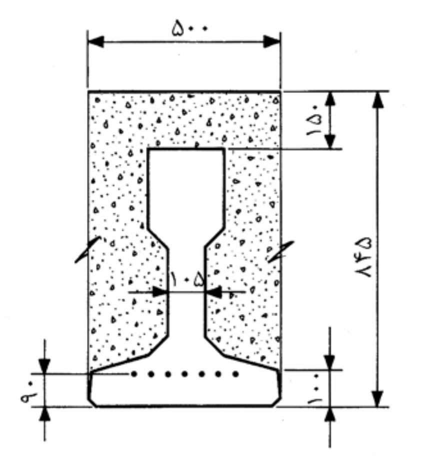
تنش فشاري مجاز در تار بالايي تيري که بصورت مرکب عمل مي‌کند را به علت محاط شدن آن با بتن درجا مي‌توان تا ۵۰% بيشتر از مقادير جدول ۳-۳ در نظر گرفت. اين افزايش براي حالتي است که بال فشاري کامل در بتن درجا محاط شود مانند شکل ۱۰-۱ (الف)، در حالت ديگر اين افزايش به ۲۵% محدود مي‌شود. البته براي در نظر گرفتن اين اضافه تنش بايد گسيختگی نهايي عضو مرکب در حالتي رخ دهد که آرماتورها تسليم شوند بنابراين مقطع بايد کم فولاد باشد. (به فصل ۵ مراجعه شود.) تحليل کامل تيرهاي کف بايد کنترل تنشهای حاصله در زمان انتقال را هم شامل شود.

دال درجا در مثال ۱۰-۱ در بالاي تار خنثي مقطع مرکب قرار دارد پس دال در تمام عمق خودش در بارگذاري بهره برداري تحت فشار است. اما در مقطع مرکب نشان داده شده در شکل ۱۰-۵ ناحيه اي از قسمت درجا ريخته شده مقطع در زير تار خنثي قرار دارد، يعني در اين ناحيه کشش داريم. بايستي توجه داشته باشيم که اگر تنش موجود از مقاومت کششي بتن بيشتر شود، مشخصات مقطع مرکب براي حالتي که بتن درجا زير تار خنثي ترك خورده است محاسبه مي شود.

■■■

مثال ۱۰-۲

يك پل با عرشه مرکب در شکل ۱۰-۵ نشان داده شده که دهانه ۱۵ متر دارد و تشکیل شده از يك تير T وارونه با عرض بال ۵۰۰mm می‌باشد، پایین‌ترین قسمت تير از سطح بتن درجا ۸۴۵mm فاصله دارد. اگر مجموع نيروي پيش تنيدگي در هر تير بعد از کليه افتها ۱۱۴۰kN باشد، مطلوبست توزيع تنش ناشي از سربار N/m ۱۲.



شکل ۱۰-۵

مشخصات مقطع T وارونه:

$$I_b = ۷/۷۸\times۱۰^{۹}\ mm^{۴}$$
$$A_c = ۱/۴۷\times۱۰^{۵}\ mm^{۲}$$
$$Z_t = ۱۹/۲\times۱۰^{۶}\ mm^{۳}$$
$$Z_b = ۲۶/۹۱\times۱۰^{۶}\ mm^{۳}$$
$$w = ۳/۵\quad N/m$$
$$\bar{y} = ۲۸۹\ mm$$ از تار پایین
$$e = (۲۸۹-۹۰) = ۱۹۹\ mm$$

وزن واحد طول بتن درجا:

$$(۰/۵\times۰/۸۴۵-۰/۱۴۷)\times۲۴=۶/۶\quad N/m$$

$$M_i=۳/۵\times\frac{۱۵^۲}{۸}=۹۸/۴\ kN.m$$

توزیع تنش تیر تحت وزن خودش بصورت زیر بدست مي‌آيد.

$$f_t=\frac{۱۱۴۰\times۱۰^۳}{۱/۴۷\times۱۰^۵}-\frac{۱۱۴۰\times۱۰^۳\times۱۹۹}{۱۹/۲\times۱۰^۶}+\frac{۹۸/۴\times۱۰^۶}{۱۹/۲\times۱۰^۶}$$

$$=۷/۷۶-۱۱/۸۲+۵/۱۳=۱/۰۷\quad N/mm^۲$$

$$f_b=۷/۷۶+(۱۱/۸۲-۵/۱۳)\times(\frac{۱۹/۲}{۲۶/۹۱})=۱۲/۵۳\quad N/mm^۲$$

لنگر اضافی ناشي از وزن بتن درجا:

$$۶/۶\times\frac{۱۵^۲}{۸}=۱۸۵/۶\ kN.m$$

توزیع تنش ناشي از لنگر M_d:

$$f_t=۱/۰۷+\frac{۱۸۵/۶\times۱۰^۶}{۱۹/۲\times۱۰^۶}=۱۰/۷۴\quad N/mm^۲$$

$$f_b=۱۲/۵۳-\frac{۱۸۵/۶\times۱۰^۶}{۲۶/۹۱\times۱۰^۶}=۵/۶۳\quad N/mm^۲$$

سربار $۱۲\ kN/m$ توسط مقطع مرکب تحمل مي‌شود که مستطیلي است با ابعاد $۸۴۵\times۵۰۰\ mm$ بنابراین:

$$\bar{y}=۴۲۳\quad mm$$

$$I_{comp}=\frac{۸۴۵^۳}{۱۲}\times۵۰۰=۲/۵۱\times۱۰^{۱۰}\quad mm^۴$$

لنگر ناشي از سربار برابر است با:

$$۱۲\times\frac{۱۵^۲}{۸}=۳۳۷/۵\ kN.m$$

حال توزيع تنش در مقطع مركب تحت سربار بدست مي‌آيد

$$f_{t,slab} = \frac{۳۳۷/۵\times۱۰^{۶}\times۴۲۳}{۲/۵۱\times۱۰^{۱۰}} = ۵/۶۹\ N/mm^{۲}$$

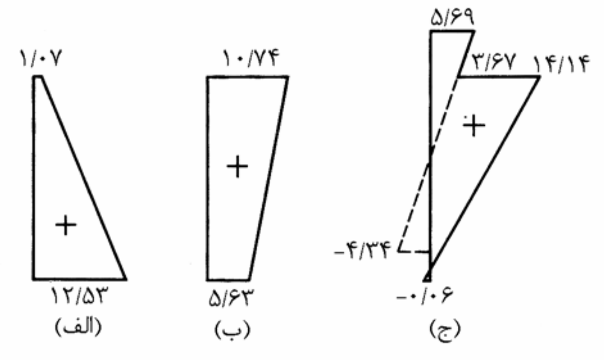
$$f_{t,beam} = \frac{۳۳۷/۵\times۱۰^{۶}\times۲۷۲}{۲/۵۱\times۱۰^{۱۰}} = ۳/۶۷\ N/mm^{۲}$$

$$f_{b,beam} = -\frac{۳۳۷/۵\times۱۰^{۶}\times۴۲۳}{۲/۵۱\times۱۰^{۱۰}} = -۵/۶۹\ N/mm^{۲}$$

توزيع تنش در مقطع مركب در شرايط مختلف بارگذاري در شكل ۱۰-٦ نشان داده شده است: بيشينة تنش فشاري در دال خيلي كوچكتر از مقدار آن در تير است و به همين دليل در خيلي از سازه هاي مركب، از بتن با مقاومت كمتري براي قسمت درجا استفاده مي كنند. البته مدول الاستيسيتة اين بتن از بتن تير كمتر است و براي وارد كردن اثر اين مسئله در محاسبه مشخصات مقطع مركب از نسبت ضرايب ارتجاعی تقريباً برابر ۰/۸ استفاده مي كنيم.

تنش كششي در فصل مشترك دال و بال پاييني تير بصورت زير بدست مي آيد:

$$f_{b,slab} = -\frac{۳۳۷/۵\times۱۰^{۶}}{۲/۵۱\times۱۰^{۱۰}}(۴۲۳-۱۰۰) = -۴/۳۴\ \ N/mm^{۲}$$



شكل ۱۰-٦ توزيع تنش در تير مثال ۱۰-۲ ($N/mm^{۲}$)

■■■

درجه بتن درجا	حداكثر تنش كششي (N/mm^2)
۲۵	۳/۲
۳۰	۳/٦
٤۰	٤/٤
۵۰	۵

جدول ۱۰-۱ تنش كششي مجاز بتن درجا

تنش فشاري مجاز براي دال و تير بتني از جدول ۳-۳ بدست مي‌آيد. اگر دال و تير مثال ۱۰-۲ از درجة ۳۰ و۵۰ باشند تنش فشاري مجاز به ترتيبN/mm^2 ۱۰ و ١٦/٦٧ مي‌باشد. تنش كششي مجاز در تير (كلاس۲) از جدول ۳-۳، N/mm^2 ۳/۱۸ مي‌باشد.. براي تير بتني پيش تنيده با بتن در جايي كه آن را مطابق شكل ۱۰-۵ در برگرفته، تنش كششي مجاز در دال را می توان از جدول ۱۰-۱ بدست آورد. براي اين مورد تنش مجاز N/mm^2 ۳/٦ مي باشد.

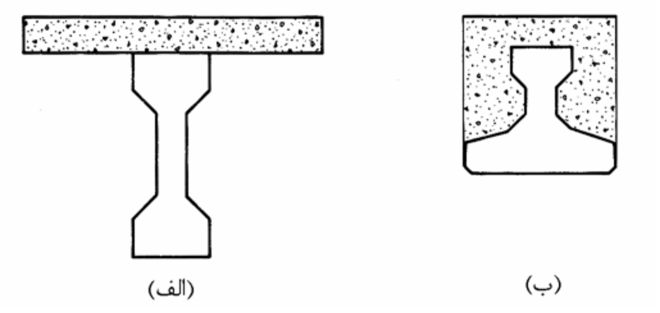
پس تنش حداكثر در بتن درجا بزرگتر از تنش مجاز است. معذالک BS۸۱۱۰ اجازه مي دهد ۵۰% به تنش كششي طراحي دال، با كاهش همان مقدار در تنش مجاز تير پيش تنيده، اضافه كنيم. پس در مثال ۱۰-۲ تنش كششي مجاز در دال را مي توان باندازه N/mm^2 ۱/۸ افزايش داد تا به N/mm^2 ۵/٤ برسد، بشرطي كه كاهش تنش كششي مجاز در تير به N/mm^2 ۱/۳۸ = (۳/۱۸-۱/۸) محدود شود. تنش واقعي در اينجا فشاري است، لذا توزيع تنش نهايي رضايت بخش می باشد. دليل افزايش تنش كششي مجاز در دال ناشي از آزمايشهايي است كه نشان داده اند تير بتني پيش تنيده ترك نخورده از تشكيل ترك در بتن در قسمت مجاورش جلوگيري مي كند و اين تاثير در اثر افزايش پيش تنيدگي در تير تقويت می شود. اگر تنشهاي مجاز كششي در دال عليرغم افزايش آن مراعات نمی شد مقطع مركب را لازم است ترك خورده در نظر بگيريم و ويژگي‌هاي آن مقاطع مطابق روشهاي ذكر شده در فصل ۵ مشخص مي شود.

براي تيرهاي بتن پيش تنيده با بتن رويه مانند شكل ۱۰-۷ (الف) بايد مقررات مربوط به جزئيات آرماتور گذاري در دال كه BS ۸۱۱۰ ذكر مي‌كند رعايت شود تا اينكه ترك خوردگي در آن كنترل شود.

۱۰-۳ مقاومت نهايي

اصول اساسی براي تحليل مقاطع بتن پيش تنيده در حالت حدي نهايي براي مقاومت خمشي در فصل پنجم بيان شد كه براي مقاطع مركب هم قابل استفاده است. براي مقطع نشان داده شده در شكل ۱۰-۷ (الف) مي‌توانيم فرض كنيم در حالت حدي نهايي، تار خنثی در دال قرار دارد و مقطع مانند يك تير مستطيلي عمل مي‌كند. موقعيت تار خنثي بايد بعداً كنترل شود كه آيا در دال مي‌افتد يا نه.

براي مقطع نشان داده شده در شكل ۱۰-۷ (ب)، موقعيت تار خنثي ممكن است با فرض مقطع مستطيلي بدست آيد، ولي تفاوت مقاومت بتن دال و تير در ناحية فشاري بايد در محاسبات منظور شود.



شكل ۱۰-۷

■■■

مثال ۱۰-۳

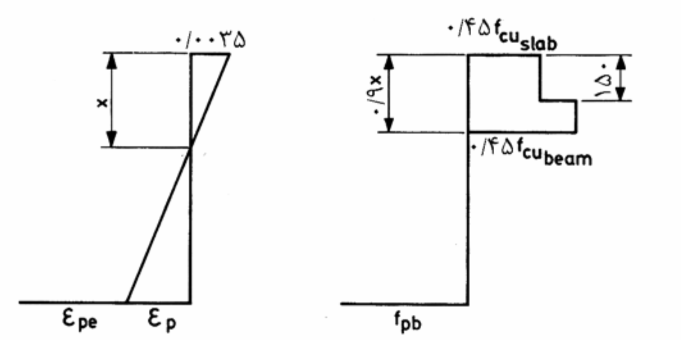
لنگر نهايي مقاوم مقطع مثال ۱۰-۲ را بدست آوريد: $f_{pu} = ۱۷۷۰\ N/mm^۲$ و $f_{pe} = ۹۹۰\ N/mm^۲$ و $A_{ps} = ۱۱۵۲mm^۲$ و $E_s = ۱۹۵\ kN/mm^۲$ باشد.

پاسخ:

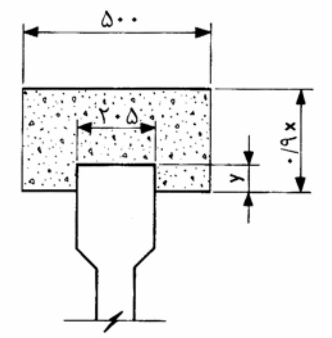
توزيع تنش و کرنش در مقطع مرکب در حالت حدي نهايي در شکل ۱۰-۸ نشان داده شده است.

$$\varepsilon_{pe} = \frac{۹۹۰}{(۱۹۵ \times ۱۰^۳)} = ۰/۰۰۵۰۸$$

فرض مي‌کنيم مقطع کم فولاد باشد، يعنی $(\varepsilon_{pe} + \varepsilon_p) > \varepsilon_۲ = ۰/۰۱۲۹$، در اينصورت با توجه به دياگرام تنش-کرنش در شکل ۳-٤ تنش در فولاد پيش تنيدگي $۰/۸۷f_{pu}$ بدست مي‌آيد.



شکل ۱۰-۸ توزيع نهايی تنش و کرنش در تير مثال ۱۰-۲



شکل ۱۰-۹

براي تعادل نيرو در مقطع:

$$۰/۸۷f_{pu}A_{ps} = (۰/۴۵f_{cu}A_c)_{slab} + (۰/۴۵f_{cu}A_c)_{beam} \qquad (۱-۱۰)$$

اگر تار خنثي در بال بالايي تير قرار داشته باشد، مقدار A_C براي دال و تير از شكل ۱۰-۹ بدست مي‌آيد

$$A_{c,slab} = ۵۰۰(۱۵۰ + y) - ۲۰۵y$$
$$= ۷۵۰۰۰ + ۲۹۵y$$
$$A_{c,beam} = ۲۰۵y$$

با قرار دادن اين مقادير در معادله ۱۰-۱ داريم:

$$۰/۸۷ \times ۱۷۷۰ \times ۱۱۵۲ = ۰/۴۵ \times ۳۰(۷۵۰۰۰ + ۲۹۵y) + ۰/۴۵ \times ۵۰ \times ۲۰۵y$$
$$\therefore \; y = ۸۹ \text{ mm}$$

براي اينكه كنترل كنيم كه فولاد پيش تنيدگي جاري شده است يا نه، بايد ابتدا محل تار خنثي را پيدا كنيم. اين محل نيز با رابطة زير بدست مي‌آيد:

$$x = \frac{(۱۵۰ + ۸۹)}{۰/۹} = ۲۶۵ \quad \text{mm}$$

از دياگرام كرنش نشان داده شده در شكل ۱۰-۸:

$$\varepsilon_p = \left[\frac{(۷۵۵ - ۲۶۵)}{۲۶۵}\right] \times ۰/۰۰۳۵ = ۰/۰۰۶۴۷$$

بنابراين:

$$\varepsilon_{pb} = \varepsilon_{pe} + \varepsilon_p = ۰/۰۰۵۰۸ + ۰/۰۰۶۴۷ = ۰/۰۱۱۵۵$$

اين مقدار كمتر از كرنش تسليم ۰/۰۱۲۹ است، پس فرض اوليه جاري شدن فولاد اعتبار ندارد. تنش فولاد براي كرنش معين ε_{pb} با توجه به منحني تنش-كرنش در شكل ۳-٤ بدست مي‌آيد. مي‌توان نشان داد كه عمق تار خنثي برابر است با ۲۵۸ mm و $y = ۸۲$ mm

لنگر مقاوم مقطع را مي توان با بدست آوردن لنگر نسبت به تراز فولاد پيش تنيدگي بدست آورد. براي دو سطح بتن فشاري:

$$A_{c,slab} = ۷۵۰۰۰ + ۲۹۵ \times ۸۲ = ۰/۹۹ \times ۱۰^۵ \;\; \text{mm}^۲$$
$$A_{c,beam} = ۲۰۵ \times ۸۲ = ۱/۶۸ \times ۱۰^۴ \;\; \text{mm}^۲$$

براي سطوح دال و تير در فشار، مرکز سطح در فاصله ۱۰۳mm و ۱۹۱mm از بالاي مقطع است. بنابراين لنگر مقاوم مقطع مرکب بصورت زير بدست مي‌آيد:

$$M_u = [۰/۹۹\times ۱۰^{۵} \times ۰/۴۵ \times ۳۰(۷۵۵-۱۰۳)$$
$$+۱/۶۸\times ۱۰^{۴} \times ۰/۴۵ \times ۵۰ \times (۷۵۵-۱۹۱)]\times ۱۰^{-۶}$$
$$= ۱۰۸۴/۶ \ \text{kN.m}$$

در صورت ضرورت، اثر فولاد اضافي نکشيده را مي‌توان مطابق آنچه در فصل ٥ بيان شد، در محاسبات به حساب آورد. مقاومت نهايي تير پيش ساخته تحت وزن خودش و وزن دال فوقاني نيز بايد کنترل شود.

■■■

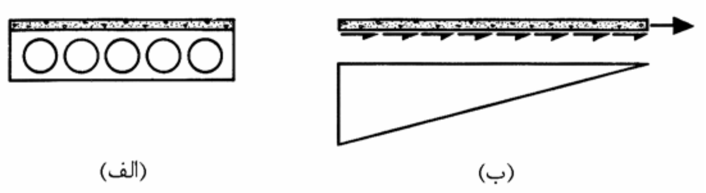
۱۰-٤ برش افقي

رفتار مرکب تير پيش ساخته و دال درجا فقط در صورتی امکانپذير است که تنش برشي افقي در سطح بين دو ناحيه بتواند تحمل شود.

در اعضاي کم عمق مانند آنچه در شکل ۱۰-۳ نشان داده شده است، معمولاً بين دو بتن کليد مکانيکي (اتصال مکانيکي) وجود ندارد و اصطکاك موجود در سطح تماس، برش را انتقال می دهد، براي مقاطع عميق‌تر از اتصالات مکانيکي برشي که از تير ريشه می گيرد استفاده مي گردد.

تعيين مقاومت برشي افقي در حالت حدي نهايي انجام مي گيرد، اگر در اين حالت اين مقاومت رضايت بخش باشد می توانيم فرض کنيم مقاومت برشي افقي در حالت حدي بهره‌برداري نيز رضايت بخش است.

يك مقطع مرکب با تکيه‌گاه‌هاي ساده که بار يکنواخت گسترده‌اي را حمل مي کند در شکل ۱۰-۱۰ (الف) نشان داده شده و دياگرام آزاد نصف طول دال درجا در شکل ۱۰-۱۰ (ب) ارائه شده است. در تکيه‌گاه ساده بايد نيرو در دال صفر باشد، در حاليکه حداکثر نيرو در وسط دهانه اتفاق مي افتد. توزيع نيروي برشي در زير دال در شکل ۱۰-۱۰ (ب) نيز نشان داده شده است.



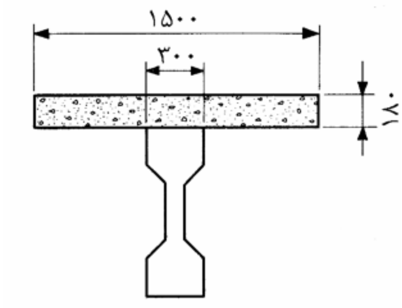
شکل ۱۰-۱۰

این رفتار شبیه به یك تیر الاستیك است که تنش برش افقي و قائم بسمت تکیه گاه افزایش پیدا می‌کند. براي حالت بارگذاري یکنواخت توزیع واقعي نیروي برشي نهایي در سطح زیرین دال خطي نیست. با این حال در BS۸۱۱۰ نیروي برش افقي تحت بارگذاري نهایي باید بصورت مجموع نیروي فشاري (یا کششي) در دال، در حالتی که فصل مشترک در ناحیة کششي عضو قرار دارد منظور شود. وقتی که فصل مشترک در ناحیة فشاري است، نیروي برش افقي باید بصورت نیروي فشاري در قسمتي از ناحیه‌اي که بالاي فصل مشترک است محاسبه شود. در هر حالت، تنش برشي افقي متوسط از تقسیم نیروي برشي بر سطحي که از ضرب عرض تماس در طول عضو بین دو نقطه‌اي که حداکثر لنگرخمشي مثبت یا منفي نهایي را دارند با نقطه‌اي که لنگر صفر را دارد بدست می‌آید. براي تیر ساده‌اي که بار گسترده یکنواخت را تحمل می‌کند این طول نصف دهانه است. تنش برشي متوسط افقي در طول سطح داخلي متناسب با دیاگرام نیروي برشي قائم نهایي توزیع می‌شود، تا تنش برش افقي در هر نقطه بدست آید. براي یك بارگذاري گستردة یکنواخت، این توزیع تنش بصورت خطي مطابق شکل ۱۰-۱۰(ب) خواهد بود.

■■■

مثال ۱۰-٤

حداکثر تنش برشي افقي براي تیر با مقطع مرکب با تکیه گاههاي ساده در شکل ۱۰-۱۱ را که دهانة آن ۲۰m است تعیین کنید فرض کنید در حالت حدی نهایي تار خنثاي مقطع مرکب در هر کجا در طول تیر از زیر دال عبور می‌کند و f_{cu} براي بتن درجا ۳۰ N/mm^2 است.



شکل ۱۰-۱۱

پاسخ: در وسط دهانه نيروي كل در دال برابر است با:

$$= ۰/۴۵ \times ۳۰ \times ۱۵۰۰ \times ۱۸۰ \times ۱۰^{-۳}$$

$$= ۳۶۴۵ \ \ kN$$

بنابراين متوسط تنش برشي افقي در فصل مشترک بصورت زير بدست مي‌آيد

$$v_{h,avge} = \frac{۳۶۴۵ \times ۱۰^{۳}}{۱۰ \times ۱۰^{۳} \times ۳۰۰} = ۱/۲۲ \quad N/mm^{۲}$$

حال بايد متوسط تنش برشي افقي را در طول تير توزيع كنيم. مطابق شكل دياگرام نيروي برشي نهايي، كه در اين مثال يك توزيع مثلثي دارد حداكثر تنش برشي افقي برابر است با:

$$v_{h,max} = ۲ \times ۱/۲۲ = ۲/۴۴ \quad N/mm^{۲}$$

■■■

تنش برش افقي نهايي مجاز در جدول ۱۰-۲ آمده است، مشاهده مي شود كه تنش مجاز به چگونگی سطح تير در محل تماس و همچنين نوع بتن بستگي دارد. قرار دادن فولاد حداقل به شدت مقاومت برشي افقي را تقويت مي‌كند كه در جدول ۱۰-۲ مشخص است.

در مثال بالا، با فرض فولاد حداقل در تير در سطح بالاي قسمت پيش ساخته، تنش برشي افقي مجاز $(N/mm^{۲})$ ۱/۸ است. اكنون تمام نيروي برشي افقي بايد توسط خاموت عبوری از سطح تماس تحمل شود.

برای طراحی از فلسفه برش اصطکاکی با زاويه اصطکاک داخلی ٤٥ درجه استفاده می کنيم.

وجود فولاد در فصل مشترک	نوع سطح	درجه بتن درجا		
		۲۵	۳۰	٤۰ وبالاتر
بدون فولاد	سطح طبيعي بتن	۰/٤	۰/۵۵	۰/٦۵
	خراش داده شده با برس يا قلم و چكش و ايجاد سطح زبر	۰/٦	۰/٦۵	۰/۷۵
	سطح بتن قبل از خشك شدن شسته شده در صورت نياز همراه با افزودن دير گير كننده	۰/۷	۰/۷۵	۰/۸
با فولاد حداقل با نفوذ در بتن درجا	سطح طبيعي بتن	۱/۲	۱/۸	۲
	خراش داده شده با برس يا قلم و چكش و ايجاد سطح زبر	۱/۸	۲	۲/۲
	سطح بتن قبل خشك شدن شسته شده در صورت نياز همراه با افزودن دير گير كننده	۲/۱	۲/۲	۲/۵

جدول (۱۰-۲) تنش برشي افقي نهايي مجاز ($N/mm^۲$)

مقدار فولاد مورد نياز، A_h ، از رابطه زير بدست مي‌آيد:

$$A_h = \frac{۱۰۰۰\ b_c\ v_h}{(۰/۸۷ f_{yv})}$$

كه در آن b_c عرض سطح تماس است. بنابراين اگر f_{yv} براي خاموت $۲۵۰\ \frac{N}{mm^۲}$ باشد:

$$A_h = \frac{۱۰۰۰ \times ۳۰۰ \times ۲/۴۴}{(۰/۸۷ \times ۲۵۰)} = ۳۳۶۶ \quad \frac{mm^۲}{m}$$

اگر براي اتصال دو بتن از آرماتورR۱٦ با فاصلة مركز تا مركز، ۱۱۵mm استفاده شود، مجموع سطح مقطع آن $۳۴۹۷\ mm^۲/m$ مي شود.

این فاصله، حداقل فاصله‌اي است که در نزدیکي تکیه‌گاه لازم است و ممکن است این فاصله با دور شدن از تکیه‌گاه و کاهش تنش برش افقي کاهش یابد. نهایتاً فقط آرماتور اسمي نیاز است که مقدار آن ۰/۱۵% سطح تماس است. همچنین فاصله خاموتها در مقطع T شکل نباید از ٤ برابر ضخامت دال و یا ۶۰۰mm بیشتر شود، براي مقطع مرکب در مثال ١٠-٤ سطح فولاد اسمي حداقل بدست مي‌آید:

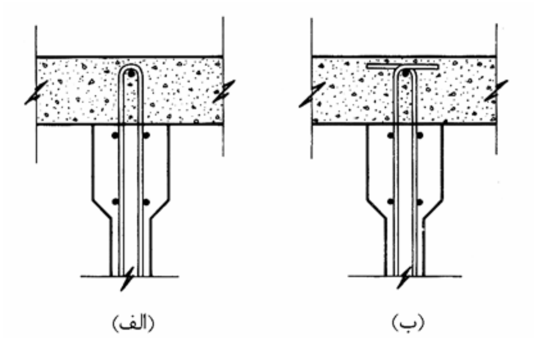
$$A_h = (\frac{۰/۱۵}{۱۰۰}) \times ۱۰۰۰ \times ۳۰۰ = ۴۵۰ \ \ mm^۲/m$$

و فاصله لازم براي خاموت R١٦، ۸۹۰mm است. اما حداکثر فاصله کمتر از ۴×۱۸۰=۷۲۰mm یا ۶۰۰mm است، پس فاصلة خاموت اسمي به کار رفته که از نوع R١٦ است برابر ۶۰۰mm باید باشد.

دو نحوة بسته شدن خاموتها در دال در شکل ١٠-١٢ نشان داده شده است.

براي آن نوع از مقاطع مرکب که در شکل ١٠-٥ نشان داده شده است، تنش برش افقي بین دال و بالاي تیر را مي‌توان با روشي که بیان شد بدست آورد. کنترل تنش برشی در لبه پایین‌تر بال و در طول بال پایینی ضرورتي ندارد، زیرا اینها عموماً رضایت بخش هستند البته به شرطی که مقاومت برشي افقي را در بالاي تیر کنترل کرده باشیم. براي اطلاعات بیشتر درباره مقاومت در برش افقي به

(۱۹۸۲)Federation Internationale de la Preccontrainte مراجعه شود.



شکل ١٠-١٢ اتصال برای انتقال برش افقی

۱۰-۵ برش قائم

مشابه کنترل مقاومت خمشي مقاطع مرکب، مقاومت برشي قائم نيز بايد در دو حالت کنترل شود.
حالت اول: وقتي که تير(پيش ساخته) بار وزن بتن خيس را تحمل مي کند. حالت دوم: در مورد تير مرکب تحت بارهاي سرويس. در حالت اول مقاومت برشي با استفاده از روشهايي که در فصل ۷ توضيح داده شد تعيين مي‌شود. با اصلاحی در اين روشها مي‌توان مقاومت برشي مقاطع مرکب را نيز کنترل کرد.

■■■

مثال ۱۰-۵

مطلوبست تعيين مقاومت برشی تير مرکب بررسی شده در مثال ۱۰-۲ با فرض تير ترك نخورده در خمش در حالت حدي نهايي.

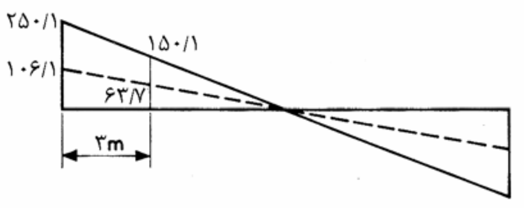
پاسخ: دياگرام نيروی برشي نهايي براي دو حالت در شکل ۱۰-۱۳ نشان داده شده است:

براي حالت اول که تير وزن دال را تحمل مي‌کند تنش پيش تنيدگي در مرکز سطح مقطع تير برابر $۷/۷۶\ \frac{N}{mm^۲}$ است. تنش حداکثر برشي در اين مقطع از معادلة ۷-۱ بدست مي‌آيد که در آن برای لنگر سطح نسبت به مرکز سطح مقطع داريم:

$$A\bar{y} = ۱۵/۵۱ \times ۱۰^۶\ mm^۳$$

$$f_s = \frac{۱۰۶/۱ \times ۱۰^۳ \times ۱۵/۵۱ \times ۱۰^۶}{۷/۷۸ \times ۱۰^۹ \times ۱۰۵}$$

$$= ۲/۰۱\ N/mm^۲$$



شکل ۱۰-۱۳ نيروی برشی نهايی در تير مثال ۱۰-۲ (بر حسب kN)

تنش کششي اصلی مجاز برابر $۰/۲۴\times\sqrt{۵۰}=۱/۷ \, N/mm^{۲}$ می باشد، لذا مقاومت برشي ترك نخورده از معادلة ۷-٦ بدست می آید:

$$V_{co}=۰/۶۷\times۱۰۵\times۶۹۵(۱/۷^{۲}+۰/۸\times۱/۷\times۷/۷۶)^{\frac{۱}{۲}}\times۱۰^{-۳}$$
$$=۱۷۹/۳ \ kN$$

بنابراین مقاومت برشي ترك نخورده رضایت بخش است.

براي حالت دوم توزیع تنش برشي نهایي از مجموع تنشهاي مرحله اول و نیز رفتار مرکب تحت بارهاي وارده حاصل مي شود. توزیع تنش برشي در مقطع مرکب که مقطعي مستطیلي است نیز در معادلة ۷-۱ داده شده است و مقدار حداکثر آن در مرکز سطح مقطع مرکب بوده و برابر است با:

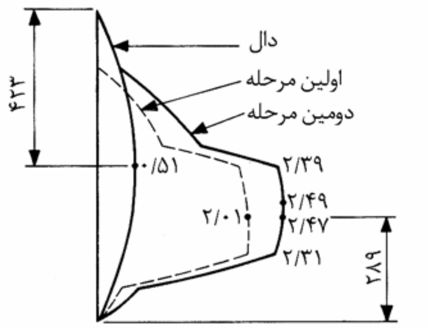
$$f_{s,max}=\frac{(۲۵۰/۱-۱۰۶/۱)\times۱۰^{۳}}{۰/۶۷\times۵۰۰\times۸۴۵}$$
$$=۰/۵۱ \ N/mm^{۲}$$

توزیع تنش دو حالت بهمراه مجموع آنها در شکل ۱۰-۱٤ نشان داده شده است. این نمودار نشان مي‌دهد که تنش برشي ماکزیمم در هر مورد در یك نقطه اتفاق نمي‌افتد و علاوه بر آن مي‌توان نشان داد که نقطة تنش اصلي ماکزیمم در محل تنش برشي ماکزیمم اتفاق نمي‌افتد. معذالک اگر مقاومت برشي مقطع مرکب ترك نخورده را بر اساس تنش کششي اصلي در مرکز سطح مقطع مرکب محاسبه کنیم به اندازة کافي دقیق خواهد بود. در این نقطه تنش مستقیم برابر $۵/۵۷ \, N/mm^{۲}$ است و تنش کششي اصلي از رابطة زیر بدست مي‌آید:

$$f_{prt}=-\frac{۵/۵۷}{۲}+\frac{۱}{۲}\left[(۵/۵۷)^{۲}+۴(۲/۳۹)^{۲}\right]^{\frac{۱}{۲}}$$

$$=۰/۸۸ \ N/mm^{۲} \quad <۱/۷۰ \ N/mm^{۲}$$

اگر از ضریب اطمینان ۰/۸ روی تنش مستقیم استفاده شود، این تنش ۱/۰٤ بدست می آید که باز هم مورد قبول است.



شکل ۱۰-۱٤ تنش برشی نهایی ترک نخورده در تیر مثال ۱۰-۲

بنابراین مقطع مرکب ترك نخورده در برش دارای مقاومت کافي خواهد بود. اگر از تنش اصلي کششي مجاز مقداری بالاتر بدست می آمد آنگاه باید فولاد برشي که از روشهاي فصل ۷ محاسبه مي‌شود در مقطع قرار داده شود. يك روش قابل قبول ديگر براي پيدا کردن مقاومت برشي يك تير ترك نخورده يافتن تنشهاي كششي اصلي در مركز مقطع مرکب است که در آن تنش برشي در آن نقطه براي نيروها در هر حالت از رابطه $f_s = V/۰/۶۷bh$ داده مي‌شود. در اين رابطه V نيروي برش نهايي b و h عرض و ارتفاع کل مقطع موردنظرهستند. معمولاً توجهی نمي‌شود که بتن درجا ريخته شده ترك خورده است يا خير. تیر پیش تنیده مجاور در برابر ترك خوردگي قيد ايجاد مي‌كند و معمولاً همين کنترل ترك ناشي از تنش كشش اصلي در تير كافيست.

در فصل ۷ نشان داده شده است که مقاومت برشي اعضاي بتن پيش تنيده بستگي به ترك خوردگي مقطع در اثر خمش در حالت حدي نهايي دارد و به همين جهت معمولاً از دو مقاومت برشي V_{co} و V_{cr} هر يك كوچكتر باشد منظور مي‌شود. روش تعيين V_{cr} در مقاطع مركب ترك خورده در خمش از آنچه در فصل ۷ گفته شد پيروي مي‌كند. تنها تفاوت آنست که لنگر خمشي که در تار کششي تنش صفر حاصل کند (M_o) از رابطة زير حاصل مي‌شود:

$$M_o = M_d + (۰/۸f_{pt} - \frac{M_d}{Z_{b,beam}})Z_{b,comp} \qquad (۲-۱۰)$$

كه در آن $Z_{b,beam}$, $Z_{b,comp}$ مدول تار پاييني مقطع تير و مقطع مركب هستند. f_{pt} ميزان تنش پيش‌تنيدگي در تار پاييني و M_d لنگر خمشي ناشي از وزن تير و دال است. مقاومت برشي مقطع ترك خورده از معادلة ۷-۱۳ بدست مي‌آيد.

■■■

مثال ۱۰-٦

مطلوبست تعيين مقاومت برشي مقطع بکاررفته در مثال ۱۰-۲ با فرض مقطع ترک خورده در خمش.
با فرض آنکه تاندونها پروفيلي مستقيم دارند. در مقطعي به فاصله ۳ از تکيه‌گاه داريم:

$$f_{pt} = ۷/۷۶ + ۸/۴۳ = ۱۶/۱۹ \quad \frac{N}{mm^{۲}}$$

$$M_d = (۳/۵ + ۶/۶) \times (\frac{۳۰}{۲})(۱۵ - ۳) = ۱۸۱/۸ \quad kN.m$$

براي مقطع مرکب:

$$Z_{b,comp} = ۵۹/۵ \times ۱۰^{۶} \ \ mm^{۳}$$

بنابر اين در معادلة ۱۰-۲

$$M_o = ۱۸۱/۸ + \left[(۰/۸ \times ۱۶/۱۹) - \frac{۱۸۱/۸ \times ۱۰^{۶}}{۲۶/۹۱ \times ۱۰^{۶}} \right] \times ۵۹/۵ \times ۱۰^{۶} \times ۱۰^{-۶}$$
$$= ۵۵۰/۴۷ \ \ kN.m$$

لنگر خمشي نهايي بار سرويس برابر است با:

$$= \left[(۳/۵ + ۶/۶) \times ۱/۴ + ۱/۶ \times ۱۲ \right] \times (\frac{۳}{۲})\ (۱۵ - ۳) = ۶۰۰/۱ \ \ kN.m$$

نيروي برش نهايي در سه متري تکيه‌گاه از شکل ۱۰-۱۳ برابر ۱۵۰/۱ kN است. تنش برشي مجاز با احتساب b (عرض جان تير پيش تنيده) بدست مي‌آيد. زيرا فرض مي‌شود بتن درجا ترک خورده باشد و مقدار مقاومت برشي کمي را به مقطع مرکب بدهد. عمق مؤثر برابر عمق مؤثر تير پيش تنيده بعلاوة ارتفاع بتن بالاي آن فرض مي‌شود زيرا اين منطقه از بتن درجا در مقاومت برشي سهم دارد پس:

$$\frac{۱۰۰ A_s}{bd} = \frac{(۱۰۰ \times ۱۱۵۲)}{(۱۰۵ \times ۷۵۵)} = ۱/۴۵$$

بنابراين از جدول ۷-۲، $v_c = ۰/۷۱ \ \ N/mm^{۲}$، لذا مقاومت برشي ترک خورده از معادلة ۷-۱۳ برابر است:

$$V_{cr} = (۱ - ۰/۵۵ \times ۹۹۰/۱۷۷۰) \times ۰/۷۱ \times ۱۰۵ \times ۷۵۵ \times ۱۰^{-۳} + ۵۵۰/۴۷ \times ۱۵۰/۱/۶۰۰/۱$$
$$= ۱۷۶/۶۶ \ \ kN$$

■■■

مقادير V_{cr} و V_{co} بايد براي مقاطع متعدد در طول تير تعيين شوند و دياگرام مقاومت برشي مشابه شكل ۷-٦ رسم گردد. مقدار آرماتور برشي مورد نياز از روشهاي فصل ۷ بدست مي‌آيد. براي كامل كردن مطلب بايد مقاومت برشي تير پيش تنيده در تحمل بار وزن خود و دال روي آن نيز كنترل شود.

۱۰-٦ خيزها

خيز اعضاي مركب پيش تنيده مشابه آنچه در فصل ٦ شرح داده شد محاسبه می شود و بستگی به اين دارد كه تير از كلاس ۲،۱ يا ۳ باشد، ولي درتعيين خيز انواع مقاطع مختلف تير در حالات (بارگذاري) متفاوت بايد مد نظر قرار گيرد.

■■■

مثال ۱۰-۷

براي مقطع مركب مثال ۱۰-۲ مطلوبست تعيين خيز حداكثر در حالات مختلف بارگذاري. فرض كنيد خروج از مركزيت ثابت و برابر $۲۰۰ mm$ براي يك سوم مياني تير است و در تكيه‌گاهها بصورت خطی به صفر می‌رسد.

پاسخ:

(الف) نمودارهاي توزيع لنگر خمشي بر اثر وزن خود تير، لنگر پيش تنيدگي و يك نيروي متمركز واحد در وسط تير در اشكال ۱۰-۱۵ (الف) تا (ج) نمايش داده شده است. با استفاده از روش كار مجازي مشابه فصل ٦ داريم:

$$\delta_i = \int_{۰}^{L} \left[M'(M_i + M_p)/EI\right] dx$$

$$= (۲\times ۵/۶\,EI)\left[۴(۵۴/۷ - ۰/۱P)(۱/۲۵) + (۸۷/۵ - ۰/۲P)(۲/۵)\right]$$

$$+ (۲\times ۲/۵/۶\,EI)\left[(۸۷/۵ - ۰/۲P)(۲/۵) + ۴(۹۵/۷ - ۰/۲P)(۳/۱۳) + (۹۸/۴ - ۰/۲P)(۳/۷۵)\right]$$

برای تير

$$\alpha P_i = ۱۲۵۰\ kN$$

$$\delta_i = -\frac{۳۶۸۵/۱}{Ei}$$

$$I = ۷/۷۸ \times ۱۰^{-۳}\ m^{۴}\ , E = ۲۸ \times ۱۰^{۶}\ kN/m^{۲}$$

$$\therefore \delta_i = -\frac{۳۶۸۵/۱}{۷/۷۸ \times ۱۰^{-۳} \times ۲۸ \times ۱۰^{۶}} = -۰/۰۱۶۹\ m$$

(ب) توزيع لنگر خمشي ناشي از وزن دال در شکل ۱۰-۱٦ (الف) نشان داده شده است:

$$\delta_d - \delta_i = \int_{\cdot}^{L} \left[M'(M_d - M_i)/EI\right]dx$$

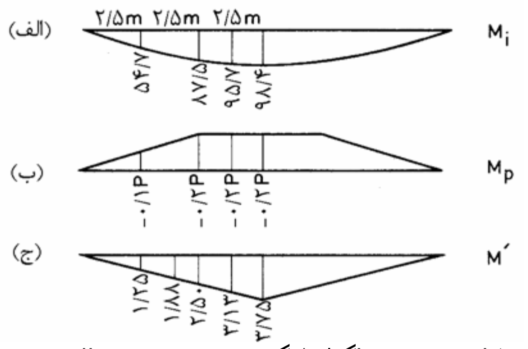
$$= (۲\times ۷/۵/۶\,EI)\left[۴(۱/۸۸)(۱۳۹/۲) + (۳/۷۵)(۱۸۵/۶)\right]$$

$$= \frac{۴۳۵۷/۰}{EI}$$

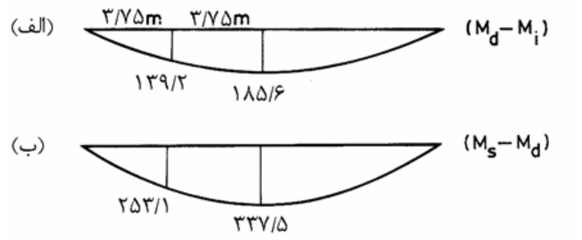
$$\therefore \delta_d - \delta_i = \frac{۴۳۵۷/۰}{۷/۷۸\times ۱۰^{-۳}\times ۲۸\times ۱۰^{۶}} = ۰/۰۲\text{ m}$$

پس خيز کل تحت اثر وزن دال برابر $۰/۰۰۳۱\text{ m} = ۰/۰۲ + ۰/۰۱۶۹-$ است.

(ج) براي خيز تحت اثر بارهاي سرويس، ممان دوم سطح مقطع مرکب بايد استفاده شود. توزيع لنگر خمشي $(M_s - M_d)$ در شکل ۱۰-۱٦(ب) آمده است.



شکل ۱۰-۱۵ دياگرام لنگر خمشی در تير مثال ۱۰-۷



شکل ۱۰-۱٦ دياگرام لنگر خمشی در تير مثال ۱۰-۷

$$\delta_s-\delta_d=\int_{\cdot}^{L}\left[M'(M_s-M_d)/EI\right]dx$$
$$=(۲\times ۷/۵/۶\,EI)\left[۴(۱/۸۸)(۲۵۳/۱)+(۳/۷۵)(۳۳۷/۵)\right]$$
$$=۷۹۲۲/۳\;/EI$$

در مقطع مركب $I=۲/۵۱\times ۱۰^{-۲}\;\; m^۴$، بنابراين:

$$\delta_s-\delta_d=\frac{۷۹۲۲/۳}{۲/۵۱\times ۱۰^{-۲}\times ۲۸\times ۱۰^{۶}}=۰/۰۱۱۳\;\; m$$

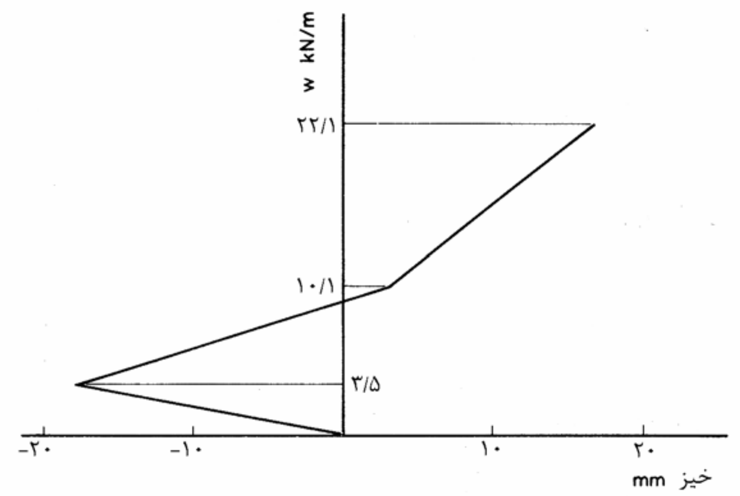
تحت بار سرويس نيروي پيش تنيدگي تا ۱۱۴۰kN كاهش مي‌يابد و در نتيجه δ_i تا $-۰/۰۱۴۵\,m$ كم مي‌شود.

و در نهايت خيز كلي تحت كل بارهاي سرويس برابر است با:

$$\delta_s=-۰/۰۱۴۵+۰/۰۲+۰/۰۱۱۳=۰/۰۱۶۸\;\; m$$

كه حدود $\frac{۱}{۸۹۰}$ دهانه است.

نمودار بار و تغيير مكان (خيز) براي مقطع مركب در شكل ۱۰-۱۷ رسم شده است. اين نمودار به خوبي اثر سخت شوندگي ناشي از عملكرد مركب تير و دال را نشان مي‌دهد.



شكل ۱۰-۱۷ منحنى بار-تغيير مكان در تير مثال ۱۰-۲

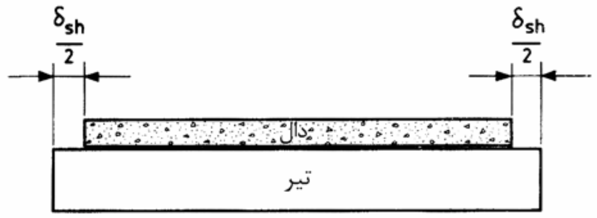
■■■

۱۰-۷ تغيير مكانهای نسبي

اين واقعيت كه دال مقاطع مركب بسيار ديرتر از تير پيش تنيده ريخته مي‌شود باعث آن مي‌شود كه بسياري از اثرات وابسته به زمان جمع شدگي بتن دال در زمان عملكرد مركب تير و دال اتفاق بيفتد. مقدار زيادي از جمع شدگي تير در زمان بتن ريزی دال اتفاق افتاده است و لذا حركات ناشي از جمع شدگي دال تنشهايی را در مقطع مركب ايجاد خواهد كرد. مقدار آب بتن دال معمولاً بيشتر از بتن تير است زيرا مقاومت كمتري در دال مورد نياز است و اين مسئله هم مشكل جمع شدگي را تشديد مي‌كند. اين تنشهاي اضافي كه حتی قبل از وارد شدن هر باری به تير (به دلايل فوق) ايجاد مي‌شوند ناچيز نيستند و بايد در طراحي منظور شوند.

دال و تير هر دو تحت اثر بار دچار تغيير شكلهاي خزشی مي‌شوند. اگرچه بعضي تغيير شكلهاي خزشي تير ممكن است قبل از ريخته شدن دال اتفاق افتاده باشد. ميزان تنشهاي فشاري در تير بيشتر است و در نتيجه تغيير شكلهاي خزشي آن نيز بيشتر است. اختلاف تغيير شكلهاي خزشي بين دال و تير تنش هايي را در مقطع مركب ايجاد مي‌كند كه تمايل به كاهش اثر تفاوت جمع شدگي اين دو دارد.

مشكل ديگر موجود كه عمدتاً در رابطه با عرشة پلها اتفاق مي‌افتد ناشي از اختلاف درجه حرارت در مقاطع مركب است. گرچه اين مشكل ممكن است در اعضاي مركبي كه در سقف بام ساختمانها مورد استفاده قرار می گيرند نيز بوجود آيد. سطح گرم بالايي تمايل به افزايش طول بيشتر نسبت به سطح خنك‌تر پاييني دارد كه (اين پديده) باعث ايجاد تنش در مقطع مركب مي‌شود.

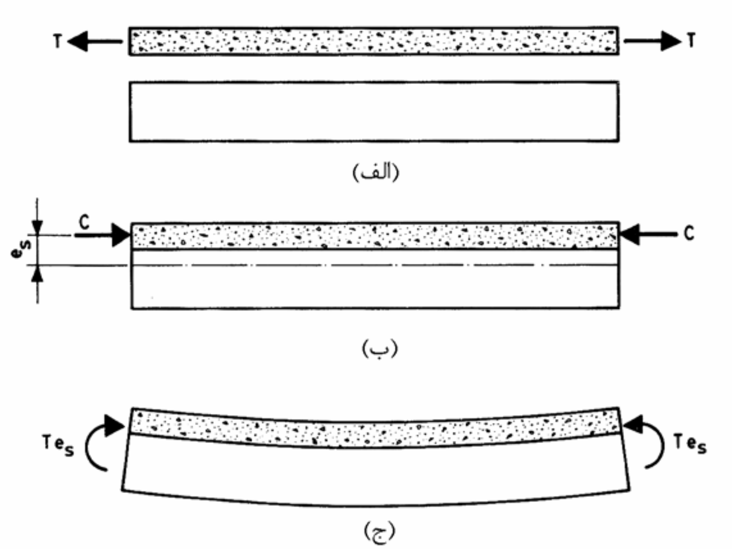


شكل ۱۰-۱۸ حركت نسبی

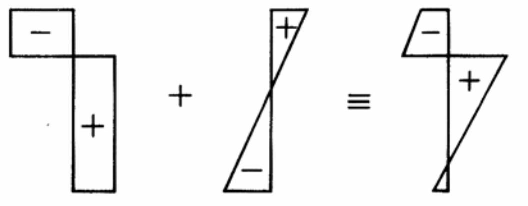
يك روش براي تعيين تنشهاي ناشي از تفاوت جمع شدگي در اينجا بطور كلي بيان مي‌شود و همين روش را مي‌توان براي تعيين تنشهاي ناشي از اختلاف خزش و تفاوت دمايي بكار برد.

يك عضو مركب مطابق شكل ۱۰-۱۸ در نظر بگيريد كه در آن دال مي تواند حركات جمع شدگي آزاد به اندازهٔ δ_{sh} نسبت به تير داشته باشد. در واقعيت اين حركات بوسيلهٔ نيروهاي برشي كه بين دال و تير بوجود مي‌آيند محدود مي شود كه در نتيجه باعث ايجاد تنش كششي در دال و تنش فشاري در تير مي‌گردد. مقدار نيروي كششي در دال از رابطهٔ $T = \varepsilon_{sh} \times A_{c,slab} \times E_{c,slab}$ بدست مي‌آيد كه در آن $E_{c,slab}, A_{c,slab}$ مساحت و ضريب ارتجاعي مقطع دال هستند. ε_{sh} كرنش آزاد جمع شدگي در دال بتني است، نيروي فشاري در تير از نظر عددي بايد برابر نيروي كششي باشد. علاوه بر تنش مستقيمي كه در بالا به آن اشاره شد، تنشهاي خمشي به واسطهٔ قيد در مقابل تفاوت جمع شدگي آزاد بوجود مي‌آيد. جهت يافتن اين تنشها دياگرام آزاد دال و تير را رسم مي كنيم (شكل۱۰-۱۹). در ابتدا مي توان نيروي كششي T را در مركز سطح دال به آن نسبت داد، طوري كه طول آن برابر طول تير شود.

در اين حالت نبايد نيروي خارجي خالص ديگري روي عضو مركب فقط ناشي از تفاوت جمع‌شدگي ايجاد شود، در نتيجه يك جفت نيروي فشاري در خلاف جهت و به همان اندازه براي برقراري تعادل بايد اضافه شود. اما اين نيروهاي فشاري روي مقطع مركب عمل كرده و لنگر خمشي به اندازهٔ $T \times e_s$ را در دو انتهاي تير ايجاد مي‌كنند كه e_s فاصله مركز دال و مركز مقطع مركب است. توزيع تنش كلي در مقطع در شكل۱۰- ۲۰ آمده است.



شکل ۱۰-۱۹ برایند تنشهای داخلی ناشی از حرکت نسبی

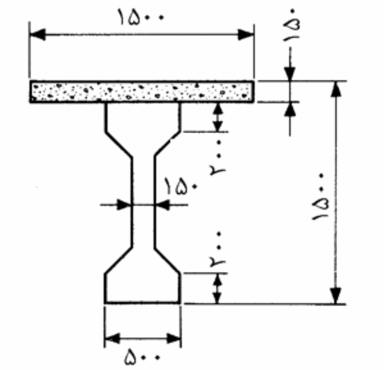


شکل ۱۰-۲۰ تنشهای ناشی از حرکت نسبی

■■■

مثال ۱۰-۸

در مقطع مرکب شکل ۱۰-۲۱ که دهانه آن ۲۰ متر است توزیع تنش قائم در مقطع را تعیین کنید، زمانی که در دال کرنش جمع شدگي به اندازهٔ ۱۰۰×۱۰^{-۶} اتفاق بیفتد. E_c را براي هر دو ناحیه بتني برابر $۲۸\ kN/mm^۲$ فرض کنید.



شکل ۱۰-۲۱

پاسخ: برای دال داریم:

$$A_{c,slab}=۱۵۰۰\times۱۵۰=۲/۲۵\times۱۰^{۵}\ \text{mm}^{۲}$$

$$\therefore T=۱۰۰\times۱۰^{-۶}\times۲۸\times۱۰^{۳}\times۲/۲۵\times۱۰^{۵}\times۱۰^{-۳}=۶۳۰\ \text{kN}$$

بنابراین متوسط تنش در دال:

$$\frac{-۶۳۰\times۱۰^{۳}}{۲/۲۵\times۱۰^{۵}}=-۲/۸۰\quad \text{N/mm}^{۲}$$

برای تیر:

$$A_{c,beam}=۲\times۲۰۰\times۵۰۰+۱۵۰\times۹۵۰+۴\times\frac{۱۷۵^{۲}}{۲}=۴/۰۴\times۱۰^{۵}\ \text{mm}^{۲}$$

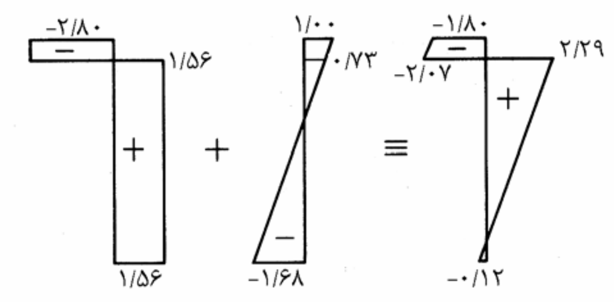
متوسط تنش در تیر:

$$=\frac{۶۳۰\times۱۰^{۳}}{۴/۰۴\times۱۰^{۵}}=۱/۵۶\quad \text{N/mm}^{۲}$$

می توان نشان داد که مرکز سطح مقطع مرکب ۵۵۷mm از بالای دال فاصله دارد. بنابراین خروج از مرکزیت مرکز دال از مرکز مقطع مرکب برابر $۴۸۲\text{mm}=(۵۵۷-۷۵)$ است و لنگر از رابطه زیر بدست می آید:

$$=۶۳۰\times۰/۴۸۲=۳۰۳/۷\quad \text{kN.m}$$

در مقطع مرکب $I_{comp}=۱/۷\times۱۰^{۱۱}\text{mm}^{۴}$. پس تنشهای خمشی در بالای دال در اتصال بین دال و تیر و در پایین تیر از رابطه بعدی بدست می‌آید:



شکل ۱۰-۲۲ توزیع تنش در تیر مثال ۱۰-۸

$$f_{t,slab} = \frac{۳۰۳/۷\times۱۰^{۶}\times۵۵۷}{۱/۷\times۱۰^{۱۱}} = ۱/۰۰ \quad N/mm^{۲}$$

$$f_{b,slab} = f_{t,beam} = \frac{۳۰۳/۷\times۱۰^{۶}\times۴۰۷}{۱/۷\times۱۰^{۱۱}} = ۰/۷۳ \quad N/mm^{۲}$$

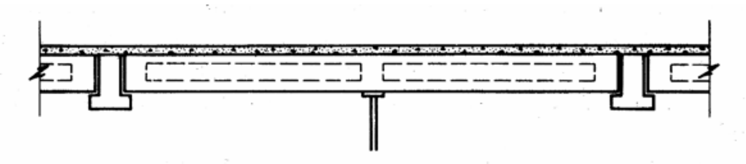
$$f_{b,beam} = -\frac{۳۰۳/۷\times۱۰^{۶}\times۹۴۳}{۱/۷\times۱۰^{۱۱}} = -۱/۶۸ \quad N/mm^{۲}$$

توزیع تنش حاصله در شکل ۱۰-۲۲ آمده است. این تنشها باید به تنشهاي ناشي از نیروي پیش تنیدگی و بار خارجي اضافه شود.

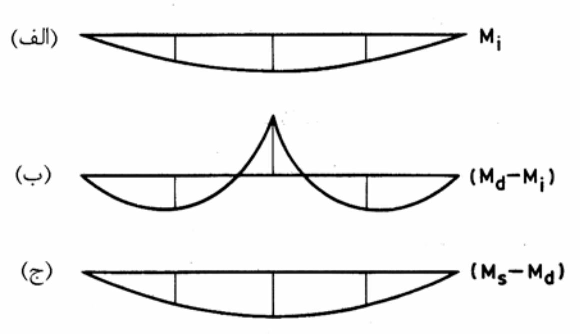
■■■

۱۰-۸ پایه ها و پیوستگی ها

همه مقاطع مرکبي که تا کنون بررسي شدند تیرهاي با تکیه‌گاه ساده بودند. این فرض مخصوصاً در جاهایي کاربرد دارد که دسترسي به زیر سازه در طول مدت ساخت مورد نیاز است. یك مثال از چنین مواردي پلي است که از روي جاده یا راه‌آهن شلوغ مي‌گذرد. به هر حال اگر امکان فراهم کردن یك تکیه‌گاه میانی موقت براي تیر در طول مدت ساخت وجود داشته باشد به مقدار زیادي مقرون به صرفه خواهد بود. زیرا شرایط بارگذاري تیر که در آن تیر وزن بتن دال را تحمل مي‌کند تأثیر زیادي بر طراحي آن دارد.



شكل ۱۰-۲۳ پايه موقت در وسط دهانه



شكل ۱۰-۲٤ تاثير پايه موقت

تيري با يك تكيه‌گاه موقت در وسط آن در شكل ۱۰-۲۳ آمده است. در ابتدا تير وزن خود را با توزيع لنگري كه در شكل ۱۰-۲٤ ديده مي‌شود تحمل مي‌كند. هنگاميكه تكيه‌گاه موقت قرار داده مي‌شود و بتن دال ريخته مي‌شود، لنگرهاي اضافي مطابق شكل ۱۰-۲٤ (ب) خواهند بود. تنش در تير در اين دو حالت تنها بر اساس مقطع خود تير تعيين مي‌شود. وقتي بتن خوب محكم شد، تكيه‌گاه موقت برداشته شده و تنشهاي تير ناشي از بار دال روي يك تير دو سر ساده با مقطع مركب ايجاد مى شود. در نهايت بايد تنشهاي ايجاد شده بر اثر لنگر خمشي سربارهاي وارده (برروي سازه) اضافه شوند. اين تنشها با مقطع مركب محاسبه مي‌شوند (شكل۱۰-۲٤ج) اگر تير در وسط دهانه نگه داشته نشده بود تنش نهايي در آن بيشتر مي‌شد. ولي لنگر خمشي منفى ايجاد شده در تير وقتي كه وزن دال را مي‌برد بايد مد نظر قرار گيرد.

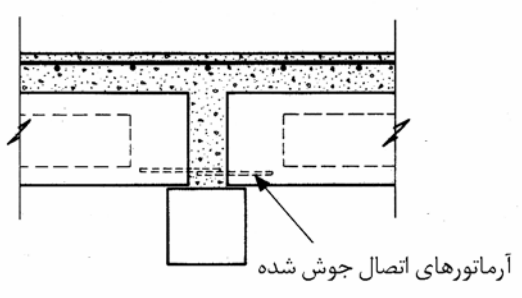
همچنين واضح است كه تنش نهايي در تير را مي توان با قرار دادن تكيه‌گاههاي مياني بيشتر در طول دهانه كاهش داد. حد نهايي آن نگهداري كامل تير در طول دهانه است. در اين حالت بسياري از مزيت هاى كاربرد مقاطع مركب از بين مي‌رود ولى بطور كلي قرار دادن ۲ يا ۳ تكيه‌گاه مياني بسته به دسترسي مورد نياز به زير سازه در طول مدت ساخت مفيد خواهد بود.

نوع ديگر گسترش مقاطع مركب از حالت ساده اوليه، وصل كردن دهانه‌هاي ساده به هم است بطوريكه تحت سربار وارده آنها مثل يك سازه يكسره عمل كنند. دو دهانه ساده از اين دست در شكل ۱۰-۲۵ آمده است كه وزن خود و وزن بتن دال را تحمل مي‌كنند. دال از روي تكيه‌گاه ادامه مى‌يابد و طوري آرماتور بندي شده است كه در مقابل تنشهاي كششي حاصل از عملكرد يكسره سازه در بارهاي وارده مقاومت كند. طراحي اين قسمت

از عضو يكسره بايد مشابه يك عضو بتن آرمه انجام گيرد. عملكرد مركب سازه شكل ۱۰-۲۵ تحت بارهاي وارده باعث ايجاد تنش كششي در بالاي تير پش تنيده مجاور تكيه‌گاه مي‌شود. تنشها (در اين منطقه) بايد به مقادير جدول ۵-۳ محدود شوند. براي تعيين مقاومت نهايي اعضاي يكسره مثل شكل ۱۰-۲۵ مقاطع تکیه‌گاهی بايد مانند مقاطع اعضاي بتن آرمه در نظر گرفته شوند. در مناطق خیلی نزدیک به تکیه گاه ممکن است از پيش فشردگي در بتن در طول انتقال تاندون صرف نظر شود.

يك مبحث ديگر در استفاده از مقاطع مركب يكسره، ايجاد لنگرهاي خمشي ثانويه در تكيه‌گاه ناشي از خزش و جمع‌شدگي دهانه هاي مجاور است. اثر بلند مدت خزش ناشي از پيشتنيدگي يك خيز رو به بالا در دهانه‌ها ايجاد مي کند که سبب ايجاد یک لنگر خمشي مثبت در تكيه‌گاه مي گردد. تفاوت جمع شدگي بين دال و تير و خزش دراز مدت ناشي‌از بارهاي قائم روي دهانه، يك خيز رو به پايين در دهانه‌ها و یک لنگر خمشي منفی در تكيه‌گاهها ايجاد مي‌كند.

مجموع اثرات معمولاً معادل لنگر خمشي مثبتی است که در تکیه گاه نیاز به آرماتور اضافي در زير تكيه‌گاه (شكل ۱۰-۲۵) دارد.



شكل ۱۰-۲۵ پیوستگی دو دهانه مجاور

۱۰-۹ طراحي اعضاي مركب

همان فرضهايي كه در طراحي اعضاي بتن پيشتنيده در فصل ۹ بعمل آمد را مي‌توان براي مقطع مركب با بتن دال درجا بكار برد. اما در اين جا در حالت كلي ۷ نامعادله وجود دارد. زيرا تنشهاي ناشي از بار مرده ناشی از وزن تير و دال و نيز تنشهاي حاصل در بتن درجا بايد منظور شود. معمولاً دو تا از هفت نامعادله براي تعيين نيروي پيشتنيدگي و خروج از مركزيت بحراني هستند كه عبارتند از نامعادله مربوط به تنش در تار بالايي در حالت انتقال و تنش در تار پاييني تحت بار سرويس.

حداقل اندازه مقطع مرکب براساس شرایط تنش در تار پاييني بدست مي‌آيد. وقتي تير بار وزن خود را مي‌برد نامعادله‌اي مشابه ۹-۲ (الف) را مي‌توان نوشت:

$$\frac{\alpha P_i}{A_{c,beam}} + \frac{\alpha P_i e}{Z_{b,beam}} - \frac{M_i}{Z_{b,beam}} \le f'_{max} \qquad (۱۰\text{-}۳)$$

که در آن $A_{c,beam}$ و $Z_{b,beam}$ خصوصيات مقطع تير هستند و وقتي همه بار سرويس عمل مي كند اثر لنگر خمشي $(M_S - M_d)$ با استفاده از خصوصيات مقطع مرکب بدست مي‌آيد:

$$\frac{\beta P_i}{A_{c,beam}} + \frac{\beta P_i e}{Z_{b,beam}} - \frac{M_d}{Z_{b,beam}} - \frac{(M_s - M_d)}{Z_{b,comp}} \ge f_{min} \qquad (۱۰\text{-}٤)$$

که در آن $Z_{b,comp}$ مدول مقطع مرکب نسبت به تار پاييني است. از ترکيب نامعادله‌هاي۱۰-۳ و ۱۰-٤ داريم:

$$Z_{b,comp} \ge \frac{\alpha(M_s - M_d)}{(\beta f'_{max} - \alpha f_{min}) + (1/Z_{b,beam})\,(\beta M_i - \alpha M_d)} \qquad (۱۰\text{-}۵)$$

حدود نيروي پيش تنيدگي لازم بر اساس یک خروج از مرکزيت انتخابی از معادله زير بدست مي‌آيد:

$$P_i \ge \frac{(Z_{t,beam} f'_{min} - M_i)}{\alpha[(Z_{t,beam}/A_{c,beam}) - e]} \qquad (۱۰\text{-}٦\text{-الف})$$

که از کنترل تنش مینیمم در هنگام انتقال بدست می آید و

$$P_i \ge Z_{b,beam} \frac{\{f_{min} + (M_s/Z_{b,comp}) + M_d[(1/Z_{beam}) - (1/Z_{b,comp})]\}}{\beta[(Z_{b,beam}/A_{c,beam}) + e]} \qquad (۱۰\text{-}٦\text{-ب})$$

که در واقع همان نامعادله (۱۰-٤) است.

توجه کنید که اگر مخرج کسر در نامعادله (۱۰-٦- الف) منفی باشد جهت نامعادله عکس مي شود. وقتي که نيروي پيشتنيدگي انتخاب شد حدود خروج از مرکزيت از روابط زير بدست مي‌آيد:

$$e \le \frac{Z_{t,beam}}{A_{c,beam}} + \frac{1}{\alpha P_i}\left(M_i - Z_{t,beam} f'_{min}\right) \qquad (۱۰\text{-}۷\text{-الف})$$

که بازنويسی نامعادله (۱۰-٦-الف) است و:

$$e \ge \frac{1}{\beta P_i}\left[Z_{b,beam} f_{min} + M_d\left(1 - \frac{Z_{b,beam}}{Z_{b,comp}}\right) + \frac{Z_{b,beam}}{Z_{b,comp}} M_s\right] - \frac{Z_{b,beam}}{A_{c,beam}} \qquad (۱۰\text{-}۷\text{-ب})$$

که بازنويسی نامعادله (۱۰-٦-ب) می باشد.

۱۰-۱۰ مراجع

۱. Bate, S. S. C. and Bennett, E. W. (۱۹۷٦) Design of Prestressed Concrete, Wiley, New York.

۲. Clark, L A. (۱۹۷۸) Concrete Bridge Design to BS٥٤۰۰, Construction Press, London.

۳. Fédération Thternationale de Ia Précontrainte (۱۹۸۲) Shear at the Interface of Precast and in situ Concrete, Slough.

فصل ۱۱- سازه هاي پيشتنيده نامعين

۱-۱۱ مقدمه

همه اعضاي بتن پيش تنيده اي كه تاكنون مورد بحث قرار گرفته اند از لحاظ استاتيكي معين بوده اند. اين مساله نشان دهنده كاربرد اصلي بتن پيش تنيده در ساخت و ساز است، چون متداول ترين نوع كاربرد بتن پيش تنيده بصورت تيرهايي با تكيه گاه ساده مي باشد. با اين وجود بتن پيش تنيده كاربردهاي قابل توجهي نيز در سازه هاي نامعين دارد. بسياري از روش هاي تحليل و طراحي سازه هاي نامعين پيش تنيده مشابه روش هاي مربوط به سازه هاي معين مي باشد كه در فصل هاي قبل مورد بحث قرار گرفته اند. عليرغم اين شباهت دو تفاوت عمده بين سازه هاي معين و نامعين پيش تنيده وجود دارد كه عبارتند از وجود لنگرهاي ثانويه و نيز رفتار در حالت مقاومت نهايي كه در بخش هاي بعد مورد بحث قرار خواهند گرفت.

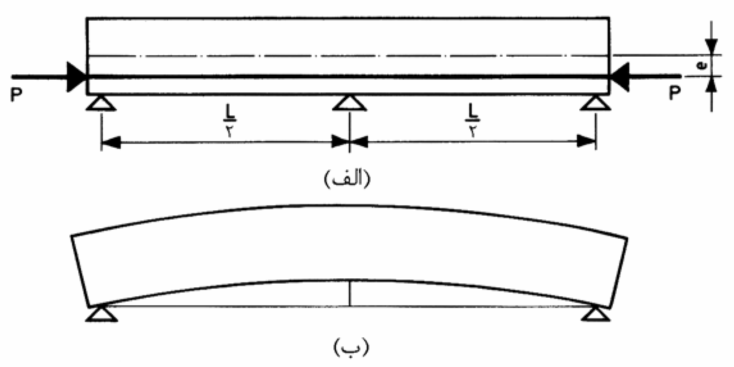
مهم ترين کاربرد سازه هاي نامعين پيش تنيده در پلهاي چند دهانه است که خود يك حيطه تخصصي در زمينه طراحي و ساخت مي باشد و مطرح کردن آن فراتر از محدوده محتويات اين کتاب است. تعدادي از مراجع خوب در اين زمينه در فهرست مراجع موجود در انتهاي همين کتاب معرفي شده اند.
البته در ساختمانها نيز تيرهاي يکسره بتن پيش تنيده بکار گرفته مي شوند، همچنين يکي از موارد استفاده وسيع از اعضاي نامعين پيش تنيده در دالهاي تخت است که طراحي آنها مفصلاً در فصل ١٢ مطرح خواهد شد.

١١-٢ لنگرهاي ثانويه

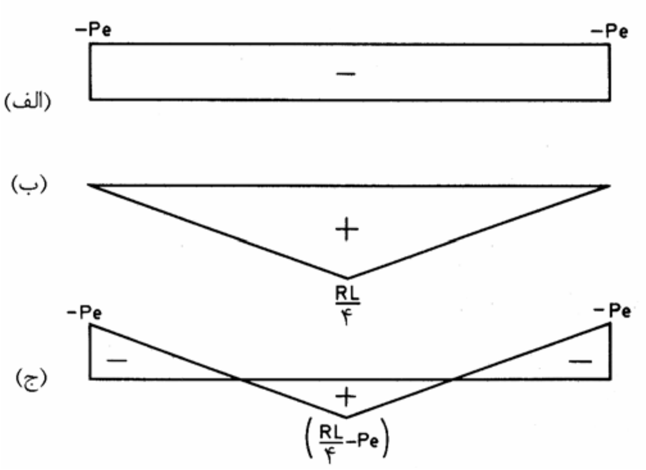
در فصل ١ نشان داده شد که براي يك عضو پيش تنيده معين خط فشار در بتن منطبق بر برآيند نيروي فشاري ناشي از پيش تنيدگي تاندونها است، البته به اين شرط که هيچ نيروي محوري غير از نيروي پيش تنيدگي بر عضو وارد نشود. اين مطلب درمورد اعضاي نامعين پيش تنيده صادق نمي باشد که دليل آن توضيح داده خواهد شد: لنگر پيش تنيدگي در يك عضو معين در هر مقطع برابر P.e است که با نام لنگر اصلي پيش تنيدگي شناخته مي شود ولي در اعضاي نامعين لنگرهاي ثانويه[1] يا پارازيت[2] نيز ممکن است بر سازه وارد شوند. در اين حالت حتي اگر هيچ باري نيز بر سازه وارد نشود عکس العمل هاي تکيه گاهي و نيروهاي برشي وجود خواهند داشت. وجود اين لنگرهاي ثانويه موجب پيچيده تر شدن تحليل و طراحي سازه هاي نامعين پيش تنيده مي شود، با اين وجود غير از مطالب عنوان شده در اين فصل تقريباً در همه زمينه هاي ديگر تحليل و طراحي، روشهاي ذکر شده مربوط به سازه هاي معين در فصلهاي قبلي معتبر مي باشند.
براي درك بهتر چگونگي بوجود آمدن لنگرهاي ثانويه، يك تير پيوسته دو دهانه مانند شکل ١١-١ (الف) را در نظر مي گيريم. اين تير تحت نيروي ثابت پيش تنيدگيP وخروج از مرکزيت e است.

---

[1] Secondary Moments
[2] Parasitic Moments



شکل ۱۱-۱ تیر یکسره بتن پیش تنیده

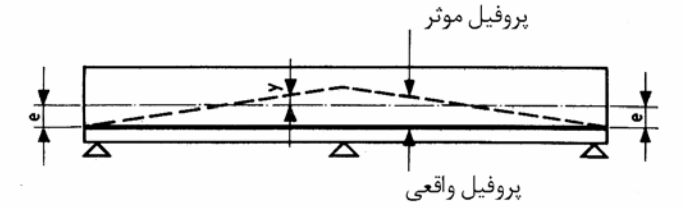


شکل ۱۱-۲ لنگرهاي ثانويه

اگر تکيه گاه وسط از تغيير مکان رو به بالاي تير جلوگيري نمي کرد تغيير مکان نقاط مختلف تير در اثر پيش تنيدگي همانند شکل ۱۱- ۱ (ب) مي شد که در اين صورت تير از نظر استاتيکي معين و لنگر پيش تنيدگي در هر مقطع برابر با لنگر اصلي پيش تنيدگي يعني P.e بود (شکل ۱۱-۲ (الف)). ولي در عمل تير در محل تکيه‌گاه وسط از نظر تغيير مکان محدود است و طبيعتاً براي اعمال محدوديت در اين نقطه، يك عکس العمل رو به پايين R بايد در محل تکيه گاه وجود داشته باشد. نحوه توزيع لنگرهاي ثانويه بوجود آمده در اثر اين عکس‌العمل در شکل ۱۱-۲ (ب) نشان داده شده است، شکل ۱۱- ۲ (ج) نيز نحوه نهايي توزيع لنگرها را در طول تير نشان مي دهد. توجه داشته باشيد که دياگرام لنگر ثانويه بين تکيه گاهها بصورت خطي تغيير مي‌کند؛ چون اين لنگر فقط ناشي از عکس العمل تکيه‌گاهي بوجود آمده در اثر پيش‌تنيدگي سازه‌هاي نامعين مي‌باشد.

لنگر نهايي ناشي از پيش تنيدگي (شامل لنگراصلي و لنگرثانويه) در هرمقطع از شكل ۱۱- ۲ (ج) را مي توان بصورت P.y نمايش داد. در اين صورت y خروج از مركزيت خط فشار در مقطع خواهد بود و مكان هندسي y در طول تير نيز با عنوان "**پروفيل موثر تاندون**" شناخته مي شود. پروفيل موثر از بالا يا پايين كشيدن پروفيل واقعي در محل تكيه گاه هاي داخلي با ثابت نگه داشتن فرم كلي اين پروفيل حاصل مي شود كه در شكل ۱۱-۳ به نمايش در آمده است.

براي طراحي سازه هاي نامعين پس از محاسبه لنگرهاي ثانويه، خروج از مركزيت واقعي e با خروج از مركزيت موثر y جايگزين مي شود. با در نظر گرفتن y به جاي e مي توانيم به سازه نامعين همچون يك سازه معين بنگريم، بنابراين تمام مطالب عنوان شده در فصل ۹ را مي توان براي طراحي سازه هاي نامعين نيز به كار برد.



شكل ۱۱-۳: پروفيل موثر تاندون

■■■

مثال ۱۱- ۱

تير پيوسته ABC داراي دو دهانه ۱۰ متري است و نيروي پيش تنيدگي ۱۵۰۰ kN با خروج از مركزيت ثابت ۳۰۰ mm را نيز تحمل مي كند. نحوه توزيع لنگر ناشي از پيش تنيدگي در طول تير را به دست آوريد.

پاسخ: اگر فرض كنيم كه محدوديت تغيير مكان در تكيه گاه وسط وجود نداشته باشد، تير تحت يك جفت لنگر انتهايي P.e برابر با ۱۵۰۰× ۰/۳=۴۵۰ kN.m خواهد بود.

خيز وسط دهانه يك تير تحت جفت لنگر انتهايي M برابر است با:

$$\delta_M = ML^۲ / ۸EI$$

در اين رابطه EI سختي خمشي ثابت تير و L نيز طول آن مي باشد، بنابراين در مورد اين مثال خواهيم داشت

$$\delta_M = \frac{۴۵۰ \times ۲۰^۲}{۸EI} = \frac{۲۲۵۰۰}{۸EI}$$

تحت يك نيروي رو به پايين R در تكيه گاه وسط، خيز در اين نقطه برابر است با:

$$\delta_M = \frac{R \times L^۳}{۴۸EI} = \frac{R \times ۲۰^۳}{۴۸EI} = \frac{۱۶۶/۷R}{EI}$$

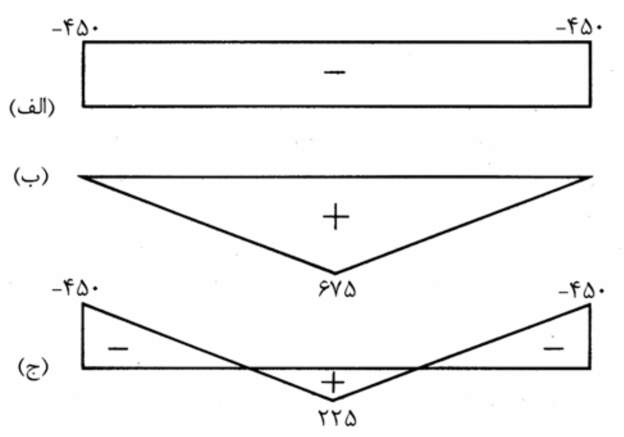
براي سازگاري تغيير مكانها در تكيه گاه وسط اين دو خيز بايد برابر باشند، بنابراين:

$$۲۲۵۰۰/EI = ۱۶۶/۷R/EI \rightarrow R = ۱۳۵ \quad KN$$

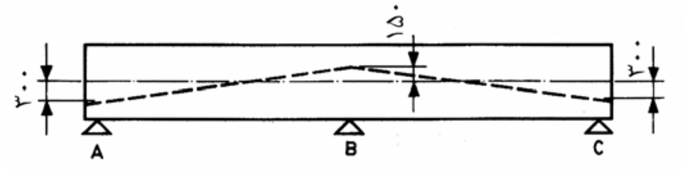
در شكلهاي ۱۱-٤ (الف) تا (ج) به ترتيب نحوه توزيع لنگرهاي اصلي، ثانويه و لنگر نهايي ناشي از پيش تنيدگي در طول تير نشان داده شده اند و پروفيل موثر تاندون نيز در شكل ۱۱- ۵ قابل مشاهده مي باشد.

روش ديگر براي محاسبه لنگرهاي ثانويه اين است كه لنگر اصلي پيش تنيدگي را همانند يك لنگر گسترده اعمال شده خارجي در طول تير در نظر بگيريم. بطور نمونه براي تير مثال قبل با استفاده از روش توزيع لنگر مي‌توانيم لنگرهاي گيرداري هر دهانه را با فرض دهانه هاي ساده تحت لنگرهاي انتهايي M_P و M_F، همانطور كه در شكلهاي ۱۱- ٦ (الف) و (ب) نشان داده شده، بدست آوريم. بنابر تقارن، لنگرهاي گيرداري M_F در دو انتهاي دهانه بايد برابر باشند. همچنين دوران هر دو انتهاي دهانه تحت تركيب M_P و M_F نيز بايد صفر باشد. مقدار اين دوران را مي توان با استفاده از روش كار مجازي محاسبه نمود. در شكل ۱۱-٦ (ج) همان دهانه ساده تحت يك لنگر واحد اعمال شده بر انتهاي سمت چپ آن نشان داده شده است، دوران در اين انتها تحت اثر لنگرهاي M_P و M_F طبق رابطه زير محاسبه مي شود:

$$۱ \times \theta_A = \int_۰^L [M'(MP + MF)/EI]dx$$



شكل ۱۱- ٤ لنگرهاي خمشي و پيش تنيدگي براي تير مثال ۱۱-۱ (kN.m)

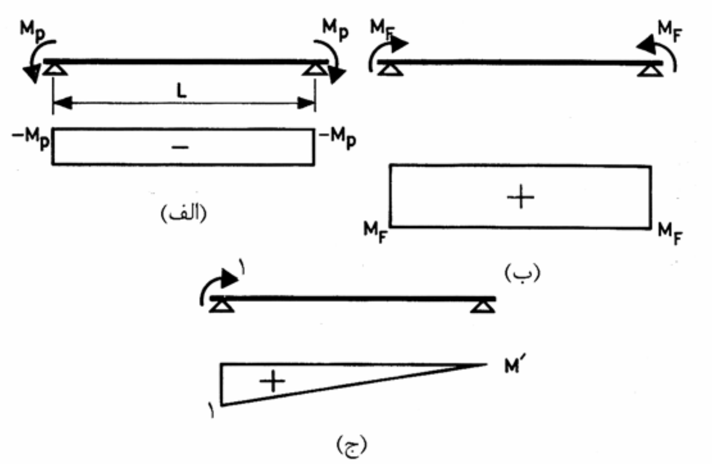


شكل ۱۱- ۵ پروفيل موثر تاندون براي تير مثال ۱۱-۱

بنا بر قاعده سيپسون خواهيم داشت:

$$\theta_A=(L/6EI)\ [(-M_P+M_F)(1)+4(-M_P+M_F)(1/2)] = (-M_P+M_F)L\ /\ 2EI$$

از آنجائي که اين دوران بايد صفر باشد نتيجه مي شود: $M_P = M_F$ در اين مثال M_P =٤٥۰ kN.m و در نتيجه لنگرهاي گيرداري انتهايي نيز ٤٥۰ kN.m خواهند بود. توزيع لنگرها نيز در جدول ۱۱-۱ آورده شده است که بيان مي دارد لنگر ثانويه در تکيه گاه B برابر ٦۷٥ kN.m مي باشد. نحوه توزيع نهايي لنگر پيش‌تنيدگي نيز در شکل ۱۱-٤ (ج) نمايش داده شده است.



شکل ۱۱- ٦: لنگر اوليه به عنوان لنگر بارگذاری

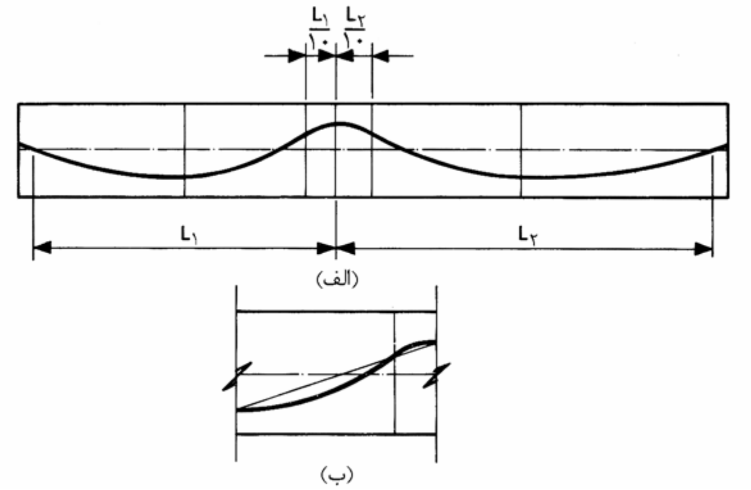
عمليات جدول	A	B		C
	AB	BA	BC	CB
ضرايب پخش		۰/٥	۰/٥	
لنگرهای گيرداری	٤٥۰	-٤٥۰	٤٥۰	-٤٥۰
بالانس و انتقال	-٤٥۰	-۲۲٥	۲۲٥	٤٥۰
لنگر کل	۰	-٦۷٥	٦۷٥	۰

جدول ۱۱-۱ پخش کل

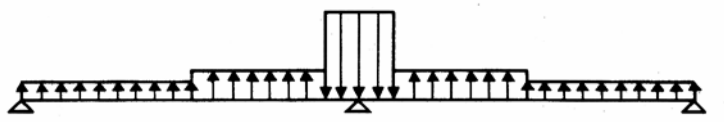
■■■

درمواردي كه پروفيل تاندون شكل پيچيده تري داشته باشد، دياگرام لنگر اصلي پيش تنيدگي نشان داده شده در شكل ۱۱-٦ (الف) از محاسبه مقادير P.e در طول دهانه حاصل مي شود. در حالت كلي لنگرهاي گيرداري مربوط به دو انتهاي دهانه با هم برابر نيستند و نيز شرط گيرداري بايد به هر يك از دو انتها اعمال شود تا بتوان مجهولات مساله را محاسبه نمود.

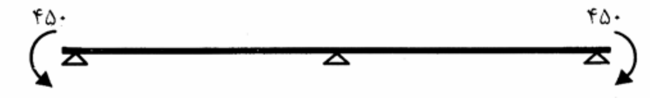
پروفيل مستقيم نشان داده شده در شكل ۱۱-۱ فقط براي تفهيم چگونگي پيدايش لنگرهاي ثانويه مورد استفاده قرار گرفته است، در عمل پروفيل تاندون اعضاي يكسره تحت همان قانون مربوط به اعضاي با دهانه ساده تعيين مي شود. اين قانون بيان مي دارد كه تاندونهاي پيش تنيدگي بايد طوري قرار بگيرند كه بر خلاف هرگونه كشش تحت اثر بار وارده عمل نمايند، در اعضاي يكسره لنگرهاي منفي در تار بالاي عضو ايجاد كشش مي كنند بنابراين خروج از مركزيت تاندونها در تكيه گاه هاي مياني معمولاً بالاي تار خنثي مي باشد. يك نمونه پروفيل براي اعضاي پيوسته در شكل ۱۱-۷ (الف) نشان داده شده و جزئيات هندسه پروفيل در نزديكي تكيه گاه در ابعادي بزرگتر در شكل ۱۱- ۷ (ب) موجود است. نقطه عطف پروفيل معمولاً برابر يك دهم طول دهانه از محل تكيه گاه مي باشد.



شكل ۱۱- ۷: پروفيل كاربردي تاندون



شكل ۱۱- ۸: بارگذاري معادل ناشي از تاندون ها



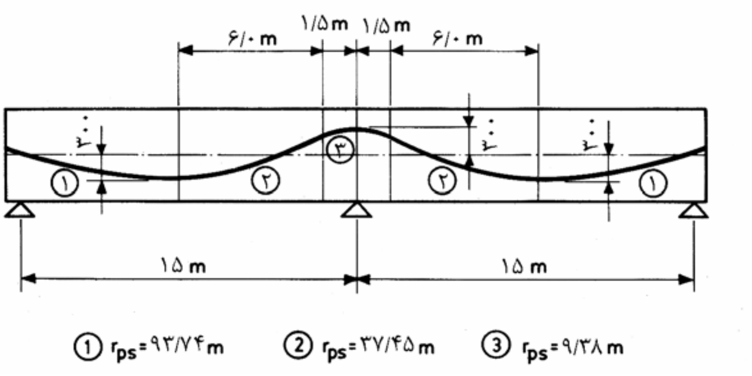
شكل ۱۱- ۹: لنگر هاي وارده براي پروفيل تاندون مستقيم

يك روش مفيد ديگر براي بدست آوردن لنگر نهايي پيش تنيدگي در سازه هاي نامعين، تحليل سازه تحت بار معادل وارد بر بتن توسط تاندونها مي باشد. تاندون هايي با فرم انحنادار و يا شكسته نيروهاي قائمي را بر بتن وارد مي نمايند، از اين رو تحت اثر اين نيروها مي توان لنگر نهايي پيش تنيدگي در سازه را با هر يك از روشهاي معمول تحليل سازه ها بدست آورد. براي نمونه بار معادل پروفيل تاندون شكل ۱۱-۷ (الف) در شكل ۱۱-۸ نمايش داده شده است.

در مورد تاندون مستقيم مثال ۱-۱ هيچ نيروي قائمي بر بتن وارد نمي شود ولي در عوض لنگرهاي انتهايي نشان داده شده در شكل ۱۱-۹ بر سازه اعمال مي شوند. توزيع لنگر در تير تحت اثر اين لنگرهاي انتهايي مطابق جدول ۱۱-۲ و توزيع نهايي لنگر پيش تنيدگي در سازه همانند شكل ۱۱-٤ (ج) مي باشد.

عمليات جدول	A	B		C
	AB	BA	BC	CB
ضرايب پخش		۰/۵	۰/۵	
اعمال لنگر و انتقال	-٤٥٠	-۲۲۵	۲۲۵	٤٥٠
لنگر كل	-٤٥٠	-۲۲۵	۲۲۵	٤٥٠

جدول ۱۱-۲



شكل ۱۱- ۱۰

■■■

مثال ۱۱-۲

براي تير نشان داده شده در شكل ۱۱-۱۰ نحوه توزيع لنگرهاي پيش تنيدگي را اگر نيروي تاندون برابر ۱۰۰۰ kN باشد تعيين كنيد.

پاسخ: بار يكنواخت معادل وارد بر بتن طبق رابطه روبرو محاسبه مي شود: $w = p/r_{ps}$

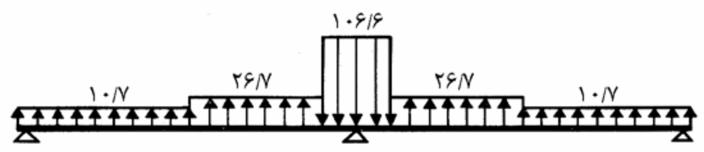
بنابراين:

$w_۱$ = ۱۰۰۰/۹۳/۷۴ =۱۰/۷ kN/m

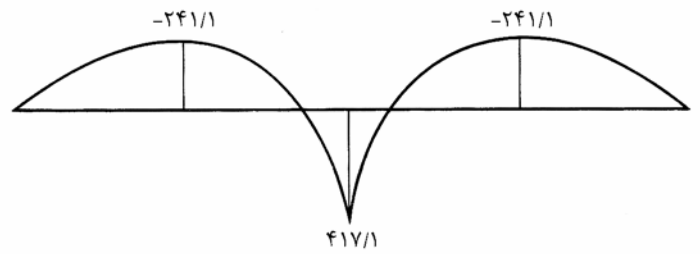
$w_۲$ = ۱۰۰۰/۳۷/۴۵ =۲۶/۷ kN/m

$w_۳$ ۱۰۰۰/۹/۳۸ =۱۰۶/۶ kN/m

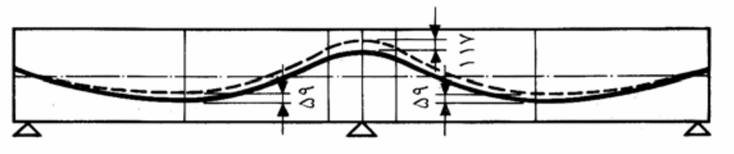
حالا مي توان تير را تحت بارگذاري نشان داده شده در شكل ۱۱-۱۱ تحليل نمود.



شكل ۱۱- ۱۱: بارگذاري معادل براي تير مثال ۱۱-۲ (kN/m)



شکل ۱۱- ۱۲: لنگرهاي پيش تنيدگي براي تير مثال ۱۱-۲ (kN.m)



شکل ۱۱- ۱۳: پروفيل موثر تاندون براي تير مثال ۱۱-۲

نحوه توزيع لنگر نهايي پيش تنيدگي در شکل ۱۱-۱۲ و پروفيل موثر تاندون نيز در شکل ۱۱-۱۳ نمايش داده شده اند. توجه داشته باشيد که مجدداً پروفيل موثر تاندون از بالا يا پايين کشيدن پروفيل واقعي در محل تکيه گاه ها با ثابت نگه داشتن شکل تاندون در فاصله بين تکيه گاه ها حاصل شده است.

■■■

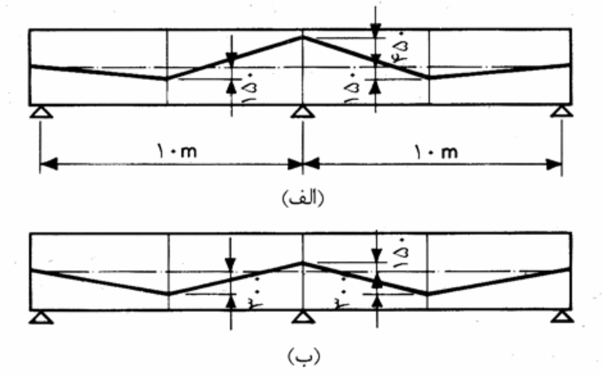
پروفيل نشان داده شده در مثال ۱۱-۲ موجب پيدايش يك بار يکنواخت معادل مي شود، ولي اگر تغيير ناگهاني در انحناي پروفيل وجود داشته باشد همانطور که در فصل ۱ نشان داده شد بار معادل وارد بر بتن بصورت متمرکز خواهد بود.

پس از تعيين لنگرهاي ثانويه، تنش ها در حالت حدي بهره برداری از افزودن لنگر نهايي پيش تنيدگي به لنگر خمشي ناشی از بارگذاري بدست خواهند آمد. براي تحليل سازه تحت بارهاي وارده، در مورد اکثر سازه ها در نظر گرفتن حالات بارگذاري زير کافي خواهد بود: ۱- تمام دهانه ها تحت بار سرويس کامل. ۲- دهانه هاي مجاور يکي در ميان تحت بار سرويس کامل و بقيه دهانه ها فقط تحت بار مرده.

در سازه هاي قابي شکل، کوتاه شدگي محوري تيرها در اثر پيش تنيدگي، عکس العمل هاي افقي در سازه ايجاد مي کند و موجب پيدايش لنگرهايي مي شود که با نام لنگرهاي درجه سوم پيش تنيدگي شناخته مي‌شوند. اين لنگرها نيز بايد علاوه بر لنگرهاي اصلي و ثانويه مورد توجه قرار بگيرند.

١١-٣ تبديل خطي و همخوانى

در فصل قبل نشان داده شد كه **خط فشار**[١] را مي توان از بالا يا پايين كشيدن پروفيل واقعي تاندون در محل تكيه گاه هاي داخلي همراه با ثابت نگه داشتن شكل اصلي تاندون در طول عضو بدست آورد. اين يك نمونه از تبديل خطي مي باشد، چون ميزان بالا يا پايين كشيده شدن تاندون در هر نقطه متناسب با فاصله آن نقطه از محل تكيه گاه داخلي كه تاندون در آنجا تغيير مكان يافته است مي باشد.
با مشاهده تير نشان داده شده در شكلهاي ١١-١٤ (الف) و (ب) در مي يابيم كه پروفيل موجود در شكل ١١-١٤ (ب) از تبديل خطى پروفيل شكل ١١-١٤ (الف) حاصل شده است. در شكلهاي ١١- ١٥ (الف) و (ب) بارهاي معادل وارد بر بتن براي هر دو حالت نشان داده شده اند كه مشاهده مي شود بارهاي معادل در داخل دهانه ها يكسان هستند ولي بعلت اختلاف شيب تاندون ها در تكيه گاه ها، بارهاي قائم متفاوتي در محل تكيه گاه ها بر بتن وارد مي شود. چون بارهاي وارده در داخل دهانه ها يكي هستند توزيع نهايي لنگر پيش تنيدگي نيز براي دوحالت يكسان است، اگرچه لنگرهاي اصلي و لنگرهاي ثانويه و نيز عكس العمل هاي تكيه گاهي در هر مورد متفاوت مي باشند. بخاطر همسان بودن توزيع نهايي لنگر پيش تنيدگي، خط فشار نيز براي هر دو حالت يكي خواهد بود.



شكل ١١- ١٤: تغيير شكل خطي

---

[١] Line of pressure

در شكل ١١-١٤ بخاطر ساده سازي، پروفيل تاندون داراي يك تغيير انحناي ناگهاني در تكيه گاه وسط است ولي در عمل پروفيل تاندون غالباً همانند شكل ١١-٧ مي باشد. در مورد اين پروفيل يك تبديل خطي محل نقطه عطف را به ميزان جزئي جابجا كرده و در نتيجه بارهاي معادل داخل دهانه را تغيير مي دهد. تبديل خطي چنين پروفيلي در تئوري موجب تغيير در توزيع نهايي لنگر پيش تنيدگي مي شود ولي در عمل اين تغيير بسيار جزئي است و معمولاً از آن صرف نظر مي شود.

با توجه به مطالب بالا اكنون مي توانيم به يك قاعده كلي دست پيدا كنيم بدين صورت كه اگر پروفيلي تحت تبديل خطي قرار بگيرد، خط فشار در بتن ثابت باقي مي ماند. از اين خاصيت مي توان براي اصلاح پروفيل تاندون هنگامي كه حدود تعيين شده براي مسير كابل از معادلات ٩-٦ (الف) تا (د) كاربردي و قابل حصول نباشند استفاده نمود بدين ترتيب كه ابتدا پروفيل را داخل محدوده مجاز تئوريك كابل انتخاب مي كنيم و سپس با يك تبديل خطي آن را به پروفيلي كه بيشتر كاربردي باشد تغيير مي دهيم.

اگر خروج از مركزيت پروفيل مستقيم نشان داده شده در شكل ١١-١ (الف) به تدريج كاهش داده شود، تغيير مكان آزاد رو به بالاي عضو در محل تكيه گاه وسط كاهش خواهد يافت. در نتيجه مقدار عكس العمل لازم براي در تماس نگاه داشتن تير و تكيه گاه نيز كم خواهد شد كه كاهش لنگرهاي ثانويه را به همراه خواهد داشت. در حالت حدي كه خروج از مركزيت برابر صفر مي شود عكس العمل تكيه گاه وسط و لنگرهاي ثانويه نيز برابر صفر خواهند شد، در نتيجه لنگر نهايي پيش تنيدگي در هر مقطع برابر با لنگر اصلي پيش تنيدگي يعني P.e و خط فشار در همه جا بر پروفيل تاندون منطبق خواهد بود.

هر پروفيلي كه داراي چنين خصوصيتي باشد با نام "**پروفيل همخوان**[1]" شناخته مي شود، بنابراين تمام پروفيل ها در سازه هاي معين همخوان هستند ولي اكثر پروفيل ها در سازه هاي نامعين ناهمخوان مي باشند. براي هر عضو دلخواه تعداد بي شماري پروفيل مختلف وجود دارد كه همخوان باشند.

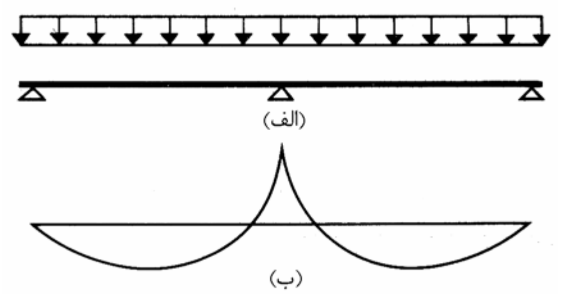
براي طراحي يك عضو پيش تنيده نامعين لزومي ندارد كه پروفيل انتخابي همخوان باشد، اگرچه همخواني موجب ساده شدن محاسبات مي شود ولي در عمل پروفيل هاي همخوان اقتصادي ترين پروفيل ها نيستند. با اين وجود در طراحي غالباً آغاز كار با يك پروفيل همخوان و سپس تصحيح آن در صورت لزوم مي تواند مفيد باشد.

---

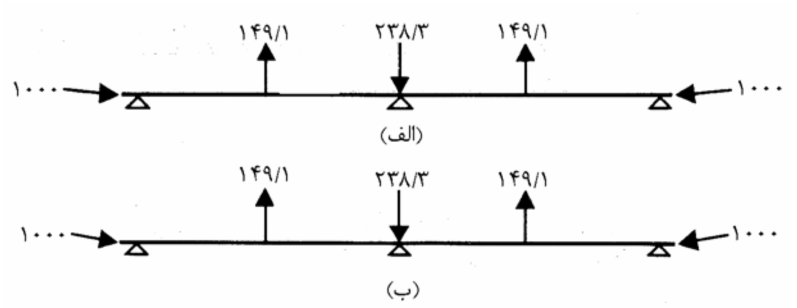
[1] Concordant profile

حال تير پيوسته شكل ١١-١٦ (الف) را تحت بار يكنواخت در كل طول آن در نظر مي گيريم. دياگرام لنگر خمشي ناشي از بارگذاري در شكل ١١-١٦ (ب) نشان داده شده است. اگر پروفيل تاندون در طول تير شكلي همانند دياگرام لنگر خمشي شكل ١١-١٦ (ب) داشته باشد، بار معادل ناشي از تاندون نيز فرمي همانند شكل ١١-١٦ (الف) خواهد داشت چون هر توزيع لنگر خمشي الاستيك در يك سازه فقط با يك توزيع بار متناظر است. بنابراين نحوه توزيع لنگر پيش تنيدگي در عضو مانند شكل ١١-١٦ (ب) خواهد بود. از آنجايي كه توزيع لنگرهاي پيش تنيدگي متناظر با تغيير مكان قائم صفر در تكيه گاه وسط است، پروفيل تاندون يك پروفيل همخوان مي باشد.

از اين مثال يك قاعده كلي در مورد پروفيل هاي همخوان را مي توان نتيجه گرفت بدين صورت كه شكل دياگرام لنگر خمشي مربوط به هر نوع بارگذاري روي سازه يك پروفيل همخوان به ما ارائه می کند.



شكل ١١- ١٦: تير يكسره با بار يكنواخت



شكل ١١- ١٥ بارگذاری معادل برای تبدیل خطی (kN)

■■■

مثال ۱۱-۳

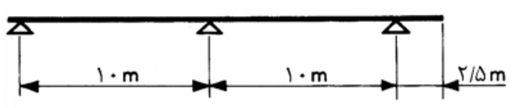
براي تير نشان داده شده در شکل ۱۱-۱۷ با نيروي پيش‌تنيدگي ۵۰۰kN، يك پروفيل همخوان معرفي نماييد.

پاسخ:

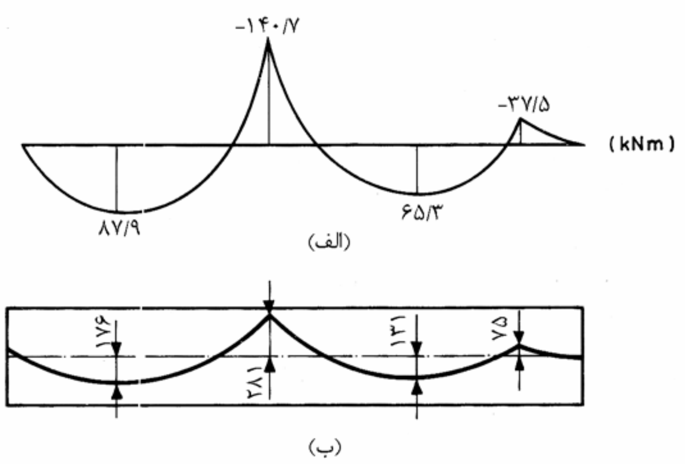
براي پيدا کردن پروفيل همخوان از يك بارگذاري يکنواخت به ميزان ۱۲ kN/m استفاده مي کنيم. دياگرام لنگر خمشي مربوط به اين بارگذاري در شکل ۱۱-۱۸ (الف) نشان داده شده است. پروفيل همخوان از تقسيم کردن مختصات دياگرام لنگر خمشي شکل ۱۱-۱۸ (الف) بر نيروي پيش تنيدگي حاصل مي شود که در شکل ۱۱-۱۸ (ب) نشان داده شده است.

اين پروفيل تنها يکي از چندين پروفيل همخوان ممکن براي اين سازه مي باشد، چون هر تبديل خطي اين پروفيل تغييري در مکان خط فشار در بتن ايجاد نمي کند و بنابراين خود يك پروفيل همخوان است. اگر پروفيل انتخابي يك تبديل خطي پروفيل شکل ۱۱-۱۸ (ب) باشد، لنگرهاي ثانويه برابر صفر مي شوند و فرآيند طراحي همانند طراحي سازه هاي معين خواهد بود.

■■■



شکل ۱۱- ۱۷

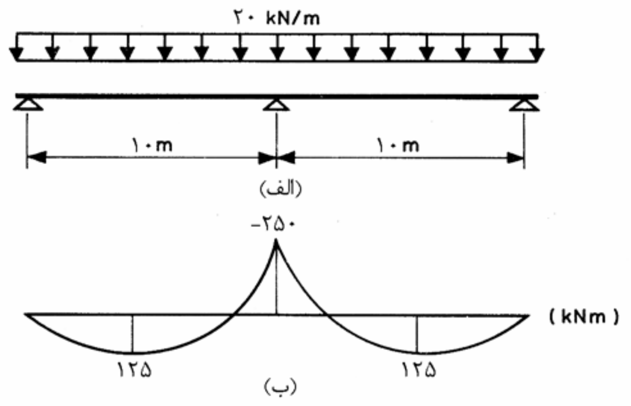


شکل ۱۱- ۱۸: پروفيل همخوان براي تير مثال ۱۱-۳

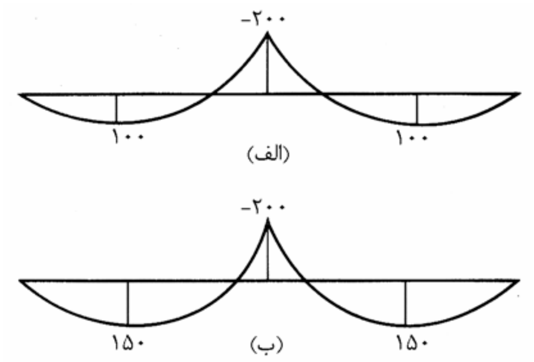
روش بالا براي يافتن يك پروفيل همخوان فقط در صورتي معتبر است كه نيروي پيش تنيدگي در طول عضو ثابت باشد. در عمل نيروي پيش تنيدگي در طول عضو متغير است و پروفيل همخوان بايد از تقسيم كردن مختصات دياگرام لنگر خمشي شكل ۱۱-۱۸ (الف) در هر مقطع بر نيروي پيش تنيدگي موثر همان مقطع بدست بيايد.

۱۱-٤ رفتار در حالت مقاومت نهايي

تحليل اعضاي بتني در حالت حدي نهايي كه در فصل ٥ به آن اشاره شد فقط براي سازه هاي معين معتبر است، چون در اين سازه ها وقتي لنگر محرك در هر مقطعي برابر لنگر مقاوم نهايي آن مقطع شود يك مكانيسم شكل خواهد گرفت و سازه ديگر بار بيشتري را تحمل نخواهدكرد.
در مورد سازه هاي نامعين شرايط بدين گونه نيست چون با زياد شدن بار وارده و رسيدن لنگر محرك به لنگر مقاوم نهايي در يك مقطع از سازه مكانيسم تشكيل نخواهد شد. اگر فرض كنيم در نقطه اي مفصل پلاستيك تشكيل شود و عضو اجازه دوران در اين نقطه را داشته باشد سازه باز هم مي تواند بار بيشتري را تحمل كند، چون اين بار اضافه در مناطقي كه بار كمتري را تحمل مي كنند "باز توزيع" مي شود و اين فرآيند تا وقتي كه تعداد مفاصل پلاستيك لازم براي تشكيل يك مكانيسم بوجود آيند ادامه خواهد داشت. روش شرح داده شده در بالا براي تحليل پلاستيك سازه هاي بتني پيش تنيده در مورد سازه هاي فولادي، چوبي و بتن مسلح نيز كاربرد دارد. تاريخچه كلي و جزئيات تئوريك در اين زمينه در مراجع مختلف Coates، Coutie & Kong (۱۹۸۰) و ديگر مراجع موجود مي باشد. روش هاي تفصيلي تحليل پلاستيك نيز براي سازه هاي بتن پيش تنيده قابل كاربرد هستند، البته با توجه به اين مطلب كه محدوديت هاي مهمي در آيين نامه BS ۸۱۱۰ در مورد ميزان دوران مفاصل پلاستيك اعمال شده است.



شكل ۱۱- ۱۹



شكل ۱۱- ۲۰ توزيع لنگر خمشي

حال تير پيوسته شكل ۱۱-۱۹ (الف) را در نظر مي گيريم كه تحت بار نهايي يكنواخت به ميزان ۲۰ kN/m قرار دارد. با تحليل خطي سازه به توزيع لنگر خمشي نشان داده شده در شكل ۱۱-۱۹ (ب) مي رسيم، ولي اگر لنگر مقاوم نهايي تير در محل تكيه گاه وسط برابر ۲۰۰ kN.m باشد ديگر توزيع لنگر خمشي موجود در شكل ۱۱-۱۹ (ب) صحيح نخواهد بود. تحت بار ۱٦ kN/m دياگرام لنگر خمشي بصورت شكل ۱۱-۲۰ (الف) مي‌باشد، با افزايش بار وارده از ۱٦ به ۲۰ مقدار لنگر خمشي در تكيه گاه وسط همان ۲۰۰ kN.m باقي خواهد ماند چون يك مفصل پلاستيك در اين نقطه شكل گرفته است. در نتيجه براي برقـراري تعـادل، دياگرام لنگر خمشي به صورت شكل ۱۱-۲۰ (ب) در خواهد آمد. مقايسه اين دياگرام با دياگرام شكل ۱۱-۱۹ (ب) نشان مي دهد كه ۲۰% از لنگر خمشي الاستيك ۲۵۰ kN.m باز توزيع شده است تا عدد ۲۰۰ kN.m موجود در شكل ۱۱-۲۰ (ب) حاصل شود. در نتيجه اين باز توزيع، لنگر مقاوم نهايي لازم براي مقاطع وسط دهانه ۲۵ kN.m افزايش يافته و به عدد ۱۵۰ kN.m رسيده است.

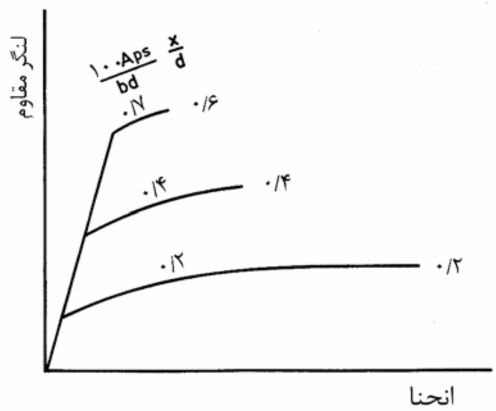
باز توزيع لنگر ممكن است براي مقاطع وسط دهانه نيز رخ دهد، در چنين حالتي اين لنگر مقاوم در تكيه‌گاه‌ها است كه بايد افزايش يابد تا تعادل برقرار شود.

۲۰% باز توزيع نشان داده شده در مثال بالا حداكثر ميزان باز توزيعي است كه در مقاطع پيش تنيده در آيين نامه BS ۸۱۱۰ مجاز شمرده شده است، با اين وجود در عمل ميزان واقعي باز توزيع مجاز براي يك مقطع ممكن است از اين عدد نيز كوچكتر باشد. اين محدوديت به خاطر اين است كه قابليت يك عضو بتني پيش تنيده براي تحمل مقدار دوران لازم در محل مفصل پلاستيك بستگي به موقعيت تار خنثي در مقطع دارد.

منحني هاي لنگر- انحنا براي يك مقطع مستطيلي پيش تنيده با مقادير متفاوت فولاد پيش تنيدگي در شكل ۱۱-۲۱ نمايش داده شده اند، اين منحني ها متناظر با موقعيت هاي متفاوت تار خنثي هنگامي كه عضو لنگري برابر با لنگر مقاوم نهايي خود را تحمل مي كند هستند. مقاطعي كه موقعيت تار خنثي در آنها بالاتر باشد پس از تشكيل مفصل پلاستيك دوران بيشتري را نسبت به مقاطعي كه موقعيت تار خنثي در آنها پايين تر است تحمل مي نمايند.

ميزان باز توزيع مجاز لنگر خمشي در آيين نامه BS ۸۱۱۰ مستقيماً بوسيله رابطه زير به موقعيت تار خنثي در مقطع مربوط مي شود:

$$x \leq (\beta_b - ۰/۵)d \qquad (۱-۱۱)$$



شكل۱۱-۲۱: رابطه بين لنگرخمشي و انحنا

در اين رابطه d فاصله تار فشاري تا مركز ثقل فولادي هاي پيش تنيدگي و β_b نسبت لنگر خمشي نهايي پس از باز توزيع به لنگر خمشي نهايي قبل از باز توزيع مي باشد. بنابراين براي حداكثر ميزان باز توزيع يعني ٢٠%، x بايد كوچكتر از ٠/٣d باشد. در مورد اكثر مقاطع اين به معناي مقطع با فولاد كم و رفتار شكل پذير مقطع مي باشد كه دقيقاً همان رفتاري است كه براي وقوع باز توزيع لنگر خمشي مورد نياز مي باشد.

براي محاسبه نحوه توزيع لنگر الاستيك در سازه تركيب بارهاي زير بايد در نظر گرفته شوند:

١- تمام دهانه ها تحت بار (١/٤D+١/٦L).

٢- دهانه هاي مجاور يكي در ميان تحت بار(١/٤D+١/٦L) و بقيه دهانه ها تحت بار (D).

بنابر تئوري پلاستيك، مقاومت نهايي يك سازه بتني پيش تنيده مستقل از هرگونه لنگر ثانويه ايجاد شده مي باشد. با اين وجود براي تعيين حد عمق تار خنثي در يك مقطع از رابطه ١١-١، لنگر خمشي نهايي قبل از باز توزيع بايد در بر گيرنده لنگرهاي ثانويه موجود باشد. مقدار γ_f براي اين لنگرها برابر ١ منظور مي شود.

■■■

مثال ١١-٤

تير دو دهانه پيوسته شكل ١١-٢٢ داراي تاندونهايي با سطح مقطع A_{ps}=١٦٠ mm^2 و نيروي موثر پيش تنيدگي برابر با ١٨٠ kN مي باشد. حداكثر بار يكنواخت نهايي شامل وزن تير را كه اين عضو مي تواند تحمل كند با فرض f_{cu}=٤٠ N/mm^2 و f_{pu}=١٨٥٠ N/mm^2 محاسبه نماييد.

پاسخ: در مقطع تكيه گاه وسط داريم:

$$١٠٠\ A_{ps} / bd=(١٠٠×١٦٠)/(٢٠٠×٣٢٥)=٠/٢٥$$

$$١٠٠\ f_{pe} / f_{pu}=(١٠٠×١٨٠×١٠^٣)/(١٦٠×١٨٥٠)=٦٠/٨$$

از نمودار طراحي شكل (٥-١٨) خواهيم داشت: M_u / bd^2 = ٣/٥

$$M_u = ٣/٥×٢٠٠×٣٢٥^٢×١٠^{-٦} = ٧٣/٩\ kN.m$$

همچنين با كمك درونيابي از شكل ٥-١٨ مقدار x تقريباً برابر٠/٢٦d مي باشد. بنابراين حداكثر مقدار β_b مجاز در مقطع تكيه گاه برابر است با:

$$٠/٢٦ = \beta_b - ٠/٥ \rightarrow \beta_b = ٠/٧٦$$

تحت بار يكنواخت w روي كل تير، حداكثر لنگر الاستيك در تكيه گاه برابر $wL^2/٨$ يا ١٨w است. مي توان نشان داد كه لنگر ثانويه مثبتي برابر ٩ kN.m نيز موجود مي‌باشد. بنابراين بدون باز توزيع w برابر ٤/٦ kN/m خواهد بود.

زیرا

$$-۱۸w + ۹ = -۷۳/۹ \rightarrow w = ٤/٦۱ \text{ kN/m}$$

اگر ۷٦% باز توزیع لنگر مجاز باشد آنگاه:

$$۰/۷٦ (-۱۸w + ۹) = -۷۳/۹ \rightarrow w = ٥/۹ \text{ kN/m}$$

براي لنگر خمشي در مقطع تکیه گاه برابر ۷۳/۹ kN.m، لنگر متناظر وسط دهانه تحت این بار یکنواخت برابر ٦۹/۳ kN.m خواهد شد. در مقطع وسط دهانه داریم:

$$۱۰۰ A_{ps} / bd=(۱۰۰\times۱٦۰)/(۲۰۰\times۳۰۰)=۰/۲۷$$

$$۱۰۰ f_{pe} / f_{pu}= ٦۰/۸$$

از نمودار شکل ٥-۱۸ خواهیم داشت:

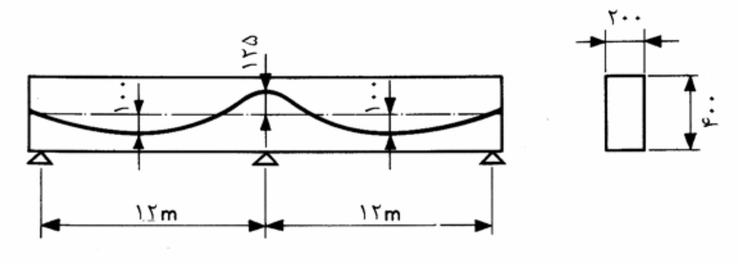
$$M_u=۳/۸\times۲۰۰\times۳۰۰^{۲}\times۱۰^{-٦}=٦۸/٤ \quad \text{KN.m}$$

بنابراین لنگر مقاوم نهایي در وسط دهانه کافي نمي باشد و مقدار کمي آماتور (غیر پیش تنیده) مورد نیاز است تا تیر بتواند بار یکنواخت نهایي ٥/۹ kN.m را تحمل کند.

اما آیین نامه BS ۸۱۱۰ حداکثر کاهش مجاز لنگر را ٪۲۰ توصیه می کند، لذا با $\beta = ۰/۸۰$ داریم

$$۰/۸ (-۱۸w +۹) = -۷۳/۹ \rightarrow w = ٥/٦۳ \text{ kN/m}$$

بازای این بار با لنگر تکیه گاهی ۷۳/۹ kN.m، لنگر وسط دهانه برابر ٦٤/٤ kN.m می گردد که بوسیله مقطع قابل حمل خواهد بود. لذا بار نهایی قابل حمل توسط تیر ٥/٦۳ kN/m می باشد.



شکل ۱۱-۲۲

۱۱-٥ مرجع

۱. Coates, R.C., Coutie, M.G. and Kong, F.K. (۱۹۸۰) Structural Analysis, Nelson, Walton-on-Thames

فصل ۱۲- دالهای تخت پیش تنیده

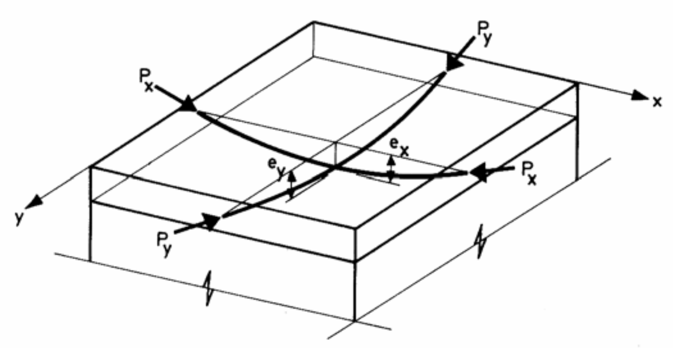
۱۲-۱ مقدمه

کاربرد بتن پیش کشیده در ساختن دالهای تخت از کشور آمریکا شروع شد و هم اکنون هم به طور گسترده‌ای در استرلیا، اروپا و شرق دور استفاده می‌شود. اگر چه استفاده از دالهای تخت بتن پیش تنیده تا همین اواخر در انگلستان غیرمتداول بود، مزایای اقتصادی آن، هم اکنون بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در ایران نیز در سالهای اخیر این نوع دالها مورد استفاده قرار گرفته اند. در بیشتر موارد دالهای با ضخامت یکنواخت و تاندونهای منحنی مورد استفاده قرار می‌گیرند، اما یک روش جدید، استفاده از دالهای با ضخامت متغیر و تاندونهای مستقیم است. در اطراف ستونها مقاومت برشی بیشتری از راه افزایش ضخامت دال بصورت کتیبه تأمین می‌شود.

در آیین‌نامه BS۸۱۱۰ هیچ راهنمای طراحی که به دالهای بتن پیش تنیده مربوط باشد وجود ندارد. به همین دلیل طراحی می‌تواند بر پایه توصیه‌هایي که در گزارش فنی انجمن بتن TR۱۷ آمده است انجام شود. بسیاری از عبارات TR۱۷ شبیه عباراتی هستند که در BS۸۱۱۰ وجود دارد و فقط آنهایي که بطور مشخص تفاوت دارند در اینجا بیان شده‌اند.
هر دو نوع تاندونهای چسبیده و نچسبیده در دالهای تخت پیش تنیده به کار می‌روند که در مورد قابلیتهای هر کدام در فصل ۵ بحث شده است. نکته جالب اینجاست که در کشور آمریکا و نیز کشورهای شرق دور، بیشتر از تاندونهای نچسبیده استفاده می‌شود در حالیکه در استرالیا استفاده از تاندونهای چسبیده معمول است. به نظر می‌رسد که این انتخاب به شرایط اقتصادی محلی و فلسفه طراحی بستگی داشته باشد.

۱۲-۲ متعادل کردن (بالانس) بار به صورت دو طرفه

مثال مربوط به دال عرشه یک پل که در فصل ۹ آورده شده است اساساً یک تیر دو سر ساده بسیار عریض می‌باشد. در مقابل یک دال بتنی پیش تنیده که بر روی چهار لبه ساده قرار دارد شرایط کاملاً متفاوتی دارد زیرا در این حالت، سازه از درجه نامعینی بالایی برخوردار است. یک دال مستطیلی در شکل ۱۲-۱ نشان داده شده است که در امتداد هر لبه بر روی دیوارهایی قرار دارد و در هر دو جهت با یک سری تاندونهای سهمی شکل با فواصل مساوی پیش تنیده شده است.
با توجه به پروفیلهای تاندون و نیروهای پیش تنیدگی داده شده در هر امتداد، قاعدتاً دال را باید بتوان بوسیله تئوری ارتجاعی تحلیل کرد تا توزیع تنش در داخل دال بدست آید. البته این یک مسأله پیچیده می‌باشد و یک روش دیگر حل که بر پایه اصل متعادل کردن بار باشد بسیار مناسب به نظر می‌آید. تاندونهای منحنی یک نیروی رو به بالا به دال وارد می‌کنند و با انتخاب مناسب پروفیل تاندون و نیروی پیش تنیدگی هر بار داده شده‌ای را می‌توان متعادل کرد به طوری که در نقاط مختلف دال جابجایی صفر شود.



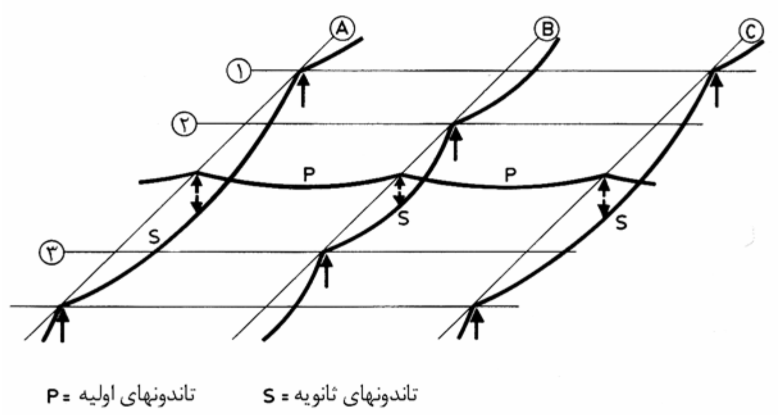
شکل ۱۲-۱ دال بتن پیشتنیده دوطرفه

اگر نیروهای پیش تنیدگی در جهات x و y را به ترتیب P_x و P_y (در واحد عرض) بنامیم و خروج از مرکزیت در وسط دهانه به ترتیب e_x و e_y باشند، آنگاه به دلیل اینکه نیروهای قائم مربوط به تاندونها در هر جهت در نقاط مختلف دال با هم جمع می‌شوند بار گسترده یکنواخت کل رو به بالا که بر دال وارد می‌شود از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$w = 8P_x e_x / L_x^{2} + 8P_y e_y / L_y^{2} \qquad (1\text{-}12)$$

به دلیل اینکه بین تاندونها باید یک فاصله حداقل وجود داشته باشد، توزیع تنش در داخل دال کاملاً یکنواخت نخواهد بود، ولی در عمل می‌توان آن را یکنواخت در نظر گرفت.

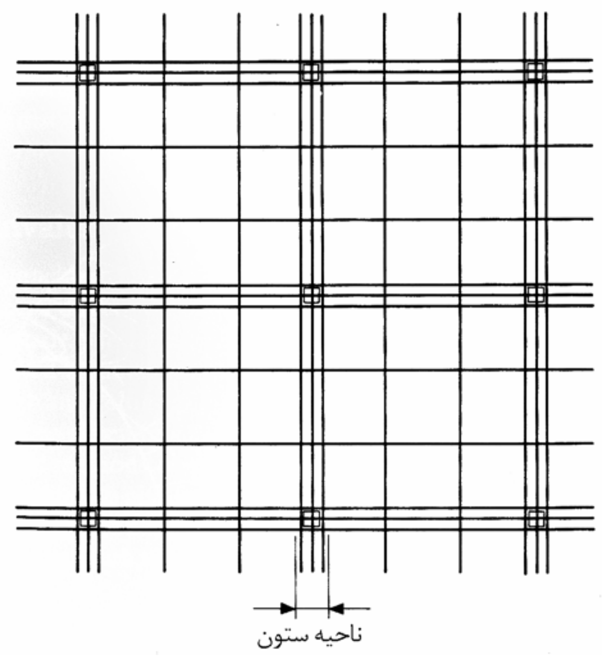
دالهای پیش تنیده بتنی مانند آنچه در شکل ۱۲- ۱ نشان داده شده است، در عمل به ندرت یافت می‌شوند و مدل متداول آن، دال تخت می‌باشد که تکیه‌گاههای آن ستون بوده و دارای تیرهای میانی نیز نمی‌باشد. یک دال تخت پیش تنیده بتنی با ستونهایی که فواصل دلخواهی دارند در شکل ۱۲-۲ نشان داده شده است. سطحی از دال که بین محورهای A، B، ۱ و ۳ قرار گرفته است را در نظر بگیرید. تاندونهای سهمی شکل اولیه (P) بین محورهای A و B قرار گرفته‌اند پروفیل و نیروی پیش تنیدگی آنها به دقت تنظیم شده است تا مؤلفه قائم آن که از طرف تاندون بر دال وارد می‌شود با بارهای وارد بر دال در تعادل باشد. در طول محورهای A و B، یک نیروی رو به پایین بر دال وارد می‌شود که ناشی از انحراف تاندونها در طول این محورهاست. برای دال نشان داده شده در شکل ۱۲- ۱، این نیروهای رو به پایین مستقیماً به دیوارهای تکیه‌گاهی منتقل می‌شوند، اما در یک دال تخت که هیچ تیر یا دیوار تکیه‌گاهی یا وسیله مقاوم دیگری موجود نیست، در نظر گرفتن این نیروها ضروری می‌باشد.



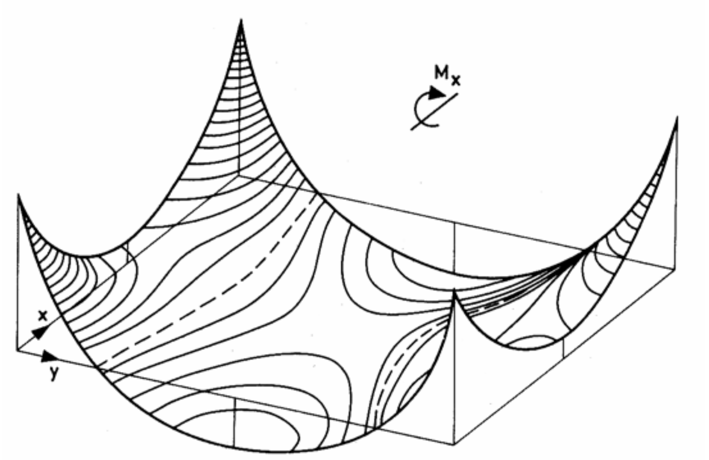
شکل ۱۲-۲: انتقال بار درمسیر تاندونها

نیروهای رو به پایین توسط تاندونهای سهمی شکل ثانویه (S) در طول محورهای A و B، تحمل می‌شوند. نیروهای رو به بالايي که این تاندونهای S ایجاد می‌کنند با نیروهای رو به پایین تاندونهای P خنثی می‌شوند و نیروهای رو به پایین تاندونهای S هم مستقیماً به ستونها منتقل می‌شوند. به این ترتیب نیروی گسترده وارد بر دال توسط سیستم تاندونهای پیش تنیدگی در نهایت به ستونها منتقل می‌شود. در عمل نیرو در تمام تاندونها برابر نیست و یکدیگر را به طور کامل متعادل نمی‌کنند، اما وضعیت واقعی تنش در دال را می‌توان یکنواخت در نظر گرفت.

دال نشان داده شده در شکل ۱۲-۲ در برابر هرگونه سربار اضافی اعمال شده بر آن همانند دالهای تخت بتن آرمه رفتار خواهد کرد و روشهای معمول تحلیل دالهای تخت نیز در این حالت برقرار است. به دلیل اینکه این روشهای تحلیل معمولاً تنها در مورد درصد کمی از کل بار وارده بکار می روند، اندکی تقریب در این روشها مهم نمی‌باشد.



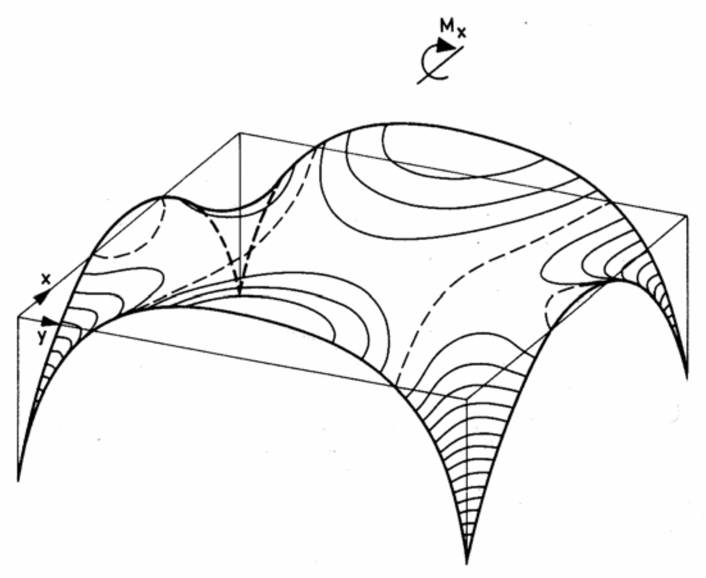
شکل ۱۲-۳: طرز قرار گرفتن تاندونها برای شبکه ستون مربعی



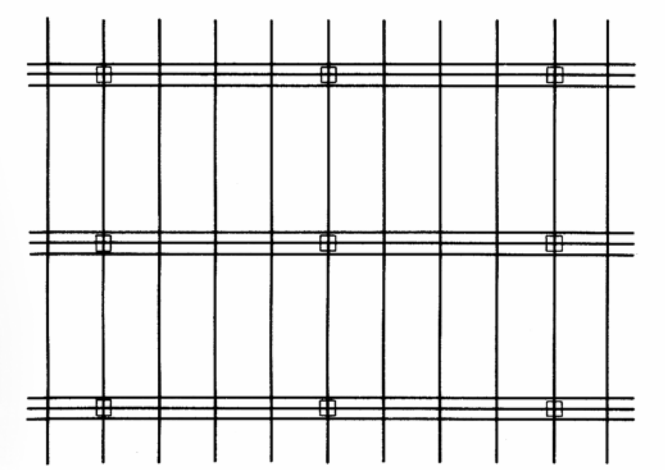
شکل ۱۲-٤: توزیع لنگر خمشی در دال تخت تحت بارهای وارده

در عمل با اعمال انحنای معکوس ملایم همانطور که در فصل ۱۱ نشان داده شده است از تغییرات ناگهانی در انحنای تاندونها به صورتی که در شکل ۱۲-۲ هویدا است، پرهیز می‌شود. یک شکل مناسب از قرارگیری

تاندونها در دال تخت که در آن ستونهای دارای فواصل منظم در هر دو امتداد هستند درشکل ۱۲-۳ نشان داده شده است. تاندونهای ثانویه که در طول "ناحیه ستونها" امتداد یافته‌اند در عرضی برابر با عرض ستون به اضافه نصف ضخامت دال در هر طرف ستون قرار می گیرند.



شکل ۱۲- ۵: توزیع لنگر ناشی از پیش تنیدگی در دال تخت

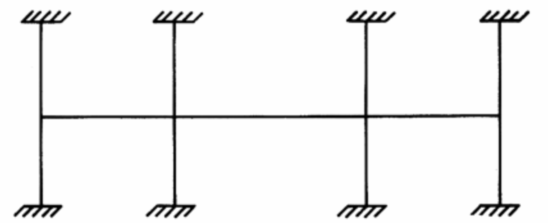


شکل ۱۲-٦: طرز قرارگرفتن تاندونها براي شبکه ستون مستطیلی

توزیع لنگر خمشی در یک دهانه داخلی از یک دال تخت تحت اثر بار گسترده یکنواخت در شکل ۱۲-۴ نشان داده شده است و توزیع لنگرهای پیش تنیدگی ناشی از یک سری تاندونهای شبیه به آنچه که در شکل ۱۲- ۳ نشان داده شد، در شکل ۱۲- ۵ آمده است (شکلهای ۱۲-۴ و ۱۲-۵ از کتاب Welbergen ،Birkenmaier و Winkler (۱۹۸٦) برگرفته شده‌اند.) بنابراین منحنی توزیع لنگر خمشی خالص بسیار هموار بوده و فقط دارای برآمدگی‌های کوچکی در امتداد محور ستونها می‌باشد.
یک الگوی دیگر برای وضعیت تاندونها که اغلب هم استفاده می‌شود در شکل ۱۲-۶ نشان داده شده است و بر پایه تاندونهای اولیه(P) و ثانویه (S) که در شکل ۱۲-۲ نشان داده شده، می‌باشد.

۱۲ - ۳ تحلیل به روش قاب معادل

روش بالانس بار، برای تخمین نیروی پیش تنیدگی مورد نیاز در هر جهت بسیار مفید می‌باشد، اما به هر حال دال باید برای بارهای متعادل نشده تحلیل شود. تحلیل و طراحی دالهای تخت بتن مسلح با ستونهای دارای فواصل منظم، برای سالیان طولانی مبتنی بر روشی بوده است که دال و ستونها را به یک سری قابهای معادل در هر جهت تقسیم می‌کند. توزیع لنگر خمشی و نیروی برشی را می‌توان توسط هر یک از روشهای موجود تحلیل سازه، تعیین نمود. مشخص شده است که روش قاب معادل نتایج قابل قبولی را برای دالهای تخت بتن پیش تنیده نیز می‌دهد و یکی از روشهایی است که درTR۱۷ پیشنهاد شده است. از این روش می‌توان برای بدست آوردن توزیع لنگر خمشی هم برای نیروی پیش تنیدگی و هم برای بار کل وارده و نه فقط بارهای متعادل نشده استفاده کرد.
هر قاب معادل شامل ستونها و نوارهای دال در هر تراز طبقه می‌باشد. عرضی از دال که در تعیین سختی تیر به کار می‌رود برای بارهای قائم برابر است با کل عرض چشمه ها در حالیکه براي بارهای افقی که پایداری جانبی توسط قاب فراهم می‌شود، برابر است با نیمی از عرض چشمه. توصیه می شود برای بارهای جانبی ناشی از باد یا زلزله از دیوارهای برشی استفاده شود و این بار به قاب معادل داده نشود.



شکل ۱۲-۷ قاب معادل

هر قاب را می توان به طور کامل تحلیل کرد، اما برای بارهای قائم تنها کافیست هر نوار دال در یک تراز طبقه مشخص با ستونهای بالا و پایین دال که فرض می‌شود انتهای آنها گیردار است تحلیل گردند (شکل ۱۲-۷). در حالتی که در ناحیه ستون افزایش ضخامت بصورت کتیبه وجود دارد، یک ضخامت دال معادل برای مقطع تکیه‌گاهی دال، با لنگر دوم سطح برابر با مقطع اصلی و اصلاح مناسب در "سختی تیر"، بکار می‌رود. در اغلب سیستمهای دال، ستونها دارای فواصل منظم درهر دو جهت می‌باشند اما برای سیستمهایی مانند آنچه که در شکل ۱۲-۲ نشان داده شده است، روش قاب معادل مناسب نیست و برای تحلیل چنین دالهایی روشهای عددی از قبیل اجزاء محدود باید به کار برده شود.

اگر از روش قاب معادل برای اندازه‌گیری تنشها تحت بار بهره‌برداری استفاده شود، تحلیل باید برای ترکیب بارهای زیر انجام شود:

الف) تمام دهانه‌ها با بار بهره‌برداری کل بارگذاری شوند.

ب) دهانه‌ها به طور یک در میان با بار بهره‌برداری کل و بار مرده تنها بارگذاری شوند.

اگر همچون تیرها، روش بالانس کردن بار برای تخمین نیروی پیش تنیدگی به کار گرفته شود، می‌بایست مشخص شود که چه بخشی از بار بهره‌برداری باید متعادل شود و همانطور که قبلاً شرح داده شد، یک معیار

شرایط بارگذاری		در فشار	در کشش: با آرماتور چسبیده	در کشش: بدون آرماتور چسبیده
حداکثر تنش در زمان انتقال	درمحل لنگر مثبت	۰/۳۳f_{ci}	۰/٤۵$f_{ci}^{۱/۲}$	۰/۱۵$f_{ci}^{۱/۲}$
	درمحل لنگر منفی	۰/۲٤f_{ci}	۰/٤۵$f_{ci}^{۱/۲}$	۰
حداکثر تنش در زمان بهره برداری	درمحل لنگر مثبت	۰/۳۳f_{cu}	۰/٤۵$f_{cu}^{۱/۲}$	۰/۱۵$f_{cu}^{۱/۲}$
	درمحل لنگر منفی	۰/۲٤f_{cu}	۰/٤۵$f_{cu}^{۱/۲}$	۰

جدول ۱۲- ۱ تنشهای مجاز بتن در دال

متداول، متعادل کردن بار دائمی می‌باشد. سپس تنشهای تحت بار بهره‌برداری باید تحت شرایط بارگذاری فوق الذکر نیز کنترل شوند. تنشها در حالت انتقال باید با این فرض که تنها بار مرده دال به اضافه مقدار کمی بار اجرایی وارد می‌شود کنترل شوند.

برای یک سری تاندون که به منظور متعادل کردن یک بار اعمالی مشخص طراحی شده‌اند، معادله ۱۲-۱ نشان می‌دهد که بار توسط تاندونها در هر جهت به تکیه‌گاهها منتقل می‌شود. اما در یک دال تخت، خود تکیه‌گاهها نیز تاندون هستند و به منظور حفظ تعادل کل نیروی رو به بالا در هر جهت که توسط تاندونها در طول ناحیه ستونها و فاصله بین آنها بوجود می‌آید، باید کل بار روی چشمه را متعادل کند. بنابراین در استفاده از روش بالانس بار برای تخمین زدن نیروی پیش تنیدگی در هر جهت، پیش از انجام دادن یک تحلیل به روش قاب معادل، تاندونها با استفاده از کل باری که باید متعادل شود تعیین می‌شوند.

۱۲-۴ طراحی و جزئیات

بیشتر مراحل طراحی دالهای تخت بتن پیش تنیده مشابه طراحی تیرها که در فصلهای قبلی بیان شد می‌باشد. بعضی از تفاوتهای آنها در اینجا تشریح شده است.

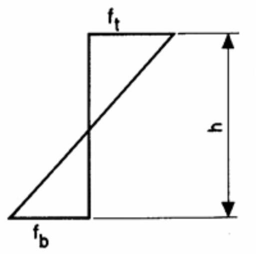
برای تخمین اولیه ضخامت لازم دال، نسبت دهانه به عمق معمولاً بترتیب بین ۴۲ تا ۴۸ برای کفها و بامها، درنظر گرفته می‌شود. این مقادیر می‌توانند به ۴۸ تا ۵۲ افزایش می یابند با این شرط که بار زنده وارده از $3\ \mathrm{kN/m^2}$ فراتر نرود و معیار های بهره‌برداری ارضا شود. بعضی مواقع از دالهای مشبک استفاده می‌شود و نسبت دهانه به عمق برای این دالها نباید از ۳۵ فراتر رود. در این دالها، نحوه قرارگیری تاندونها باید به دقت مورد توجه قرار گیرد زیرا تاندونها فقط می‌توانند در تیرکها قرار گیرند. دالهای توپر با دهانه‌های بیشتر از ۱۰ متر، احتمالاً نیاز به کتیبه به منظور تأمین مقاومت برشی کافی در محل ستونها دارند و دالهای مشبک با دهانه‌های کوچکتر از این هم حداقل نیاز به یک مقطع توپر در نزدیکی ستون دارند.

تنشهای مجاز بتن در حالتهای بارگذاری مختلف و محل های متفاوت در جدول ۱۲-۱ نشان داده شده است. این تنشها، محافظه‌کارانه می‌باشند به این دلیل که روشهای تحلیل تقریبی مانند روش قاب معادل، لنگر خمشی ماکزیمم در تکیه‌گاهها را کمتر از مقدار واقعی می‌دهد. تنشهای مجاز کششی در جدول ۱۲-۱ مربوط به سازه‌های با تاندونهای غیرچسبیده می‌باشد و مقاومت بهتر سازه‌های با تاندونهای چسبیده در برابر ترک‌خوردگی به حساب آورده نشده است. تنشهای جدول ۱۲-۱، در صورت انجام یک تحلیل الاستیک دقیق ممکن است افزایش پیدا کنند. در آن صورت می‌توان از تنشهای مجاز داده شده در فصل ۳ استفاده کرد با این شرط که تغییر مکانها و مقاومت نهایی ارضا شوند.

در TR۱۷ پیشنهاد شده است که اگر ۵۰% یا بیشتر از کل تعداد تاندونهای یک دهانه که از یک تحلیل قاب معادل تعیین شده‌اند را در هر جهت در روی خط ستونها قرار دهند و بقیه تاندونها را به طور یکنواخت توزیع کنند، یک نحوه قرارگیری مناسب برای تاندونها، همانگونه که در شکل ۱۲-۳ نشان داده شده است، بدست خواهد آمد. البته در عمل معمولاً تاندونها به نحوی که در شکل ۱۲-۶ نشان داده شده است قرار می گیرند، اگر چه نحوه قرارگیری در شکل ۱۲-۳، مقاومت برشی سوراخ‌کننده بیشتری در محل ستونها تأمین می‌کند (به قسمت ۱۲-۶ مراجعه شود). حداکثر فاصله تاندونها یا گروه تاندونها از یکدیگر شش برابر ضخامت دال و حداقل فاصله ۷۵ mm برای تاندونهای تکی و دو برابر عرض گروه برای تاندونهای گروهی غیرچسبیده می باشد. پوشش لازم باید از جداول ۳-۴ و ۳-۶ تعیین شود و ضخامت هر نوع کف سازی بتنی موجود می‌تواند در این رابطه لحاظ گردد.

آرماتورهای معمولی لازم است در روی ستونها در بالای دال قرار گیرند و دارای مساحتی برابر با حداقل ۰/۱۵% سطح مقطع عرضی دال با عرضی برابر عرض ستون به اضافه دو برابر ضخامت دال در هر طرف ستون باشند. آرماتورها باید حداقل ۱۲ mm قطر داشته باشند، حداقل برابر با یک ششم دهانه در هر طرف ستون امتداد یابند و دارای حداکثر فاصله ۳۰۰ mm باشند. ترکیب تاندونها و آرماتورها در محدوده ستونها باعث تراکم فولاد گذاری می‌شود و باید دقت زیادی در جزئیات این قسمت شود.

برای سازه‌های با تاندونهای نچسبیده، اگرتنش مجازکششی بتن برابر با $۰/۴۵\ f_{ci}^{\frac{۱}{۲}}$ یا $۰/۴۵\ f_{cu}^{\frac{۱}{۲}}$ از جدول ۱۲-۱ بدست آید آرماتور معمولی باید تأمین شود. توزیع تنش در مقطع، بر روی یک تکیه‌گاه در حالت حدی بهره‌برداری را می‌توان مانند شکل ۱۲-۸ فرض کرد.



شکل۱۲-۸ توزیع تنش درحالت حدي بهره برداری

آرماتور معمولی نکشیده باید بتواند کل نیروی کششی مقطع را تحمل نماید. به همین دلیل مساحت فولاد مورد نیاز در واحد عرض توسط رابطه زیر بدست می‌آید:

$$A_s = \frac{F_t}{۰/۵۸\, f_y}$$

که در آن

$$F_t = \frac{f_t^{۲}\, h}{۲(f_b + f_t)} \qquad (۱۲ - ۲)$$

توجه شود که f_t در معادله۱۲-۲ باید مثبت در نظر گرفته شود.

به جزئیات آرماتورگذاری در اطراف گیره ها باید توجه ویژه مبذول شود، زیرا ممکن است نیروهای شکافنده در لبه نازک دال زیاد باشند. اطلاعات بیشتر در مورد طراحی و جزئیات دالهای تخت بتن پیش تنیده را می‌توان در گزارش‌های انجمن بتن (۱۹۸٤ و ۱۹۷۹) یافت.

■■■

مثال ۱۲- ۱:

یک کف انبار ساخته شده از دال تخت بتن پیش تنیده مطابق شکل ۱۲-۹ مفروض است. سربار وارده $۱۰\ kN/m^{۲}$ می‌باشد. مطلوبست تعیین ضخامت لازم برای دال و چیدمان مناسب تاندونهای پیش تنیدگی. به دلیل اینکه دال تحت بار سنگینی قرار دارد. نسبت دهانه به ضخامت ۳۸ انتخاب می‌شود، بنابراین ضخامت دال مورد نیاز برابر است با $۷/۵/۳۸ = ۰/۱۹۷\ m$. یک ضخامت اولیه دال $۲۰۰mm$ در نظر گرفته می‌شود.

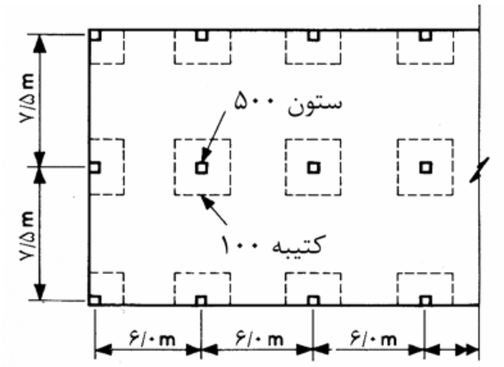
بارگذاری:

وزن دال $۴/۸\ \frac{kN}{m^{۲}}$

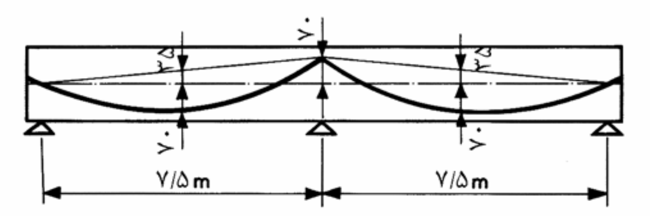
بار کف سازی + تأسیسات $۱/۵\ \frac{kN}{m^{۲}}$

خصوصیات مصالح:

$$f_{cu} = ۴۰\ \frac{N}{mm^{۲}}$$



شکل ۱۲-۹



شکل ۱۲-۱۰: پروفیل ایده آل تاندون

پاسخ:

برای مفتول سوپر به‌کاررفته به قطر ۱۵/۷ mm بصورت تاندون روکش دار نچسبیده $f_{pu} = ۱۷۷۰\ N/mm^۲$.

به دلیل اینکه سربار وارده در مقایسه با بار مرده بزرگ می‌باشد، باری که باید متعادل شود، شامل بار مرده به اضافه یک سوم سربار وارده در نظر گرفته می شود که برابر است با:

$$۶/۳ + (\frac{۱۰}{۳}) = ۹/۶ \quad kN/m^۲$$

پوشش تاندونها ۲۰ میلیمتر مي باشد. در نتیجه با درنظر گرفتن قطر خارجی تاندون روکش دار برابر ۱۹ میلیمتر حداکثر خروج از مرکزیت تاندون بصورت زیر بدست مي آید:

$$۱۰۰ - (۲۰ + \frac{۱۹}{۲}) = ۷۰\ mm$$

طراحی اولیه تاندونها در امتداد عرضی اکنون مطرح می شود. طراحی تاندونها در امتداد طول انبار مشابه خواهد بود.

یک پروفیل مناسب امتحانی برای تاندونها در شکل ۱۲-۱۰ نشان داده شده است. افت تاندونها در هر دهانه ۱۰۵ میلیمتر است لذا نیروی پیش تنیدگی مورد نیاز برای بالانس بار $\text{kN/m}^۲$ ۹/۶ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$P_X = \frac{wl^۲}{۸d_r}$$

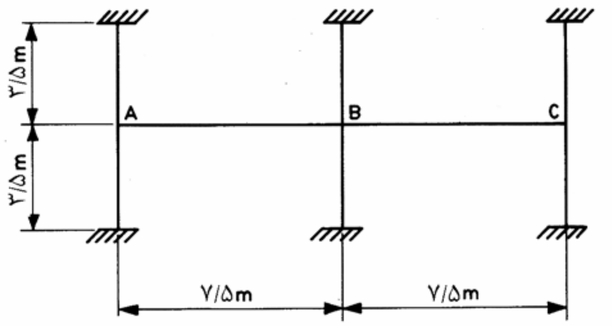
$$= \frac{(۹/۶\times ۷/۵^۲)}{(۸\times ۰/۱۰۵)} = ۶۴۲/۹ \frac{kN}{m}$$

با فرض ۰/۸۵ = β، نیروی پیش تنیدگی اولیه مورد نیاز $\frac{kN}{m}$ ۷۵۶/۳ می‌باشد.

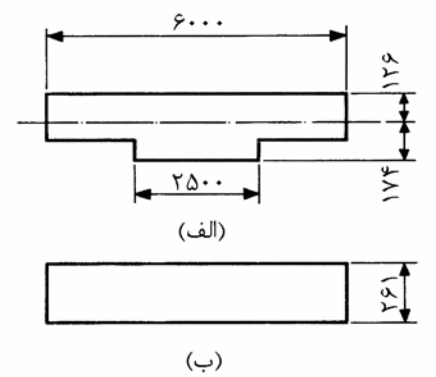
برای یک مفتول سوپر به قطر ۱۵/۷mm با $A_{ps} = ۱۵۰\ mm^۲$، نیروی پیش تنیدگی اولیه ۱۸۵/۹ kN است و بنابراین تعداد کل تاندونهای مورد نیاز هر چشمه ۲۵ تاست.

قاب معادلی که باید تحلیل شود در شکل ۱۲-۱۱ نشان داده شده است. اثر کتیبه به صورت در نظر گرفتن یک مقطع دال یکنواخت معادل لحاظ شده است. (شکل ۱۲-۱۲-الف.) برای مقطع دال واقعی با کتیبه، $I = ۸/۸۶ \times ۱۰^۹ mm^۴$ می‌باشد. بنابراین یک ضخامت دال مؤثر h_{eff} (شکل ۱۲-۱۲-ب.) به صورت زیر بدست می‌آید تا بتوان اثر کتیبه را بصورت ضخامت مؤثری از دال در نظر گرفت.

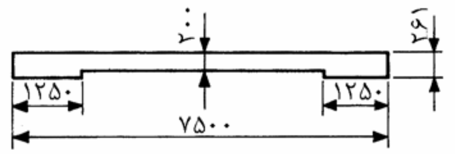
$$h_{eff} = \left(\frac{۸/۸۶\times ۱۰^۹ \times ۱۲}{۶\times ۱۰^۳}\right)^{\frac{۱}{۳}} = ۲۶۱\ mm$$



شکل ۱۲-۱۱: قاب معادل



شکل ۱۲ - ۱۲: مقطع دال معادل در محل کتیبه



شکل ۱۲ - ۱۳: تیر برای تحلیل قاب معادل

تیرهای قاب معادل شکل ۱۲-۱۱ همانگونه که در شکل ۱۲-۱۳ نشان داده شده است مقطع متغیر دارند و با بکاربردن جدول ضرایب برای این اعضای بتنی (انجمن بتن۱۹۸٤ یا مراجع دیگر) اطلاعات زیر برای تحلیل روش پخش لنگر بدست می آیند:

$$\text{سختي تير} = \frac{۶/۲EI}{\ell}$$

$$\text{ضريب انتقال} = ۰/٦$$

$$\text{لنگر گيرداری انتهایی} = ۰/۰۹w\ell^{۲}$$

در نتیجه:

$$k_{col} = (۴\times۵۰۰^{۴})/(۱۲\times۳۵۰۰) = ۵/۹۵\times۱۰^{۶}$$

$$k_{beam} = (۶/۲\times۲۰۰^{۳}\times۶۰۰۰)/(۱۲\times۷۵۰۰) = ۳/۳۱\times۱۰^{۶}$$

ضریب سختی نسبی برای تیر AB عبارت است از:

$$r_{BA} = ۰/۲۲$$

و برای تیر BA داریم:

$$r_{BA} = ۰/۱۸$$

لنگرهای گیرداری انتهایی:

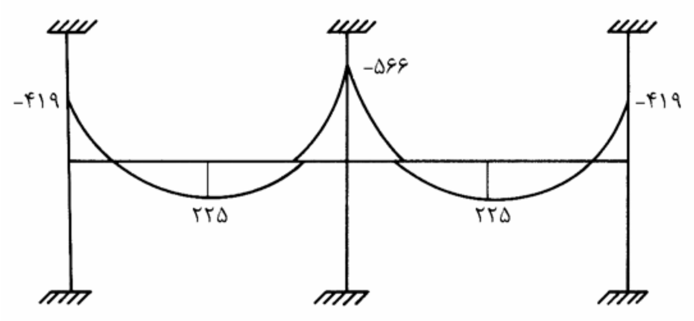
بار مرده $= ۶/۳ \times ۶/۰ \times ۷/۵^{۲} \times ۰/۰۹۱ = ۱۹۳ \ \mathrm{kNm}$

بار زنده $= ۱۰/۰ \times ۶/۰ \times ۷/۵^{۲} \times ۰/۰۹۱ = ۳۰۷ \ \mathrm{kNm}$

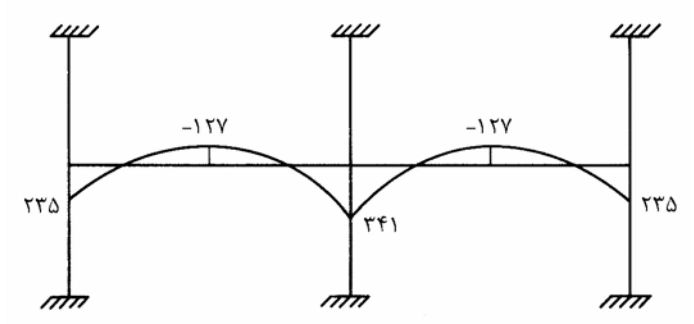
منحنی پوش لنگر خمشی برای ترکیبات باری که قبلاً مورد بحث قرار گرفت در شکل ۱۲-۱٤ نشان داده شده است

بار معادل تاندونها در هر دهانه $= ۸ \times ۰/۸۵ \times ۲۵ \times ۱۸۵/۹ \times ۰/۱۰۵ \big/ ۷/۵^{۲} = ۵۹/۰ \ \mathrm{kN/m}$

دیاگرام لنگر ناشی از نیروی پیش تنیدگی در شکل ۱۲-۱۵ نشان داده شده است. توجه داشته باشید که در این مرحله هیچ محاسبه ای برای تغییر انحنای تاندون که در ستونها رخ مي دهد صورت نگرفته است. البته خطايي که به این ترتیب وارد محاسبات مي شود کوچک خواهد بود.



شکل ۱۲-۱٤ پوش لنگر خمشی مربوط به بار بهره برداری



شکل ۱۲-۱۵ لنگر ناشی از پیش تنیدگی(kNm)

برای مقاطع مربوط به تکیه گاه داریم:

$$Z_t = ۸/۸۶×۱۰^{۹}/۱۲۶ = ۷۰/۳۲×۱۰^{۶}\ mm^{۳}$$
$$Z_b = ۸/۸۶×۱۰^{۹}/۱۷٤ = ۵۰/۹۲×۱۰^{۶}\ mm^{۳}$$
$$A_c = ۶۰۰۰×۲۰۰+۲۵۰۰×۱۰۰ = ۱/٤۵×۱۰^{۶}\ mm^{۲}$$

برای مقاطع وسط دهانه داریم:

$$Z_b = Z_t = ۶۰۰۰×۲۰۰^{۲}/۶ = ٤۰/۰۰×۱۰^{۶}\ mm^{٤}$$
$$A_c = ۶۰۰۰×۲۰۰ = ۱/۲۰×۱۰^{۶}\ mm^{۲}$$

تنشهای بدست آمده برای مقاطع بحرانی در جدول ۱۲-۲ که در آن M مجموع لنگر های نشان داده شده در شکلهای ۱۲-۱٤و ۱۲-۱۵ هستند نشان داده شده است.

از جدول ۱۲-۱ برای مقدار f_{cu} = ٤۰ N/mm^{۲} مقدار f_{max} به ترتیب ۱۳/۲۰N/mm^{۲} و ۹/۶۰N/mm^{۲} برای مقاطع وسط دهانه و محل تکیه گاه بدست مي آيد در حاليكه مقدار f_{min} برای هر دو محل ۲/۸۵N/mm^{۲}- بدست مي آيد. فرض مي شود که فولاد معمولی به اندازه کافي در مقاطع وجود دارد.

		P/A$_c$(N/mm^{۲})	M/Z(N/mm^{۲})	Total(N/mm^{۲})
ستونهای بیرونی	بالا	۲/۷۲	-۲/۶۲	۰/۱۰
	پایین	۲/۷۲	۳/۶۱	۶/۳۳
وسط دهانه	بالا	۳/۲۹	۲/٤۵	۵/۷٤
	پایین	۳/۲۹	-۲/٤۵	۰/۸٤
ستونهای داخلی	بالا	۲/۷۲	-۳/۲۰	-۰/٤۸
	پایین	۲/۷۲	٤/٤۲	۷/۱٤

جدول ۱۲-۲: تنشهای بار بهره برداری برای دال مثال ۱۲-۱

تنشهای جدول ۱۲-۲ برای مقاطع دال در محل ستون برای عمق دال و کتیبه تعیین شده اند. اگر توزیع لنگرهای خمشی ناشی از شکل ۱۲-١٤ و۱۲-۱۵ بصورت یکنواخت در عرض دال فرض شوند تنشها در دال در ناحیه ستون خارج از محل کتیبه بیشتر از آنچه که در جدول ۱۲-۲ آمده است خواهند بود. اما عملاً لنگرهای خمشی در دال تخت یکنواخت نمي باشند و همانگونه که شکل ۱۲-٤ نشان مي دهد در محل ستونها زیاد مي شوند و این مساله یکی از دلایلی است که نیمی از تاندونها در پانل در ناحیه ستون قرار مي گیرند. تحلیل تنشها به روش فوق بنابراین تقریبی از تنشهای واقعی در دال مي باشد با این وجود این روش نتایج قابل قبولی ارائه می دهد.

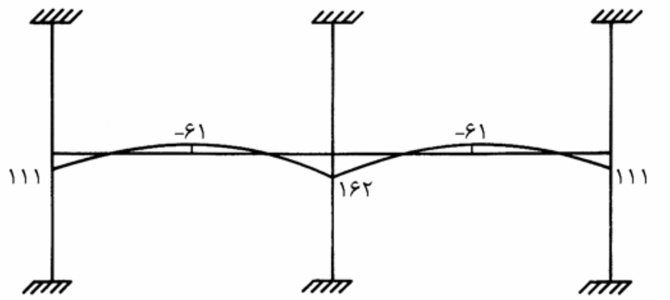
مقدار فولاد معمولی در تکیه گاههای میانی بصورت زیر محاسبه مي شود:

$$A_s = \frac{۰/۴۸^۲ \times ۳۰۰}{۲(۷/۱۴ + ۰/۴۸)} \times \frac{۱۰۰۰}{۰/۵۸ \times ۴۶۰} = ۱۷ \ mm^۲/m$$

یک لایه شبکه آرماتور $\Phi ۶ @ ۳۰۰$ برای این منظور کافي است.

برای کنترل تنشهای زمان انتقال نیروی پیش تنیدگی $\alpha = ۰/۹۵$, در نظر گرفته مي شود و لنگرخمشی ناشی از آن و بار مرده در شکل ۱۲-١٦ وتنشهای متناظر در جدول ۱۲-۳ نشان داده شده اند.

برای مقدار $f_{ci} = ۳۰ \ N/mm^۲$ مقدار f'_{max} به ترتیب برابر ۹/۹۰ N/mm و ۷/۲۰ $N/mm^۲$ برای مقاطع وسط دهانه و محل تکیه گاه بدست مي آید در حالیکه مقدار f'_{min} برای هر دو محل ۲/٤٦- $N/mm^۲$ بدست مي آید. بنابراین در صورتیکه فولاد معمولی در قسمت بالا و پایین تکیه گاهها تامین شود تنشهای جدول ۱۲-۳ قابل قبول خواهند بود.



شکل ۱۲-١٦:لنگر ناشی از نیروی پیشتنیدگی و بار مرده در زمان انتقال نیروی پیش تنیدگی

		$P/A_c(N/mm^2)$	$M/Z(N/mm^2)$	$Total(N/mm^2)$
ستونهای بیرونی	بالا	۳/۰٤	۱/۵۸	٤/٦۲
	پایین	۳/۰٤	-۲/۱۸	۰/۸٦
وسط دهانه	بالا	۳/٦۸	-۱/۵۳	۲/۱۵
	پایین	۳/٦۸	-۱/۵۳	۵/۲۱
ستونهای داخلی	بالا	۳/۰٤	۲/۳۰	۵/۳٤
	پایین	۳/۰٤	-۳/۱۸	-۰/۱٤

جدول ۱۲-۳: تنشهای ناشی از انتقال نیروی پیش تنیدگی در مثال ۱۲-۱

■■■

طراحی که تا بحال ارائه شد، صرفاً یک طراحی اولیه می باشد. پروفیل تاندونها را باید اصلاح نمود تا اینکه یک تغییر تدریجی در انحنای تاندون در روی خطوط ستون ایجاد شود و توزیع نیروی پیشتنیدگی در طول تاندون باید تعیین گردد. سپس یک تحلیل مجدد توزیع لنگر در دال در اثر نیروی پیشتنیدگی انجام شده و تنشهای حاصل با تنشهای مجاز مقایسه می‌شوند. در اثر تجربه، طراحی اولیه با اصلاحات کمی نهایی خواهد شد.

۱۲ - ۵ مقاومت نهايي

روش قاب معادل که در بخش ۱۲-۳ توصیف شد را مي توان برای تحلیل دال تخت پیش‌تنیده در حالت حدی نهايي با استفاده از ترکیب بارهای بیان شده در فصل ۱۱ بکار برد. البته در اغلب موارد در نظر گرفتن حداکثر بار طراحی در تمام دهانه ها کافیست به این شرط که نسبت بار زنده به مرده از۱/۲۵ تجاوز نکند و بار زنده از ۵ kN/m^2 زیادتر نباشد. لنگر محل تکیه گاهها بجز مواردیکه مجاور دهانه طره مي باشد را مي توان تا ۲۰% بازتوزیع کرد.

تعیین مقاومت نهایي دال در مقاطع بحرانی را مي توان طبق روشي که در فصل ۵ در مورد اعضای با تاندون چسبیده و نچسبیده بیان شد تعیین کرد. در صورتي که مقاومت نهایي دال با تاندونها به تنهایي کافی نباشد باید به مقطع فولاد معمولی اضافه شود. اغلب دالهای پیشتنیده درصد کمي فولاد پیشتنیدگي دارند ودر نتیجه با فولاد کم محسوب مي شوند. مزیت این مسأله بازتوزیع مجدد لنگر مي باشد که در TR۱۷به ۱۵% برای لنگرمنفی محدود شده است. ضمناً باید محدودیتهای ذکر شده در فصل ۱۱ در مورد عمق تار خنثی نیز رعایت گردد.

مثال ۱۲-۲:

مقاومت نهایي دال مثال ۱۲-۱ را تعیین کنید.

پاسخ:

$$\text{بار یکنواخت نهایي} = ۱/۴\times۶/۰\times۶/۳+۱/۶\times۶/۰\times۱۰/۰=۱۴۹\ \text{kN/m}$$

پوش لنگرهای خمشی برای شرایط باری که در فصل ۱۱ گفته شد در شکل ۱۲-۱۷ نشان داده شده است. به این مقادیر باید لنگرهای ثانویه نیز اضافه شود.

عمق دال در محل تکیه گاهها و در نتیجه مقاومت نهایي در عرض پانل به دلیل افزایش عمق دال در کتیبه متغیر است. با این وجود کنترل مقاومت نهایي دال در محل تکیه گاهها با توجه به عمق دال در محل کتیبه ها و متوسط لنگر و سطح متوسط تاندونها در عرض پانل کافی خواهد بود. تمرکز لنگر در محل ستونها بوسیله تمرکز بیشتر تاندونها در محل محور ستون جبران می شود.

برای مقاطع تکیه گاهی:

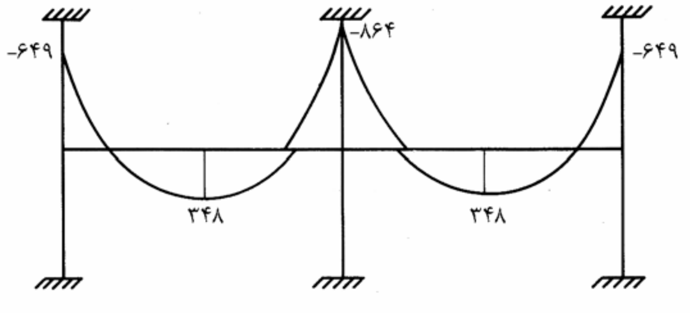
$$\text{عمق موثر} = ۳۰۰-(۲۰+۱۹/۲) = ۲۷۰\,\text{mm}$$

سطح تاندونهای پیشتنیدگی $A_{ps}=۶۲۵\ \text{mm}^۲$ در واحد عرض دال

$$f_{pe} = ۰/۸۵\times۰/۷\times۱۷۷۰ = ۱۰۵۳\,\text{N/mm}^۲$$

از معادله ۵-٤ داریم:

$$f_{pb} = ۱۰۵۳ + \frac{۷۰۰۰}{۷۰۰۰/۲۷۰}\left(۱-۱/۷\times\frac{۱۷۷۰\times۶۲۵}{۴۰\times۱۰۰۰\times۲۷۰}\right) = ۱۲۶۱\,\text{N/mm}^۲ (<۰/۷f_{pu})$$



شکل ۱۲-۱۷.پوش نهايي لنگر خمشی(kN.m)

طبق معادله ۵-۵:

$$x = ۲/۴۷ \times \frac{۶۲۵ \times ۱۲۶۱}{۴۰ \times ۱۰۰۰} = ۴۹ \text{ mm}$$

$$M_u = ۱۲۶۱ \times ۶۲۵(۲۷۰ - ۰/۴۵ \times ۴۹) \times ۱۰^{-۶} = ۱۹۵/۴ \text{ kNm/m}$$

میتوان نشان داد که لنگر ثانویه مثبت ٦٤ kNm در تکیه‌گاه وسط وجود دارد و لذا حداکثر لنگر خمشی نهایي در تکیه‌گاه میانی ۸۰۰ kNm می شود که نشان دهنده لنگر خمشی متوسط واحد عرض برابر ۱۳۳ kNm/m در عرض دال خواهد بود.

برای مقطع وسط دهانه داریم:

$$\text{ارتفاع موثر} = ۱۷۰ \text{ mm} = (۲۰ + ۱۹/۲) - ۲۰۰$$

$$f_{pb} = ۱۰۵۳ + \frac{۷۰۰۰}{۷۵۰۰/۱۷۰}(۱ - \frac{۱/۷ \times ۱۷۷۰ \times ۶۲۵}{۴۰ \times ۱۰۰۰ \times ۱۷۰}) = ۱۱۶ \text{ N/mm}^۲$$

$$x = ۲/۴۷ \times \frac{۶۲۵ \times ۱۱۶۸}{۴۰ \times ۱۰۰۰} = ۴۵ \text{ mm}$$

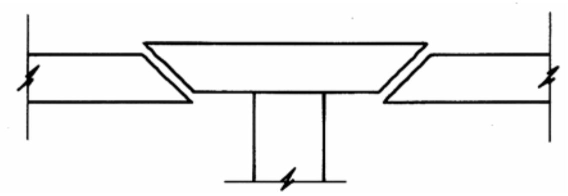
$$M_u = ۱۱۶۸ \times ۶۲۵(۱۷۰ - ۰/۴۵ \times ۴۵) \times ۱۰^{-۶} = ۱۰۹/۳ \text{ kNm/m}$$

لنگرخمشی متوسط نهايي درعرض دال در مقطع وسط دهانه با احتساب لنگرثانویه، ۸۳/۰kNm/m نیز مي‌باشد در نتیجه دال مقاوم نهايي کافی خواهد داشت.

■■■

۱۲-٦ مقاومت برشی

هنگامي که یک نیروی متمرکز به دال اعمال مي گرد , تنشهای برشی در محل بالا خواهند بود. در دالهای تخت که بار غالباً یکنواخت مي باشد، مقاومت برشی در اطراف ستونها باید کنترل گردد و در صورتي که بار متمرکز به دال وارد شود این مورد هم باید کنترل شود.



شکل ۱۲-۱۸: برش سوراخ کننده

تعیین مقاومت برشی دالهای بتن پیشتنیده در اغلب موارد مشابه تعیین مقاومت برشی دالهای بتن مسلح است. ضوابط موجود در TR۱۷ بر مبنای آیین نامه CP۱۱۰ در مورد طراحی دالها در برابر برش سوراخ کننده مي باشد ولی از آنجايي‌که این ضوابط در آیین نامه BS۸۱۱۰ مورد بازنگری قرارگرفته است. ضوابط این آیین نامه جدید در طراحی بکار مي رود.

در شکل ۱۲-۱۸ مقطعي از یک دال تخت در اطراف یک ستون که در اثر برش سوراخ کننده دچار گسیختگی شده است را ملاحظه می کنید. گسیختگی واقعی در اطراف ستون با فرض نواحی گسیختگی بصورت محیطهای بحرانی در اطراف ستون به صورتي که در شکل ۱۲- ۹ در پلان نشان داده شده است ,شبیه سازی مي گردد. اگر محیط هر ناحیه بحرانی را با u و متوسط تنش برشی روی سطح بحرانی را با v نشان دهیم خواهیم داشت:

$$v = V_t/(ud) \qquad (۱۲-۳)$$

در رابطه فوق V_t نیروی برشی مربوط به محیط بحرانی و d عمق موثر تاندونهای پیشتنیدگي مي باشد. مقدار v که از معادله ۱۲-۳ بدست مي آید باید با مقادیر تنش مجاز طراحی v_c که از جدول ۷-۲ بدست مي آید مقایسه گردد. حداکثر مقدار v بر اساس محیط ستون باید از کمترین مقدار $0/8 f_{cu}^{1/2}$ و $5\ N/mm^2$ کمتر باشد تا گسیختگی ترد فشاری در اثر تنش اصلی فشاری اتفاق نیفتد.

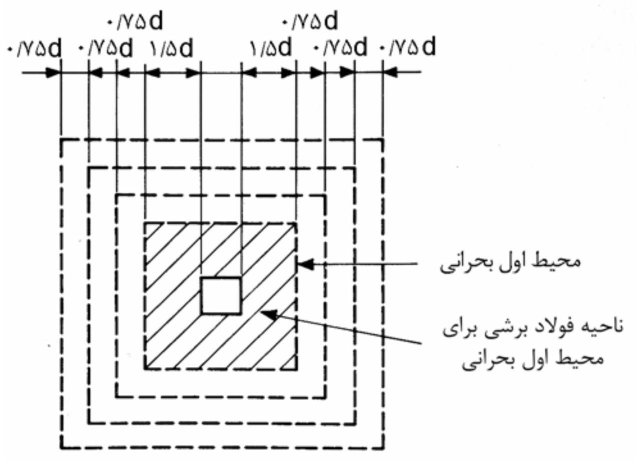
به منظور تعیین نیروی برشی موثر در ستون ابتدا باید لنگر خمشی و نیروی برشی از یک آنالیز قاب معادل مبتنی بر بارگذاری شطرنجی تعیین شوند.

در واقع هنگامیکه یک لنگر خمشی قابل توجه به ستون اثر مي کند توزیع تنش برشی در مقطع بحرانی اطراف ستون یکنواخت نخواهد بود. نیروی برشی افزایش یافته برای احتساب این اثر بصورت زیر محاسبه مي شود:

$$V_{eff} = V_t[1 + (1/5 M_t / V_t x_p)] \quad (٤\text{-}١٢)$$

در رابطه فوق V_t و M_t بترتیب مقادیر عکس العمل و لنگر خمشی در تکیه گاه هستند که بوسیله دال به ستون منتقل مي شوند و x_p طول کناره موازی محیط بحرانی با محورخمش است. در ساختمان با دال پیش ساخته روی زمین(lift slab construction)، M_t باید صفر در نظر گرفته شود.

برای دهانه های تقریباً مساوی و هنگامي‌که قاب در مقابل بارهای جانبی مهار شده است V_{eff} را می توان برای ستونهای داخلی برابر $1/15V_t$ گرفت که در آن V_t بر اساس حداکثر بار نهایي که به دهانه های مجاور اعمال مي شود بدست مي آید. در صورتیکه دهانه ها در هر امتداد متفاوت باشند معادله ١٢-٤ برای هر امتداد باید مستقلاً اعمال شود و طراحی برای مورد بدتر صورت گیرد. براي ستونهای گوشه و خمش ستونهای لبه ای حول محور موازي لبه دال، V_{eff} برابر $1/25V_t$ در نظر گرفته می شود و براي خمش ستونهای لبه ای حول محور عمود بر لبه V_{eff} باید $1/4V_t$ بری دهانه های تقریباً مساوی گرفته شود.



شکل ۱۲-۱۹: محیط های بحرانی در برش سوراخ کننده

می توان ادعا کرد که مقدار v_c از جدول ۷-۲ وابسته به میزان نهايي تنش کششی در عرض محیط بحرانی بوده و تابع میزان تاندونهای پیشتنیدگی و فولاد معمولی در مقطع مي باشد. مقدار A_s بکاررفته در جدول ۷-۲ بصورت A_s^* بر اساس رابطه زیر بدست مي آید:

$$A_s^* = A_s + (f_{pu}/۴۶۰)A_{ps} \quad (۵-۱۲)$$

که در آن A_{ps} و A_s مساحتهای مربوط به فولاد پیشتنیدگی و فولاد معمولي مي باشند. اگر میزان فولادگذاری در دوجهت متفاوت باشد مقدار v_c در امتداد هر سمت از محیط بحرانی باید جداگانه لحاظ گردد و سهم مربوط به مقاومت برشی اضافه گردد. البته مقدار A_s^* نباید از سه درصد میزان bd بیشتر شود.

مقاومت برشی دال در اولین محیط بحراني باید کنترل گردد و در صورتیکه v از v_c بیشتر باشد در آن‌صورت مي‌توان با سرستون محیط بحرانی را افزود یا به کمک کتیبه ضخامت دال را بطور موضعي زیاد کرد یا اینکه از فولاد گذاری برشی خاص استفاده نمود. مقاومت برشی دال در محیطهای بحرانی متوالی بر اساس شکل ۱۲-۱۹ بایستي تا جایي‌که دیگر نیازی به فولاد برشی نباشد کنترل گردد.

برای دالهای با ضخامت حداقل ۲۰۰ میلیمتر فولادگذاری برشی بصورت تنگهای سنجاقی پیوسته و یا فولاد بالاخم قابل تأمین است. مساحت A_{sv} مورد نیاز برای این فولادگذاری بوسیله رابطه زیر داده مي شود:

$$A_{sv} \geq (v - v_c)\, ud/(۰/۸۷ f_{yv} \sin\alpha) \quad (۶-۱۲)$$

که در آن f_{yv} مقاومت مشخصه فولاد برشی و α زاویه میل فولاد گذاری برشی نسبت به صفحه دال مي باشد. در معادله ۱۲-۶, $(v-v_c)$ نباید کمتراز $۰/٤\ N/mm^۲$ در نظر گرفته شود. فولاد گذاری برشی باید بصورت یکنواخت در ناحیه مربوطه و حداقل در دو محیط توزیع شده باشد و نباید فاصله فولادگذاری از 1/5d تجاوز کند.

در مرجع TR۱۷، حداقل فولاد معمولی درمجاورت سطح فوقانی بتن دال، % ۰/۱۵ سطح مقطع کل بتن به منظور افزایش مقاومت برشی دال در این ناحیه پیشنهاد شده است. این فولادگذاری علاوه بر فولادگذاری لازم برای تامین ظرفیت خمشی دال مي باشد.

بجای استفاده از خاموت پیوسته یا فولاد بالاخم می توان از کلاهک برشی استفاده نمود. طراحی کلاهک برشی در آیین نامه BS۸۱۱۰ ارائه نشده است، اما روش مناسبی در آیین نامه ACI ۳۱۸ در این رابطه موجود است.

مولفه قائم نیروی تاندونهای پیش‌تنیدگی که از مرز محیط بحرانی عبور می کنند را در تعیین مقاومت برشی دال تخت می توان لحاظ کرد. تنها تاندونهایی که در ناحیه ستون قراردارند در ظرفیت برشی مشارکت مي‌کنند و این امر دلیل حداکثر تجمع تاندونها در این ناحیه است. دراین محاسبه حداکثر تنش در تاندونها f_{pe} در نظر گرفته مي‌شود.

مقاومت نهايي برشی دال با مشارکت فولاد گذاری برشی از هر نوع که باشد نباید از دو برابر میزان ظرفیت نهايي برشی دال بدون حضور فولادگذاری برشی بیشتر باشد.
اطلاعات بیشتر در مورد طراحی دالهای تخت در Cope and Clark(۱۹۸٤) و نشریه انجمن سیمان و بتن (۱۹۸۰) موجود است. در مورد مقاومت برشی این دالها اطلاعات تکمیلی در Regan(۱۹۸۵) آمده است.

■■■

مثال ۱۲-۳

برای دال مثال ۱۲-۱ ظرفیت برشی را در مجاورت ستون میانی بدست آورید.
پاسخ:
طول ضلع اولین محیط بحرانی بصورت زیر محاسبه مي شود:

$$x_p = ۵۰۰ + ۲ \times ۱/۵ \times ۲۷۰ = ۱۳۱۰\ \text{mm}$$

پروفیل تاندون که در شکل۱۲-۱۰ نشان داده شده است حدس اولیه برای پروفیل تقریبی تاندون برای اعمال نیروی پیشتنیدگی مي باشد. پروفیل بهتری که در آن تغییر ملایم انحنای تاندون در محل ستونها دیده شده است، در شکل ۱۲-۲۰ نشان داده شده است. شیب تاندونها در اولین محیط بحرانی تقریباً برابر شیب تاندون در محل نقطه عطف پروفیل آن مي باشد یعنی:

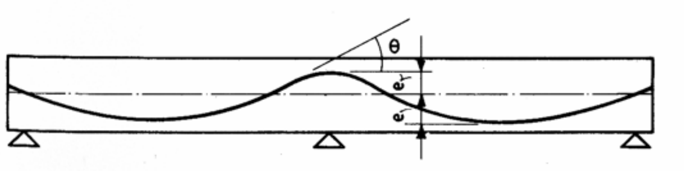
$$\theta \approx \tan^{-۱}\left[\frac{۴(e_۱ + e_۲)}{L}\right] = \tan^{-۱}(۴ \times ۱۴۰/۷۵۰۰) = ۴/۳^\circ$$

در امتداد عمود عرض ناحیه ستون به صورت زیر بدست مي آید:

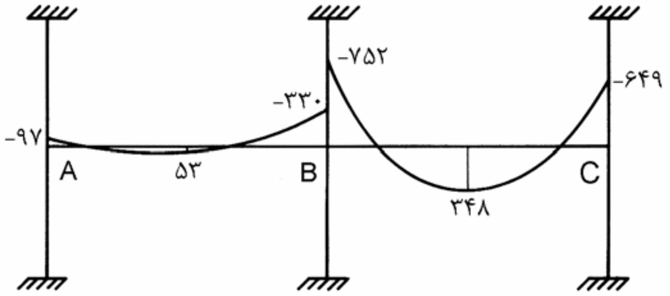
$$۵۰۰ + ۲ \times ۲۰۰/۲ = ۷۰۰\ \text{mm}$$

با کمترین فاصله ممکن میان تاندونها یعنی ۷۵ میلیمتر حداکثر تعداد تاندونها در ناحیه ستون ده عدد و با فاصله گذاری ۳۳۰ میلیمتر بین تاندونها در خارج از ناحیه ستون مشخص می شود که تعداد تاندونهایی که ضلع ناحیه بحرانی را قطع می کنند همین ده تاندون می باشند.
در جهت طولی فرض مي شود که هشت تاندون در عرض ناحیه ستون قراردارند. با همان شیب در اولین محیط بحرانی مقدار نهايي نیروی نسبت بالا در عرض محیط بحرانی بصورت زیر محاسبه مي شود:

$$= ۲(۱۰ + ۸) \times ۰/۸۵ \times ۱۸۵/۹ \sin ۴/۳^\circ = ۴۲۶/۵\ \text{kN}$$



شکل ۱۲-۲۰ :پروفیل اجرایی تاندون



شکل ۱۲-۲۱:لنگر خمشی نهایي برای حداکثر نیروی برشی

چون نسبت بار زنده به بار مرده بیشتر از ۱/۲۵ می باشد و نیز بارزنده بزرگتر از $5\ \mathrm{kN/m^2}$ می باشد مقادیر V_t و M_t برای معادله ۱۲-٤ باید از تحلیل یک قاب معادل با الگوی بارگذاری شطرنجی محاسبه شود. نمودار لنگر خمشی برای این مورد در شکل ۱۲-۲۱ نشان داده شده است. دهانه AB با یک برابر بار مرده و دهانه BC با ۱/٤ برابر بار مرده به اضافه ۱/٦ برابر بار زنده بارگذاری شده است. با در نظر گرفتن تعادل درتکیه گاه میانی V_t برابر ۷٤٥/۳ kN بدست مي آيد و نیروی برشی مؤثر در ستون بصورت زیر محاسبه مي شود:

$$V_{eff} = ۷۴۵/۳ \times \left[۱ + \frac{۱/۵ \times (۷۵۲ - ۳۳۰)}{۷۴۵/۳ \times ۱/۳۱} \right] - ۴۲۶/۵ = ۸۰۲/۰ \quad \mathrm{kN}$$

برای امتداد عرضی:

$$A_s^* = (۱۷۷۰/۴۶۰) \times ۱۰ \times ۱۵۰ = ۵۷۷۲ \mathrm{mm^2}$$

$$۱۰۰ A_s^*/bd = (۱۰۰ \times ۵۷۷۲)/(۱۳۱۰ \times ۲۷۰) = ۱/۶۳$$

در نتیجه از جدول ۷-۲ داریم:

$$v_c = ۰/۸۰ \times (۴۰/۲۵)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۹۴\ \mathrm{N/mm^2}$$

در جهت طولی داریم:

$$A_s^* = (۱۷۷۰/۴۶۰) \times ۸ \times ۱۵۰ = ۴۶۱۷ \mathrm{mm^2}$$

$$۱۰۰ A_s^*/bd = (۱۰۰ \times ۴۶۱۷)/(۱۳۱۰ \times ۲۷۰) = ۱/۳۱$$

در نتیجه از جدول ۷-۲ داریم:

$$v_c = ۰/۷۴ \times (۴۰/۲۵)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۸۷\ N/mm^۲$$

مقاومت برشی نهایی دال در طول محیط بحرانی بصورت زیر بدست می آید:

$$= ۲ \times ۱۳۱۰(۰/۹۴ + ۰/۸۷) \times ۲۷۰ \times ۱۰^{-۳} = ۱۲۸۰/۴\ kN > V_{eff}$$

لذا نیازی به فولادگذاری برشی خاص برای برش سوراخ کننده نمی باشد.

■■■

۱۲-۷ مراجع

۱. American Concrete Institute (۱۹۷۷) Building Code Requirements for Reinforced Concrete, ACI ۳۱۸-۷۷, Detroit

۲. Birkenmaier ,M., Welbergen,G.H. and Winkler ,N.,(۱۹۸٦) Post-Tensioned Concrete Flat Slabs, BBR Ltd.,Berne

۳. Cement and Concrete Association (۱۹۸۰) FIP Recommendations for Design of Flat Slabs in Post-Tensioned Concrete (Using Bonded and Unbonded Tendons), Slough.

٤. Concrete Society (۱۹۷۹) Flat Slabs in Post-Tensioned Concrete , With Particular Regards to the Use of Unbonded Tendons–Design Recommendations , Technical Report No. ۱۷, London

٥. Concrete Society (۱۹۸٤) Post-Tensioned Flat–Slabs Handbook, Technical Report No. ۲٥ , London

٦. Cope, R.J. and Clark, L.A. (۱۹۸٤) Concrete Slabs, Analysis and Design, Elsevier Applied Science, London.

۷. Regan, P.E. (۱۹۸٥) The Punching Resistance of Prestressed Concrete Slabs. Proceedings of the Institution of Civil Engineers Part ۲, Vol. ۷۹

فصل ۱۳- مثالهای طراحی

مثال ۱۳-۱

طراحي يک عضو كلاس ۱

يك پل بر روي يك شاهراه به دهانه ۲٤ m با شاهتيرهايي به فاصله ۱/۲ m از يكديگر مورد نياز است. سطح راه با يك دال بتن مسلح به ضخامت ۱۸۰ mm كه با تيرها به صورت كامپوزيت (مركب) عمل مي كند، پوشيده شده است.

حل:

بارگذاري:

kN/m^2

۴/۳۲ وزن دال

۲/۴۰ کارهای تکمیلی

۱۰/۳۰ بار زنده

ویژگیهاي مصالح

(تیرها)

بتن: f_{cu} (در ۲۸ روز) = ۵۲/۵ N/mm^2

f_{ci} (در ۷ روز) = ۴۰/۰ N/mm^2

(دال) f_{cu} در ۲۸ روز = ۳۰/۰ N/mm^2

فولاد:

(تاندون ها) f_{pu} = ۱۸۲۰ N/mm^2

(میلگردها) f_y = ۴۶۰ N/mm^2

(خاموتها) f_{yv} = ۲۵۰ N/mm^2

تنشهاي مجاز

جدول ۳-۳

تیرها

f'_{max} =۲۰/۰ N/mm^2

f_{max} =۱۷/۵ N/mm^2

f'_{min} = -۱/۰ N/mm^2

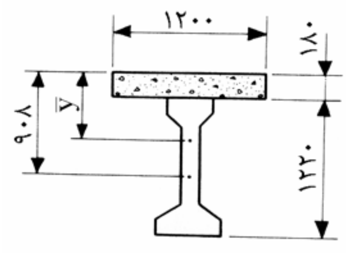
f_{min} =۰ N/mm^2

دال f_{max} =۱۰/۰ N/mm^2

عمق اوليه تير

براي تيرهاي به فاصله ۱/۲ m از تير مجاور، نسبت L/h برابر با ۲۰ انتخاب مي شود.
مقطع انتخاب شده:

$$h=\frac{۲۴}{۲۰}=۱/۲\ \mathrm{m}$$



خواص مقطع تير:

$$A_c=۳/۶۹۴\times ۱۰^{۵}\ \mathrm{mm}^{۲}$$
$$w_i=۸/۷۰\ \mathrm{kN/m}$$
$$I_b=۵/۸۷۱\times ۱۰^{۱۰}\ \mathrm{mm}^{۴}$$
$$Z_t=۸۰/۷۵\times ۱۰^{۶}\ \mathrm{mm}^{۳}$$
$$Z_b=۱۱۹/۳۲\times ۱۰^{۶}\ \mathrm{mm}^{۳}$$

كمترين اندازه مقطع كامپوزيت (مركب)

$$w_d=۸/۷۰+۱/۲(۴/۳۲+۲/۴۰)=۱۶/۷۶\ \mathrm{kN/m}$$
$$w_s=۱۶/۷۶+۱/۲\times ۱۰/۳۰=۲۹/۱۲\ \mathrm{kN/m}$$
$$M_i=۸/۷۰\times\frac{۲۴^{۲}}{۸}=۶۲۶/۴\ \mathrm{kNm}$$
$$M_d=۱۶/۷۶\times\frac{۲۴^{۲}}{۸}=۱۲۰۶/۷\ \mathrm{kNm}$$
$$M_s=۲۹/۲\times\frac{۲۴^{۲}}{۸}=۲۰۹۶/۶\ \mathrm{kNm}$$

ابتدا فرض مي شود كه:

$\alpha=۰/۹۰$ و $\beta=۰/۷۵$

(معادله ۱۰-۵)

$$Z_{b,comp} \geq \frac{۰/۹۰(۲۰۹۶/۶-۱۲۰۶/۷)\times ۱۰^{۶}}{(۰/۷۵\times ۲۰-۰)+\frac{۱}{۱۱۹/۳۲}(۰/۷۵\times ۶۲۶/۴-۰/۹۰\times ۱۲۰۶/۷)}=۸۱/۴۳\times ۱۰^{۶}\,mm^{۲}$$

براي مقطع کامپوزيت (مرکب):

$$\left(\frac{۱۲۰۰\times ۱۸۰^{۲}}{۲}+۳/۶۹۴\times ۱۰^{۵}\times ۹۰۸\right)=\bar{y}(۱۲۰۰\times ۱۸۰+۳/۶۹۴\times ۱۰^{۵})$$

$$\therefore \bar{y}=۶۰۶mm$$

$$I_{comp}=\frac{۱۲۰۰\times ۱۸۰^{۳}}{۱۲}+۱۲۰۰\times ۱۸۰(۶۰۶-۹۰)^{۲}+۵/۸۷۱\times ۱۰^{۱۰}+۳/۶۹۴\times ۱۰^{۵}(۹۰۸-۶۰۶)^{۲}$$

$$=۱/۵۰۵\times ۱۰^{۱۱}\,mm^{۴}$$

$$Z_{b,comp}=\frac{۱/۵۰۵\times ۱۰^{۱۱}}{(۱۴۰۰-۶۰۶)}=۱۸۹/۵۴\times ۱۰^{۶}\,mm^{۳}$$

اندازه مقطع كافيست.

نيروي پيش تنيدگي

فرض مي شود که پوشش داکتها ۵۰mm و قطر داکتها ٦٥ mm باشد

$$e_{max}=۱۴۰۰-۹۰۸-(۵۰+\frac{۶۵}{۲})=۴۱۰mm$$

$$P_i \geq \frac{۸۰/۷۵\times ۱۰^{۶}(-۱/۰)-۶۲۶/۴\times ۱۰^{۶}}{۰/۹۰\left(\frac{۸۰/۷۵\times ۱۰^{۶}}{۳/۶۹۴\times ۱۰^{۵}}-۴۱۰\right)}$$ معادله ۱۰-٦- الف

یعنی:

$$P_i \leq ۴۱۰۵/۱\,kN$$

$$P_i \geq \frac{۱۱۹/۳۲\times ۱۰^{۶}\left[\frac{۲۰۹۶/۶}{۱۸۹/۵۴}+۱۲۰۶/۷\left(\frac{۱}{۱۱۹/۳۲}-\frac{۱}{۱۸۹/۵۴}\right)\right]}{۰/۷۵\left(\frac{۱۱۹/۳۲\times ۱۰^{۶}}{۳/۶۹۴\times ۱۰^{۵}}+۴۱۰\right)}$$ معادله ۱۰-٦- ب

یعنی

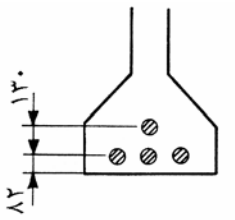
$$P_i \geq ۳۲۱۴/۰\ kN$$

هر تاندون از ٤ عدد مفتول فشرده به قطر ۱۵/۲mm تشکیل شده و برای ٤ تاندون داریم:

بر اساس جدول۲-۲:

$$P_i = ۴\times۴\times۱۶۵\times۰/۷\times۱۸۲۰\times۱۰^{-۳} = ۳۳۶۳/۴\ kN$$

$$e_{max} = ۴۱۰ - \frac{۱۳۰}{۴} = ۳۷۷\ mm$$



کنترل اولیه تنشها

در هنگام انتقال:

$$f_t = \frac{۰/۹۰\times۳۳۶۳/۴\times۱۰^{۳}}{۳/۶۹۴\times۱۰^{۵}} - \frac{۰/۹۰\times۳۳۶۳/۴\times۱۰^{۳}\times۳۷۷}{۸۰/۷۵\times۱۰^{۶}} + \frac{۶۲۶/۴\times۱۰^{۶}}{۸۰/۷۵\times۱۰^{۶}}$$

$$= ۸/۱۹ - ۱۴/۱۳ + ۷/۷۶ = ۱/۸۲\ N/mm^{۲}\ (> f'_{min})$$

$$f_b = ۸/۱۹ + ۱۴/۱۳\times\frac{۸۰/۷۵}{۱۱۹/۳۲} - \frac{۶۲۶/۴\times۱۰^{۶}}{۱۱۹/۳۲\times۱۰^{۶}}$$

$$= ۸/۱۹ + ۹/۵۶ - ۵/۲۵ = ۱۲/۵۰\ N/mm^{۲}\ (< f'_{max})$$

در هنگام بهره برداری:

$$f_t = ۸/۱۹\times\frac{۰/۷۵}{۰/۹۰} - ۱۴/۱۳\times\frac{۰/۷۵}{۰/۹۰} + \frac{۱۲۰۶/۷\times۱۰^{۶}}{۸۰/۷۵\times۱۰^{۶}}$$

$$= ۶/۸۳ - ۱۱/۷۸ + ۱۴/۹۴ + ۲/۵۲ + \frac{(۲۰۹۶/۶ - ۱۲۰۶/۷)\times۱۰^{۶}\times(۶۰۶ - ۱۸۰)}{۱/۵۰۵\times۱۰^{۱۱}}$$

$$= ۱۲/۵۱\ N/mm^{۲}\ (< f_{max})$$

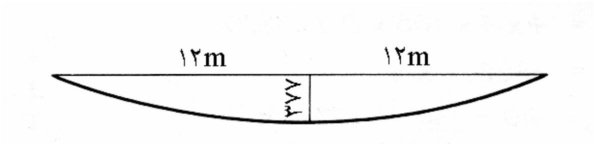
$$f_b = ۶/۸۳ + ۹/۵۶ \times \frac{۰/۷۵}{۰/۹۰} - \frac{۱۲۰۶/۷ \times ۱۰^۶}{۱۱۹/۳۲ \times ۱۰^۶} - \frac{۸۸۹/۹ \times ۱۰^۶}{۱۸۹/۵۴ \times ۱۰^۶}$$
$$= ۶/۸۳ + ۷/۹۷ - ۱۰/۱۰ - ۴/۷۰ = ۰ \ \mathrm{N/mm^۲} \ (= f_{min})$$
$$f_{tslab} = \frac{۸۸۹/۹ \times ۱۰^۶ \times ۶۰۶}{۱/۵۰۵ \times ۱۰^{۱۱}} = ۳/۵۸ \ \mathrm{N/mm^۲} \ (< f_{max})$$

تخمین افت ها

(I) اصطکاك

فرض : $\mu = ۰/۲۵$ ؛ $K = ۱۷ \times ۱۰^{-۴} / m$

پروفیل فرض شده:



$$\frac{۱}{r_{ps}} = \frac{۸ \times ۰/۳۷۷}{۲۴^۲}$$
$$\therefore r_{ps} = ۱۹۰/۹۸ m$$
$$p = ۳۳۶۳/۴ \left[۱ - e^{-\left(\frac{۰/۲۵}{۱۹۰/۹۸} + ۱۷ \times ۱۰^{-۴}\right)} \right] = ۱۰/۱ \ \mathrm{kN/m}$$

براي ۵ mm تورفتگي در گيره:

معادله ٤-۱۱ $$x = \left(\frac{۵ \times ۱۹۵ \times ۱۰^۳ \times ۲۶۴۰}{۱۰/۱} \right)^{\frac{۱}{۲}} \times ۱۰^{-۳} = ۱۵/۹۶ \ m$$

معادله ٤-۱۰ $$\therefore \Delta P_A = ۲ \times ۱۰/۱ \times ۱۵/۹۶ = ۳۲۲/۴ \ \mathrm{kN}$$

نيروي پيش تنيدگي بعد از افت اصطکاکي:

انتهاي کشيدگي : $P = ۳۳۶۳/۴ - ۳۲۲/۴ = ۳۰۴۱/۰ \ \mathrm{kN}$

وسط دهانه : $P = ۳۳۶۳/۴ - ۳۲۲/۴ + ۱۲ \times ۱۰/۱ = ۳۱۶۲/۲ \ \mathrm{kN}$

انتهاي مرده : $P = ۳۳۶۳/۴ - ۲۴ \times ۱۰/۱ = ۳۱۲۱/۰ \ \mathrm{kN}$

(II) کوتاه شدگي الاستيك

$$\text{نيروي متوسط بعد از افتهاي اصطکاکي} = ۳۱۰۸/۱ \quad kN$$

$$\therefore f_{pi} = \frac{۳۱۰۸/۱ \times ۱۰^{۳}}{۲۶۴۰} = ۱۱۷۷ \; N/mm^{۲}$$

$$m = \frac{۱۹۵}{۲۸} = ۷/۰ \; ؛ \; r = \left(\frac{۵/۸۷۱ \times ۱۰^{۱۰}}{۳/۶۹۴ \times ۱۰^{۵}}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۳۹۹ \quad mm$$

در وسط دهانه:

$$f_{co} = \frac{۱۱۷۷}{\left[۷/۰ + \frac{۳/۶۹۴ \times ۱۰^{۵}}{۲۶۴۰\left(۱ + \frac{۳۷۷^{۲}}{۳۹۹^{۲}}\right)}\right]} - \frac{۶۲۶/۴ \times ۱۰^{۶} \times ۳۷۷}{۵/۸۷۱ \times ۱۰^{۱۰}} = ۱۴/۵۴ - ۴/۰۲ = ۱۰/۵۲ \, N/mm^{۲}$$

در تکيه گاهها:

$$f_{co} = \frac{۱۱۷۷}{\left[۷/۰ + \frac{۳/۶۹۴ \times ۱۰^{۵}}{۲۶۴۰}\right]} = ۸/۰۱ \; N/mm^{۲}$$

$$\text{متوسط} \therefore \quad f_{co} = \frac{۱}{۲}(۱۰/۵۲ + ۸/۰۱) = ۹/۲۷ \, N/mm^{۲}$$

$$\therefore \Delta f_{p} = \frac{۱}{۲} \times ۷/۰ \times ۹/۲۷ = ۳۲/۵ \, N/mm^{۲}$$

(۲/۵% از $۰/۷f_{cu}$)

در نتيجه $\alpha = ۰/۹۱$

(III) خزش

$$\varepsilon_{c} = \frac{۱/۸}{۲۸ \times ۱۰^{۳}} \times ۹/۲۷ = ۵/۹۶ \times ۱۰^{-۴}$$

$$\therefore \Delta f_{p} = ۵/۹۶ \times ۱۰^{-۴} \times ۱۹۵ \times ۱۰^{۳} = ۱۱۶/۲ \; N/mm^{۲}$$

(IV) انقباض بتن در هواي آزاد

$$\Delta f_{p} = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۹۵ \times ۱۰^{۳} = ۱۹/۵ \; N/mm^{۲}$$

(V) سستي فولاد براي مفتولهاي كلاس۲

$$\Delta f_p = ۱/۵ \times ۰/۰۲۵ \times ۱۱۷۷ = ۴۴/۱\ N/mm^{۲}$$

$\therefore$ كل افتهاي دراز مدت $= ۱۷۹/۸\ N/mm^{۲}$

(۱٤/۱% از ۰/۷f_{cu})

در نتيجه $\beta = ۰/۷۷$

توزيع نيروي پيش تنيدگي

توزیع نیروی پیشتنیدگی در طول تیر بصورت جدول زیر می باشد:

m	۰	۳	٦	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲٤
αP_i	۲۹۵٦/۹	۲۹۸۷/۲	۳۰۱۷/۵	۳۰٤۷/۸	۳۰۷۸/۱	۳۱۰۸/٤	۳۰۹۷/۵	۳۰٦۷/۲	۳۰۳٦/۹
βP_i	۲٤۸۲/۷	۲۵۱۳/۰	۲۵٤۳/۳	۲۵۷۳/٦	۲٦۰۳/۹	۲٦۳٤/۲	۲٦۲۳/۳	۲۵۹۳/۰	۲۵٦۲/۷

ناحيه كابل

$$e \le \frac{۱}{\beta Pi}(M_i + ۸۰/۷۵ \times ۱۰^{۶}) + ۲۱۸/۶ \qquad (۱۰-۷- \text{الف})$$

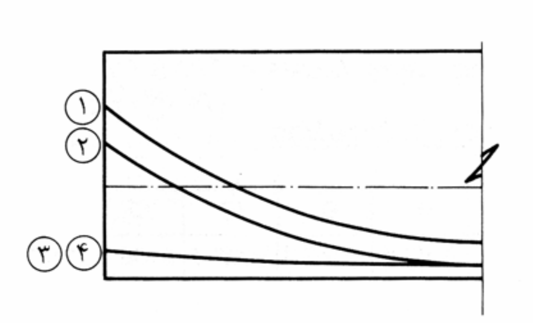
$$e \ge \frac{۱}{\beta Pi}(۰/۳۷M_d + ۰/۶۳M_s) - ۳۲۳/۰ \qquad (۱۰-۷- \text{ب})$$

m	۰	۳	٦	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲٤
M_i	۰	۲۷٤/۱	٤٦۹/۸	۵۸۷/۳	٦۲٦/٤	۵۸۷/۳	٤٦۹/۸	۲۷٤/۱	۰
M_d	۰	۵۲۷/۹	۹۰۵/۱	۱۱۳۱/۳	۱۲۰٦/۷	۱۱۳۱/۳	۹۰۵/۱	۵۲۷/۹	۰
M_s	۰	۹۱۷/۳	۱۵۷۲/۵	۱۹٦۵/٦	۲۰۹٦/٦	۱۹٦۵/٦	۱۵۷۲/۵	۹۱۷/۳	۰
$e \ge$	-۳۲۳	-۱۵	۱۹۸	۳۲۱	۳۵٦	۳۰٦	۱۸۲	-۲۵	-۳۲۳
$e \le$	۲٤٦	۳۳۷	٤۰۱	٤۳۸	٤٤۸	٤۳٤	۳۹٦	۳۳٤	۲٤۵

بيشترين خروج از مركزيت در وسط دهانه كه ۳۷۷mm مي باشد، در داخل ناحيه كابل واقع است.

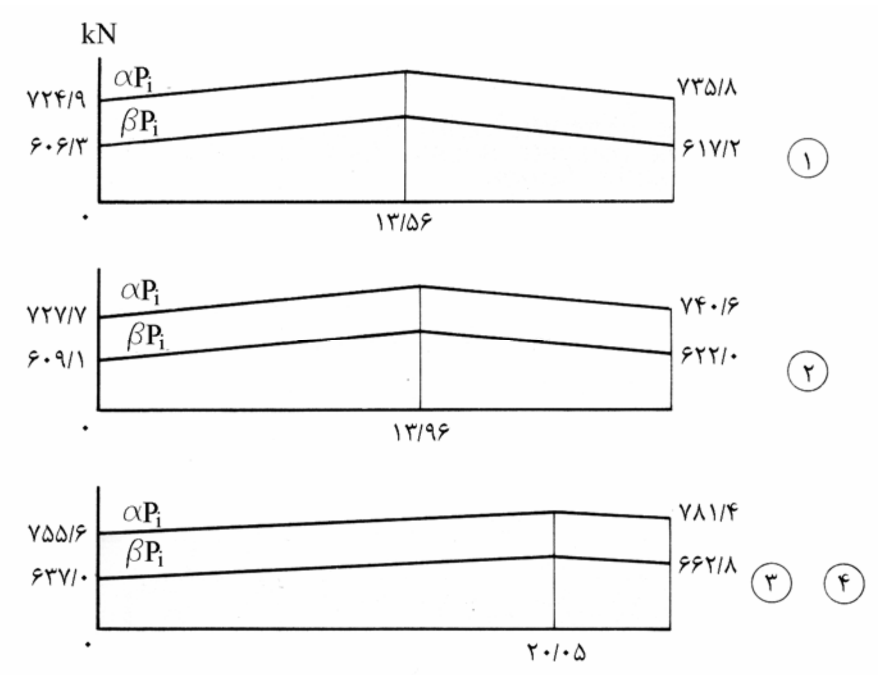
پروفیلهاي تاندون

تاندون \ m	۰	۳	٦	۹	۱۲
۱	-٤٤٢	-۱۲٦	۱۰۰	۲۳٥	۲۸۰
۲	-۲٤۲	٤۳	۲٤۷	۳٦۹	٤۱۰
۳ و ٤	۳٤۲	۳۷۱	۳۹۳	٤۰٦	٤۱۰
برآیند	۰	۱٦٥	۲۸۳	۳٥٤	۳۷۷



توزیع نیروي پیش تنیدگي باز بیني شده

تاندون	r_{ps}	p	x	ΔP_A
۱	۹۹/۷۲	٥/۳	۱۳/٥٦	۹٤/۹
۲	۱۱۰/٤۳	۳/۳	۱۳/۹٦	۹۲/۱
۳ و ٤	۱۰٥۸/۸۲	٦/۱	۲۰/۰٥	٦٤/۲



کل نیروي پیش تنیدگي

m	۰	۳	٦	۹	۱۲	۱٥	۱۸	۲۱	۲٤
αP_i	۲۹٦۳/۸	۲۹۹۳/۸	۳۰۲۳/۸	۳۰٥۳/۸	۳۰۸۳/۸	۳۰۹٦/۸	۳۰۸٦/۰	۳۰٦۹/۲	۳۰۳۹/۲
βP_i	۲٤۸۹/٤	۲٥۱۹/٤	۲٥٤۹/٤	۲٥۷۹/٤	۲٦۰۹/٤	۲٦۲۲/٤	۲٦۱۱/٦	۲٥۹٤/۸	۲٥٦٤/۸

ناحیه کابل باز بیني شده:

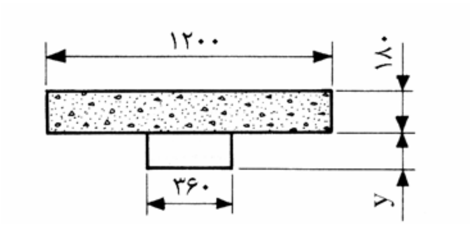
m	۰	۳	٦	۹	۱۲	۱٥	۱۸	۲۱	۲٤
$e \geq$	-۳۲۳	-۱٦	۱۹۷	۳۱۹	۳٥٤	۳۰۹	۱۸٥	-۲٥	-۳۲۳
$e \leq$	۲٤٦	۳۳۷	٤۰۱	٤۳۷	٤٤۸	٤۳٤	۳۹۷	۳۳٤	۲٤٥

مقاومت نهايي

$$\text{بار گسترده يكنواخت نهايي} = ۱/۴\times۱۶/۷۶ + ۱/۶\times۱/۲\times۱۰/۳ = ۴۳/۲۴ \quad kN/m$$

$$\text{لنگر نهايي ماكزيمم تير} = \frac{۴۳/۲۴\times۲۴^{۲}}{۸} = ۳۱۱۳/۳ \quad kNm$$

فرض كنيد كه تاندونها تسليم شده اند و بلوك تنش بتن در داخل بال بالايي تير واقع شده است.



از تعادل نيروهای افقی داريم:

$$۰/۸۷\times۱۸۲۰\times۲۶۴۰ = ۰/۴۵\times۳۰\times۱۸۰\times۱۲۰۰ + ۰/۴۵\times۵۲/۵\times۳۶۰y$$

$$\therefore\ y = ۱۴۹mm$$

عمق بال فوقاني ۱۴۵mm است، بنابراين فرض فوق تقريباً درست است.

در نظر مي گيريم: $۰/۹\ x = ۳۲۵mm$

$$\varepsilon_{pb} = \frac{۲۶۰۹/۴\times۱۰^{۳}}{۲۶۴۰\times۱۹۵\times۱۰^{۳}} + \frac{(۱۲۸۵-۳۶۱)}{۳۶۱}\times۰/۰۰۳۵ = ۰/۰۱۴۰ (> \varepsilon_{۲} = ۰/۰۱۳۱)$$

$$\therefore M_u = [\left[۰/۴۵\times۳۰\times۱۲۰۰\times۱۸۰(۱۲۸۵-\frac{۱۸۰}{۲})\right] +$$

$$\left[۰/۴۵\times۵۲/۵\times۳۶۰\times۱۴۵(۱۲۸۵-۱۸۰-\frac{۱۴۵}{۲})\right]]\times۱۰^{-۶} = ۴۷۵۷/۹ \quad kNm$$

مقاومت نهايي كافيست.

برش افقي

در وسط دهانه، كل نيروی فشاری وارد بر دال برابر است با:

$$= ۰/۴۵\times۳۰\times۱۲۰۰\times۱۸۰\times۱۰^{-۸} = ۲۹۱۶/۰\ kN$$

$$\therefore v_{h_{avge}} = \frac{۲۹۱۶/۰\times۱۰^{۳}}{۱۲\times۱۰^{۳}\times۳۶۰} = ۰/۶۸N/mm^{۲}$$

$$\therefore v_{h_{max}} = ۲\times۰/۶۸ = ۱/۳۶\,N/mm^{۲}$$

$v_{h_{max}} = ۱/۸\ N/mm^۲$ مجاز: بر اساس جدول ۱۰-۲

∴ خاموت اسمي مورد نياز است.

$$A_h = \frac{۰/۱۵}{۱۰۰} \times ۳۶۰ \times ۱۰^۳ = ۵۴۰ mm^۲/m$$

از R۱۰-۲۷۵ استفاده مي شود. بنابراين:

$$(۵۷۱\ mm^۲/m)$$

برش قائم

(I) محاسبه مقاومت برشی مقطع ترك نخورده:

تنشهاي كششي اصلي در مركز مقطع كامپوزيت (مركب) كنترل خواهد شد.

الف) بار مرده

$$f_{cp} = \frac{\beta P_i}{A_c} - \frac{\beta P_i e(۹۰۸ - \bar{y})}{I_b}$$

$$f_s = \frac{V_d (\text{خالص})}{۰/۶۷ \times ۱۵۰ \times ۱۲۲۰}$$

که در آن V_d(خالص) نیروی برشی بعد از کاهش مؤلفه قائم نیروی پیشتنیدگی است. F_{prt} بر اساس معادله (۷-۲) بدست می آید:

m	۰	۳	٦	۹
f_{cp}	٦/٦۰	٤/٥٨	۳۰۱۳	۲/۲٤
V_d	۲۸۱/٦	۲۱۱/۲	١٤۰/۸	۷۰/٤
$\sum \beta P_i \sin\theta$ تاندونهای ۱،۲	۱۳٥/۱	۱۰۳/٤	۷۰/۲	۳٥/۸
V_d(خالص)	١٤٦/٥	۱۰۷/۸	۷۰/٦	۳٤/٦
f_s	۱/۱۹	۰/۸۸	۰/٥۸	۰/۲۸
f_{prt}	۰/۲۱	۰/١٦	۰/۱۰	۰/۰۳

ب) بار بهره برداری:

$$\sum f_s = \frac{V_d(\text{خالص})}{۰/۶۷\times ۱۵۰\times ۱۲۲۰} + \frac{(V_s - V_d)}{۰/۶۷\times ۱۵۰\times ۱۴۰۰}$$

m	۰	۳	٦	۹
$V_s - V_d$	۲۳۷/۳	۱۷۸/۰	۱۱۸/۷	۵۹/۳
$\sum f_s$	۲/۸۸	۲/۱۵	۱/٤۲	۰/۷۰
f_{prt}	۱/۰۸	۰/۸۵	۰/۵۵	۰/۲۰

$$\text{مجاز } f_{prt} = ۰/۲۴\times(۵۲/۵)^{۱/۲} = ۱/۷۴ N/mm^۲$$

لذا مقاومت برشي ترك نخورده كافيست.

(II) محاسبه مقاومت برشی مقطع ترك خورده

الف) بار مرده

$$f_{pt} = \frac{\beta P_i}{A_c} + \frac{\beta P_i e\times ۴۹۲}{I_b}$$

$$M_o = \frac{۰/۸ f_{pt} I_b}{۴۹۲}$$

$$\frac{f_{pe}}{f_{pu}} = \frac{۲۶۰۹/۴\times ۱۰^۳}{۲۶۴۰\times ۱۸۲۰} = ۰/۵۴$$

m	۳	٦	۹	۱۲
f_{pt}	۱۰/۰۹	۱۲/۷۰	۱٤/۳۵	۱۵/۰۲
M_d	۷۳۹/۱	۱۲٦۷/۰	۱۵۸۳/۸	۱٦۸۹/٤
V_d	۲۱۱/۲	۱٤۰/۸	۷۰/٤	۰
M_o	۹٦۳/۲	۱۲۱۲/٤	۱۳٦۹/۹	۱٤۳۳/۹
d	۸۹۳	۱۰۱۱	۱۰۸۲	۱۱۰۵
v_c	۰/۷۹	۰/۷٦	۰/۷٤	۰/۷۳
V_{cr}	۳۵۰/۲	۲۱٦/٤	۱٤٦/۰	۸۵/۷

ب) بار بهره برداری

با توجه به معادله ۱۰-۲ می توان نوشت:

$$M_o = M_d + \left(۰/۸f_{pt} - \frac{M_d}{۱۱۹/۳۲\times۱۰^۶}\right)\times۱۸۹/۵۴\times۱۰^۶$$

برای M_d، $\gamma_m = ۱/۰$ فرض شده است.

m	۳	٦	۹	۱۲
M_o	۱۲۱۹/۷	۱۳۹٤/۰	۱۵۱۰/٤	۱۵٦۸/۷
V_s	۳۸۹/۲	۲۵۹/٤	۱۲۹/۷	۰
M_s	۱۳٦۲/۱	۲۳۳۵/۰	۲۹۱۸/۷	۳۱۱۳/۳
d	۱۰۷۳	۱۱۹۱	۱۲٦۲	۱۲۸۵
v_c	۰/۷٤	۰/۷۲	۰/۷۰	۰/۷۰
V_{cr}	٤۳۲/۹	۲٤٦/۰	۱٦۱/۰	۹۵/٦

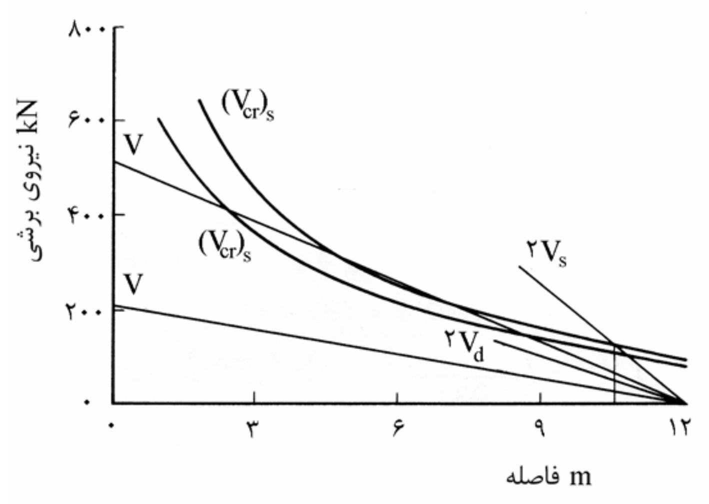
در جدول فوق V_{cr} از معادله ۷-۱۳ محاسبه شده است.

آرماتور برشي اسمي براي تمام طول تير بجز ۳m وسط مورد نياز است. بعلت محدود بودن اين طول ۳ متر در تمام طول تير از خاموت اسمی بشرح زیر استفاده می کنیم:

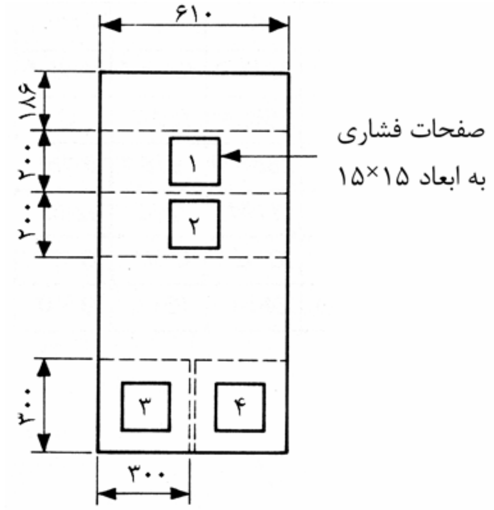
$$\frac{A_{sv}}{s_v} = \frac{۰/۴\times۱۵۰}{۰/۸۷\times۲۵۰} = ۰/۲۷۶$$

از R۱۰-۵۰۰ استفاده مي شود

$$\frac{A_{sv}}{s_v} = ۰/۳۱۴$$



بلوك انتهايي



براي تاندونهاي ۲ و ۱:

$$\text{ضلع افقي}\quad \frac{y_{po}}{y_o}=\frac{۷۵}{۳۰۵}=۰/۲۵$$

$$\text{ضلع قائم}\quad \frac{y_{po}}{y_o}=\frac{۷۵}{۱۰۰}=۰/۷۵$$

$$P_i = ۴\times۱۶۵\times۰/۷۰\times۱۸۲۰\times۱۰^{-۳} = ۸۴۰/۸\ \text{kN}$$

$$\text{Max}\ \ F_{bst} = ۰/۲۳\times۸۴۰/۸ = ۱۹۳/۴\ \text{kN}$$

$$A_{sv}\ \text{مورد نیاز} = \frac{۱۹۳/۴\times۱۰^{۳}}{۲۰۰} = ۹۶۷\text{mm}^{۲}$$

از ۱۲ R ۵ استفاده مي شود

$$(A_{sv} = ۱۱۳۰)$$

٦١-٦١۰mm حدود قرار گيري خاموتها

براي تاندونهاي ٤ و ۳:

$$\text{اضلاع افقي و قائم} : \frac{y_{po}}{y_o} = \frac{۷۵}{۱۵۰} = ۰/۵۰$$

$$\text{Max}\ \ F_{bst} = ۰/۱۷\times۸۴۰/۸ = ۱۴۲/۹\ \text{kN}$$

$$A_{sv}\ \text{مورد نیاز} = \frac{۱۴۲/۹\times۱۰^{۳}}{۲۰۰} = ۷۱۵\ \text{mm}^{۲}$$

از ٤R۱۲ استفاده مي شود.

$$(A_{sv} = ۹۰۴)$$

۳۰ – ۳۰۰mm : حدود قرار گيري خاموتها

براي تاندونهاي۱ و ۲ به عنوان يك ناحيه مهاری مرکب، ابعاد منشور معادل، ۶۱۰×۷۷۲mm مي باشد.

$$\text{ضلع افقي}\ \ \frac{y_{po}}{y_o} = \frac{۱۰۶}{۳۰۵} = ۰/۳۵$$

$$\text{ضلع قائم}\ \ \frac{y_{po}}{y_o} = \frac{۱۰۶}{۳۸۶} = ۰/۲۷$$

$$\text{Max}\ \ F_{bst} = ۲\times۸۴۰/۸\times۰/۲۳ = ۳۸۶/۸\ \text{kN}$$

$$A_{sv}\ \text{مورد نیاز} = \frac{۳۸۶/۸\times۱۰^{۳}}{۲۰۰} = ۱۹۳۴\ \text{mm}^{۲}$$

از ۱۰ R۱۲ استفاده مي شود $(A_{sv} = ۲۲۶۰)$

۷۷ – ۷۷۰mm : حدود قرار گيري خاموتها

براي تاندونهاي٤ و ۳، ابعاد منشور معادل ۶۱۰×۳۰۰mm مي باشد.

$$\text{ضلع افقي}: \frac{y_{po}}{y_o} = \frac{۱۰۶}{۳۰۵} = ۰/۳۵$$

$$\text{ضلع قائم}: \frac{y_{po}}{y_o} = \frac{۱۰۶}{۱۵۰} = ۰/۷۱$$

$$\text{Max } F_{bst} = ۲ \times ۸۴۰/۸ \times ۲۲ = ۳۷۰/۰ \text{ kN}$$

$$A_{sv} = \frac{۳۷۰/۰ \times ۱۰^{۳}}{۲۰۰} = ۱۸۵۰ \text{mm}^{۲} \text{ مورد نیاز}$$

از ۹R۱۲ استفاده مي شود

$$(A_{sv} = ۲۰۳۴)$$

$$\text{حدود قرار گيري خاموتها}: ۶۱ - ۶۱۰ \text{mm}$$

(I) خيز كوتاه مدت:

$$\delta_i = \frac{۲ \times ۱۲}{۶E_cI_b}[۴(۴۶۹/۸ - ۰/۲۸۳P)(۳) + (۶۲۶/۴ - ۰/۳۷۷P)(۶)]$$

$$\alpha P_i = ۳۰۴۵/۶ \text{ kN}$$

$$\text{بطور متوسط } \delta_i = \frac{-۳۱۳۴۴}{E_cI_b}$$

با توجه به جدول ۲-۱ برای $f_{ci} = ۴۰ \text{N/mm}^{۲}$ داریم: $E_c = ۲۸ \text{ kN/mm}^{۲}$

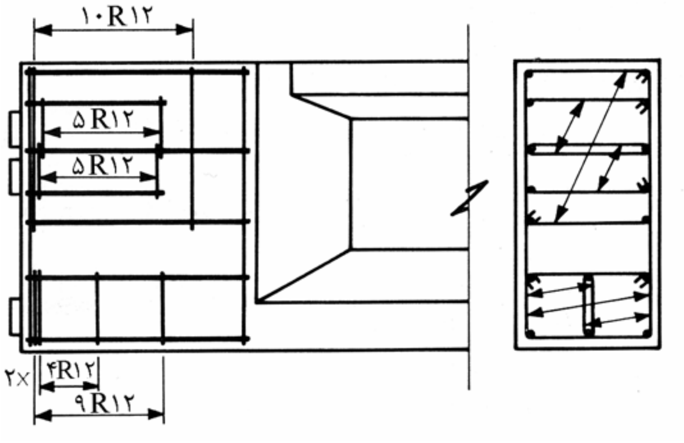
$$\therefore \delta_i = \frac{-۳۱۳۴۴}{۲۸ \times ۱۰^{۶} \times ۵/۸۷۱ \times ۱۰^{-۲}} = -۰/۰۱۹۱ \text{ m}$$

$$\delta_i = -\frac{L}{۱۲۵۹}$$

$$\delta_d - \delta_i = \frac{۲ \times ۱۲}{۶E_cI_b}[۴(۴۳۵/۲)(۳) + (۵۸۰/۳)(۶)] = \frac{۳۴۸۱۷}{۲۸ \times ۱۰^{۶} \times ۵/۸۷۱ \times ۱۰^{-۲}} = ۰/۰۲۱۲ \text{ m}$$

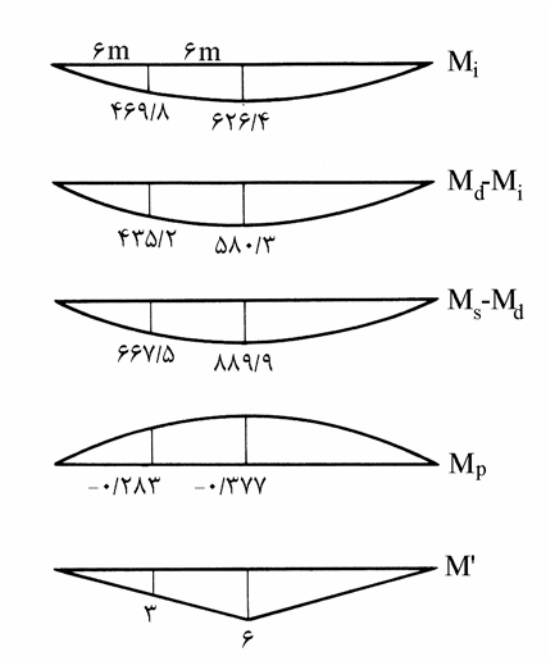
$$\therefore \delta_d = -۰/۰۱۹۱ + ۰/۰۲۱۲ = ۰/۰۰۲۱ \text{ m}$$

$$(\delta_d = \frac{L}{۱۱۴۳})$$



۱۰R۱۲
۵R۱۲
۵R۱۲
۲×
۴R۱۲
۹R۱۲

خیز در تیر



۶m
۶m
M_i
۴۶۹/۸
۶۲۶/۴
M_d-M_i
۴۳۵/۲
۵۸۰/۳
M_s-M_d
۶۶۷/۵
۸۸۹/۹
M_p
-۰/۲۸۳
-۰/۳۷۷
M'
۳
۶

(II)محاسبه خیز بلند مدت:

$E_c = ۳۲ kN/mm^۲$ ، بعد از یکسال بر اساس جداول۶-۳ و۲-۱

$$t_{eff} = \frac{۲\times ۳/۶۹۴\times ۱۰^{۵}}{۳۳۲۶} = ۲۲۲\ mm$$

بر اساس شکل ۲-۶:

$$\phi = ۰/۸ \text{ و } E_{c_{eff}} = \frac{۳۲}{(۱+۰/۸)} = ۱۷/۸ \quad kN/mm^۲$$

خیز کوتاه مدت تحت بارهاي غیر دائمی:

$$\delta_s - \delta_d = \frac{۲\times ۱۲}{۶E_c I_{comp}}\left[۴(۶۶۷/۵)(۳) + (۸۸۹/۹)(۶)\right] = \frac{۵۳۳۹۸}{۳۲\times ۱۰^{۶}\times ۱/۵۰۵\times ۱۰^{-۱}} = ۰/۰۱۱۱\ m$$

خیز بلند مدت تحت بار دائمي:

$$\beta P_i = ۲۵۷۱/۲\ kN \ (\text{متوسط})$$

$$\delta_i = \frac{-۲۰۶۰۷}{۱۷/۸\times ۱۰^{۶}\times ۵/۸۷۱\times ۱۰^{-۲}} = -۰/۰۱۹۷\ m$$

$$\delta_d - \delta_i = ۰/۰۲۱۲\times \frac{۲۸}{۱۷/۸} = ۰/۰۳۳۱\ m$$

$$\therefore \delta_t = -۰/۰۱۹۷ + ۰/۰۳۳۱ + ۰/۰۱۱۱ = ۰/۰۲۴۵\ m$$

$\delta_t = \frac{L}{۹۸۰}$ که قابل قبول است

مثال ۱۳-۲

طراحي يک عضو كلاس ۲

تيرهاي پوشش یک سقف بصورت پيش كشيده به شكل T دوبل براي يك دهانه ۱۵ m مورد نياز است.

پاسخ:

بارگذاري:

kN/m^2	
۲/۰	کارهای تکمیلی
۰/۷۵	بار زنده

ويژگيهاي مصالح:

بتن: f_{cu} (در ۲۸ روز) $= ۵۰\ N/mm^2$

f_{ci} (در ۲۸ روز) $= ۳۵\ N/mm^2$

فولاد: $f_{pu} = ۱۸۶۰\ N/mm^2$

تنشهاي مجاز

$f_{max} = ۱۶/۷\ N/mm^2 \qquad f'_{max} = ۱۷/۵\ N/mm^2 \qquad f_{min} = -۳/۲\ N/mm^2$

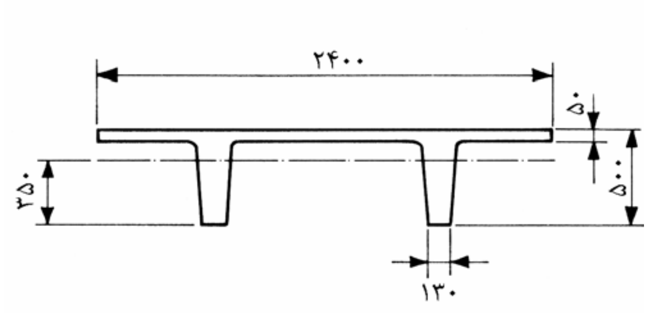
$f'_{min} = -۲/۷\ N/mm^2$

تخمين اوليه عمق تير:

با فرض L/h برابر با ۳۰، عمق مورد نياز تير از رابطه زير بدست مي آيد.

$$h = \frac{۱۵}{۳۰} = ۰/۵ m$$

مقطع انتخاب شده:



خواص و ویژگیهای مقطع:

$$A_c = ۲/۶۴۸ \times ۱۰^{۵}\ mm^{۲}$$

$$w_i = ۶/۳۶\ kN/m$$

$$I = ۶/۰۴۱ \times ۱۰^{۹}\ mm^{۴}$$

$$Z_t = ۴۰/۲۳ \times ۱۰^{۶}\ mm^{۳}$$

$$Z_b = ۱۷/۲۶ \times ۱۰^{۶}\ mm^{۳}$$

$$w_s = ۶/۳۶ + ۲/۴(۲/۰ + ۰/۷۵) = ۱۲/۹۶\ kN/m$$

$$M_i = \frac{۶/۳۶ \times ۱۵^{۲}}{۸} = ۱۷۸/۹\ kNm$$

$$M_s = \frac{۱۲/۹۶ \times ۱۵^{۲}}{۸} = ۳۶۴/۵\ kNm$$

کنترل اندازه مقطع:

ابتدا فرض می‌شود که $\beta = ۰/۷۵$ و $\alpha = ۰/۹۰$

$$Z_t \geq \frac{(۰/۹۰ \times ۳۶۴/۵ - ۰/۷۵ \times ۱۷۸/۹) \times ۱۰^{۶}}{۰/۹۰ \times ۴۶/۷ - ۰/۷۵(-۲/۷)} = ۱۱/۳۷ \times ۱۰^{۶}\ mm^{۳}$$ معادله (۹-۳- الف)

$$Z_b \geq \frac{(۰/۹۰ \times ۳۶۴/۵ - ۰/۷۵ \times ۱۷۸/۹) \times ۱۰^{۶}}{۰/۷۵ \times ۱۷/۵ - ۰/۹۰(-۳/۲)} = ۱۲/۱۱ \times ۱۰^{۶}\ mm^{۳}$$ معادله (۹-۳-ب)

ترسیم دیاگرام مانیل

با درنظر گرفتن در مجموع ۱۲ عددمفتول، بیشترین مقدار خروج از مرکزیت رابطه زیر بدست مي‌آيد:

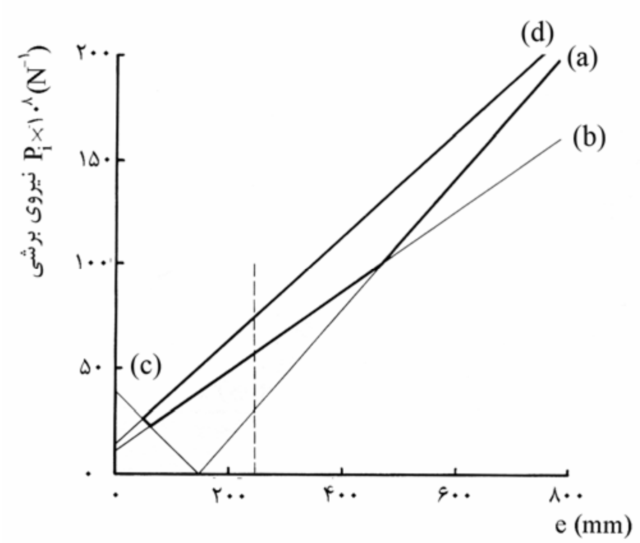
$$e_{max} = ۳۵۰ - ۱۰۰ = ۲۵۰ mm$$

(۹-۵-الف) خط a : $$۱۰^۸ \times \frac{۱}{P_i} \geq ۰/۳۱۳e - ۴۷/۵ \quad (e \geq ۱۵۲mm \text{ براي})$$

(۹-۵-ب) خط b : $$۱۰^۸ \times \frac{۱}{P_i} \geq ۰/۱۸۷e + ۱۲/۲$$

(۹-۵-ج) خط c : $$۱۰^۸ \times \frac{۱}{P_i} \geq -۰/۲۴۴e + ۳۷/۰ \quad (e \leq ۱۵۲mm \text{ براي})$$

(۹-۵-د) خط d : $$۱۰^۸ \times \frac{۱}{p_i} \leq ۰/۲۴۳e + ۱۵/۸$$



با توجه به شکل، حدود نیروی پیش‌تنیدگی بصورت زیر است:

$$P_i \geq ۱۳۰۸/۳ \text{ kN}$$

$$P_i \leq ۱۶۹۵/۵ \text{ kN}$$

با استفاده از ۱۲ عدد مفتول سوپر (super strand) به قطر ۱۲/۹ mm:

$$P_i = ۱۲ \times ۱۰۰ \times ۰/۷ \times ۱۸۶۰ \times ۱۰^{-۳} = ۱۵۶۲/۴ \text{ kN}$$

که در فاصله مجاز قرار دارد.

تخمين افت ها

(I) كوتاه شدگي الاستيك:

$$f_{pi} = ۰/۷ \times ۱۸۶۰ = ۱۳۰۲ N/mm^۲$$

$$m = \frac{۱۹۵}{۲۷} = ۷/۲$$

$$r = \left(\frac{۶/۰۴۱ \times ۱۰^۹}{۲/۶۴۸ \times ۱۰^۵}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۱۵۱ mm$$

در وسط دهانه با استفاده از معادله ٤-٤

$$f_{co} = \left[\frac{۱۳۰۲}{۷/۲ + \frac{۲/۶۴۸ \times ۱۰^۵}{۱۲۰۰(۱+\frac{۲۵۰^۲}{۱۵۱^۲})}}\right] = ۱۹/۶۷ N/mm^۲$$

درتكيه گاه ها، فرض مي‌شود كه ٤ مفتول فوقاني نچسبيده هستند.

$$\therefore f_{co} = \left[\frac{۱۳۰۲}{۷/۲ + \frac{۲/۶۴۸ \times ۱۰^۵}{۸۰۰(۱+\frac{۲۵۰^۲}{۱۵۱^۲})}}\right] = ۱۳/۶۱ N/mm^۲$$

$$\therefore \text{متوسط } f_{co} = \frac{۱}{۲}(۱۹/۶۷ + ۱۳/۶۱) = ۱۶/۶۴ N/mm^۲$$

$$\therefore \Delta f_p = ۷/۲ \times ۱۶/۶۴ = ۱۱۹/۸ N/mm^۲ \ (\text{افت ۹/۲ \%}) \ \alpha = ۰/۹۱$$

(II) خزش:

تنش بتن در تراز تاندون ها در وسط دهانه: $= ۱۹/۶۷ - \frac{۱۷۸/۹ \times ۱۰^۶ \times ۲۵۰}{۶/۰۴۱ \times ۱۰^۹} = ۱۲/۲۷ N/mm^۲$

$$\therefore \text{تنش متوسط} = \frac{۱}{۲}(۱۳/۶۱ + ۱۲/۲۷) = ۱۲/۹۴ N/mm^۲$$

$$\therefore \varepsilon_c = \frac{۱/۸}{۲۷\times۱۰^{۳}}\times۱۲/۹۴ = ۸/۶۳\times۱۰^{-۴}$$

$$\therefore \Delta f_p = ۸/۶۳\times۱۰^{-۴}\times۱۹۵\times۱۰^{۳} = ۱۶۸/۲\ N/mm^{۲}$$

(III) انقباض بتن:

$\varepsilon_{sh} = ۳۰۰\times۱۰^{-۶}$، در محیط سربسته

$$\therefore \Delta f_p = ۳۰۰\times۱۰^{-۶}\times۱۹۵\times۱۰^{۳} = ۵۸/۵\ N/mm^{۲}$$

(IV) سستي فولاد:

برای مفتولهای کلاس ۲

$$\therefore \Delta f_p = ۱/۲\times۰/۰۲۵\times۱۳۰۲ = ۳۹/۱\ N/mm^{۲}$$

$\beta = ۰/۷۰$ (۲۰/٤ % افت) $= ۲۶۵/۸\ N/mm^{۲}$ کل افت دراز مدت

ناحیه مجاز کابل

محدودیت ها از روابط زیر بدست مي آیند

$e \le ۲۲۸/۳ + ۷/۰۳۳\times۱۰^{-۷} M_i$ ۹-٦-الف

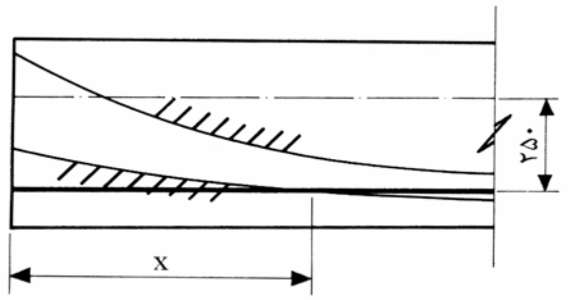
$e \le ۱۴۷/۳ + ۷/۰۳۳\times۱۰^{-۷} M_i$ ۹-٦-ب

$e \ge -۴۶۲/۴ + ۹/۱۴۳\times۱۰^{-۷} M_s$ ۹-٦-ج

$e \ge -۱۱۵/۷ + ۹/۱۴۳\times۱۰^{-۷} M_s$ ۹-٦- د

m	۰	۲/۵	۵/۰	۷/۵
M_i	۰	۹۹/٤	۱۵۹/۰	۱۷۸/۹
M_s	۰	۲۰۲/۵	۳۲٤/۰	۳٦٤/۵
$e \ge$	-۱۱٦	٦۹	۱۸۱	۲۱۸
$e \le$	۱٤۷	۲۱۷	۲۵۹	۲۷۳

براي پروفیلهاي مستقیم تاندون، در نزدیکي تکیه گاه ها تاندون ها خارج از ناحیه کابل واقع ميشوند. بنابراین ٤ تاندون فوقاني در این مناطق نچسبیده خواهند بود.



براي نقطه اي كه بر آيند نيروي پيشتيندگي از داخل ناحيه كابل خارج می شود:

$$۱۴۷/۳ + ۷/۰۳۳ \times ۱۰^{-۷} M_i = ۲۵۰$$

$$\therefore M_i = ۱۴۶/۰ \text{ kNm}$$

$$\therefore \frac{۶/۳۶}{۲} x(۱۵ - x) = ۱۴۶/۰$$

$$\therefore x = ۴/۲۹ \text{ m}$$

براي يك نيروي پيشتنيدگي كاهش يافته برابر:

$$\frac{۲}{۳} \times ۱۵۶۲/۴ = ۱۰۴۱/۶ \text{ kN}$$

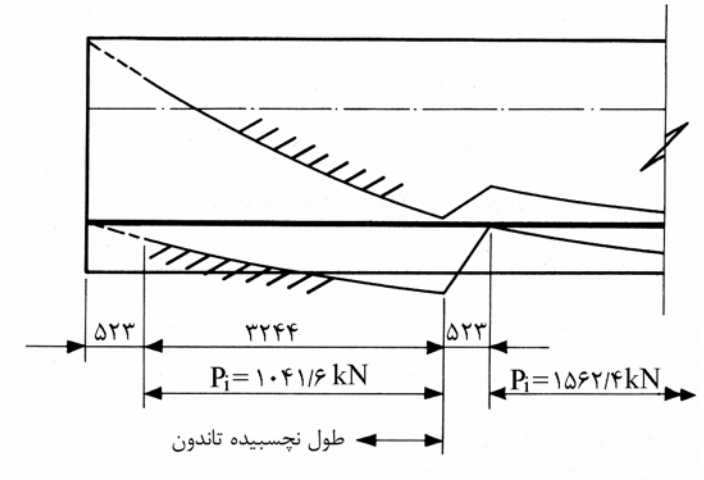
$$e \geq -۱۴۰/۹ + ۱/۳۷۲ \times ۱۰^{-۶} M_s$$

$$e \leq ۲۵۳/۵ + ۱/۰۵۵ \times ۱۰^{-۶} M_i$$

بر اساس معادله (۸-۱)

$$\text{طول انتقال} = \frac{۲۴۰ \times ۱۲/۹}{(۳۵)^{\frac{۱}{۲}}} = ۵۲۳\text{mm}$$

بر اساس شكل زير طول نچسبيده ٤ تاندون مشخص شده و بدين ترتيب كابل در ناحيه مجاز قرار می گيرد.



مقاومت نهایي

بار گسترده یکنواخت نهایي $= ۱/۴ \times ۱۱/۱۶ + ۱/۶ \times ۰/۷۵ \times ۲/۴ = ۱۸/۵۰\ \mathrm{kN/m}$

لنگر نهایي ماکزیمم در تیر $= (۱۸/۵۰ \times ۱۵^{۲})/۸ = ۵۲۰/۳\ \mathrm{kNm}$

فرض مي‌شود که تاندونها تسلیم شده اند و اینکه: $۰/۹x \le ۵۰$

$$۰/۸۷ \times ۱۸۶۰ \times ۱۲۰۰ = ۰/۹x \times ۲۴۰۰ \times ./۴۵ \times ۵۰$$

$$\therefore x = ۴۰\mathrm{mm} (\text{پس}\ ۰/۹x < ۵۰)$$

$$\varepsilon_{pb} = \frac{۰/۷۰ \times ۱۵۶۲/۴ \times ۱۰^{۳}}{۱۲۰۰ \times ۱۹۵ \times ۱۰^{۳}} + \frac{(۴۰۰ - ۴۰)}{۴۰} \times ۰/۰۰۳۵ = ۰/۰۳۶۲ \ (> \varepsilon_{۲} = ۰/۰۱۳۳)$$

$$\therefore M_u = ۰/۸۷ \times ۱۸۶۰ \times ۱۲۰۰ (۴۰۰ - ۰/۴۵ \times ۴۰) \times ۱۰^{-۶} = ۷۴۱/۸\ \mathrm{kNm}$$

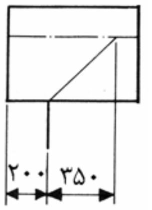
لذا لنگر مقاوم مقطع کافیست.

مقاومت برشي

الف) مقاطع ترك نخورده

از آنجا که مرکز سطح مقطع در داخل جان قرار دارد، معادله (٦-٧) مي‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

در مقطع بحراني برش:



L_t=۵۲۳

$$f_{cp} = \frac{۰/۷۰ \times ۱۰۴۱/۶ \times ۱۰^{۳}}{۲/۶۴۸ \times ۱۰^{۵}} = ۲/۷۵\ N/mm^{۲}$$

$$\therefore V_{co} = ۱/۷۳ \times ۲ \times ۱۳۰ \times ۵۰۰ \times ۱۰^{-۸} = ۲۲۴/۹\ kN$$ جدول (۷-۱)

$$V = ۱۸/۵۰ \times (۷/۵ - ۰/۴۵) = ۱۳۰/۴\ kN$$

مقاومت برشي ترك نخورده كافيست

ب) مقاطع ترک خورده

بر اساس معادله۷ -۱۳ جدول زیر را تنظیم می کنیم:

M	۲/۰۰	٤/۰۰	٤/۲۹	٥/۰۰	۷/٥۰
M_o	۱۸۳/۸	۱۸۳/۸	۱۸۳/۸	۲۷٥/۸	۲۷٥/۸
M	۲٤۰/٥	٤۰۷/۰	٤۲٥/۰	٤٦۲/٥	٥۲۰/٤
v	۱۰۱/۸	٦٤/۸	٥۹/٤	٤٦/۳	۰
V_c	۰/٥۷	۰/٥۷	۰/٥۷	۰/٦٦	۰/٦٦
V_{cr}	۱۲۱/۱	۷۲/٦	٦۹/۰	۷۷/۷	٥۰/۱

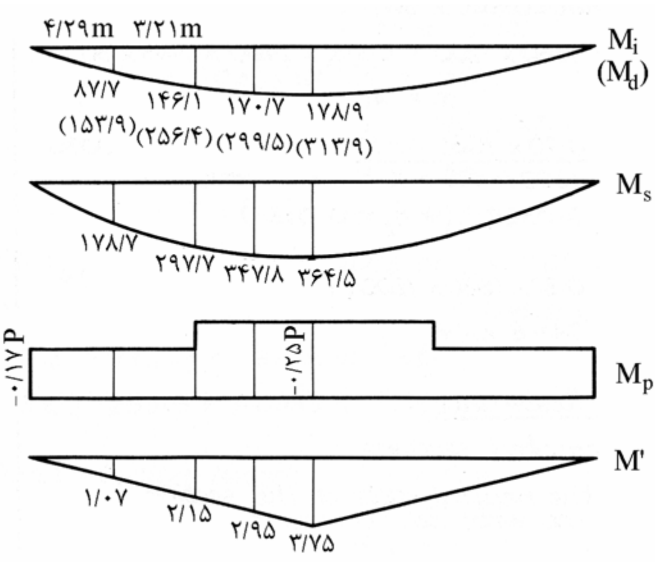
مقاومت برشي ترك خورده كافيست.

كنترل خيز در تير:

الف) خیز منفی (به سمت بالا)

$$\delta_i = \frac{۲ \times ۴/۲۹}{۶E_c I}\left[۴(۸۷/۷ - ۰/۱۷P)(۱/۰۷) + (۱۴۶/۱ - ۰/۱۷P)(۲/۱۵)\right]$$

$$+\frac{۲ \times ۳/۲۱}{۶E_c I}\left[(۱۴۶/۱ - ۰/۲۵P)(۲/۱۵) + (۱۷۰/۷ - ۰/۲۵p)(۲/۹۵) + (۱۷۸/۹ - ۰/۲۵P)(۳/۷۵)\right]$$



$$P = \infty \qquad P_i = ۰/۹۱ \times ۱۵۶۲/۴ = ۱۴۲۱/۸ \ \text{kN}$$

$$\delta_i = \frac{-۴۷۵۹/۲}{۲۷ \times ۱۰^{۶} \times ۶/۰۴۱ \times ۱۰^{-۳}} = -۰/۰۲۹۲ \ \text{m}$$

$$\delta_i = -\frac{L}{۵۱۴}$$

ب) خیز دراز مدت

خیز دراز مدت تحت بارهاي دائمي:

$$\delta_d = \frac{۲ \times ۴/۲۹}{۶E_{ceff}I}\left[۴(۱۵۳/۹ - ۰/۱۷P)(۱/۰۷) + (۲۵۶/۴ - ۰/۱۷P)(۲/۱۵)\right]$$

$$+\frac{۲ \times ۳/۲۱}{۶E_{ceff}I}\left[(۲۵۶/۴ - ۰/۲۵P)(۲/۱۵) + ۴(۲۹۹/۵ - ۰/۲۵P)(۲/۹۵) + (۳۱۳/۹ - ۰/۲۵P)(۳/۷۵)\right]$$

$$P = \beta P_i = ۰/۷۰ \times ۱۵۶۲/۴ = ۱۰۹۳/۷ \ \text{kN}$$

$$\delta_d = \frac{۴۳۷/۱}{E_{ceff}I}$$

بر اساس شکل ۲-٦ :

$$t_{eff} = ۱۲۶\,mm \qquad \phi = ۱/۵$$

$$\therefore E_{ceff} = \frac{۳۲}{(۱+۱/۵)} = ۱۲/۸\,kN/mm^{۲}$$

$$\therefore \delta_d = \frac{۴۷۳/۱}{۱۲/۸\times ۱۰^{۶}\times ۶/۰۴۱\times ۱۰^{-۳}} = ۰/۰۰۶۱\ m$$

خیز کوتاه مدت تحت بارهاي غیر دائمي:

$$\delta_s - \delta_d = \frac{۲\times ۴/۲۹}{۶E_cI}\left[۴(۱۷۸/۷-۱۵۳/۹)(۱/۰۷)+(۲۹۷/۷-۲۵۶/۴)(۲/۱۵)\right]$$

$$+\frac{۲\times ۳/۲۱}{۶E_cI}\left[(۲۹۷/۷-۲۵۶/۴)(۲/۱۵)+۴(۳۴۷/۸-۲۹۹/۵)(۲/۹۵)+(۳۶۴/۵-۳۱۳/۹)(۳/۷۵)\right]$$

$$= \frac{۱۱۸۶}{۳۲\times ۱۰^{۶}\times ۶/۰۴۱\times ۱۰^{-۳}} = ۰/۰۰۶۱\ m$$

کل خیز دراز مدت:

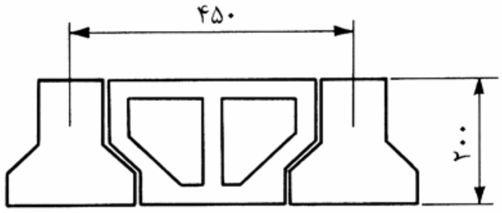
$$\delta_s = ۰/۰۰۶۱ + ۰/۰۰۶۱ = ۰/۰۱۲۲\,m \qquad (=\frac{L}{۱۲۳۰})$$

لذا خیز تیر قابل قبول می باشد.

مثال ۳ -۱۳

طراحي يک عضو کلاس۳

طراحي تيرهاي پيش کشيده براي کفي به دهانه 5m به شکل عمومی که درزير نشان داده شده، مورد نياز است.



پاسخ:

بارگذاري:

kN/m^2

۲/۳ تيرچه – بلوک

۱/۲ کارهای تکميلی

۱/۰ تيغه ها

۰/۳ تأسيسات و اندود زير سقف

۳/۰ بار زنده

ويژگيهاي مصالح:

بتن: f_{cu} (در ۲۸ روز) $= ۴۰ \ N/mm^2$

f_{ci} (در ۷ روز) $= ۳۰ \ N/mm^2$

فولاد: $f_{pu} = ۱۷۷۰ \ N/mm^2$

$f_y = ۴۶۰ \ N/mm^2$

تنشهاي مجاز

$f_{max} = ۱۳/۳ \ N/mm^2$ $\quad f'_{max} = ۱۵/۰ \ N/mm^2$ $\quad f'_{min} = -۲/۵ \ N/mm^2$

محاسبات مقاومت نهايي(اوليه)

$$\text{وزن خود تیر} = ۰/۶۶\ \text{kN/m}$$

$$\text{بار مرده کل}\ \text{DL} = ۰/۶۶ + ۰/۴۵ \times ۲/۵ + ۰/۳۵ \times ۲/۳ = ۲/۵۹\ \text{kN/m}$$

$$\text{بار گسترده یکنواخت نهایی} = ۱/۴ \times ۲/۵۹ + ۱/۶ \times ۰/۴۵ \times ۳/۰ = ۵/۷۹\ \text{kN/m}$$

$$\text{لنگر نهایی حداکثر تیر} = \frac{۵/۷۹ \times ۵^{۲}}{۸} = ۱۸/۱\ \text{kNm}$$

ابتدا اين طور در نظر گرفته مي‌شود كه فولاد تسليم شده است،

$$d = ۲۰۰ - (۲۰ + ۱۰) = ۱۷۰\text{mm}$$

از تعادل نيروهاي داخلي داريم:

$$۰/۸۷ \times ۱۷۷۰\ A_{ps} = ۰/۴۵ \times ۴۰ \times ۱۰۰ \times ۰/۹x$$

$$۰/۸۷ \times ۱۷۷۰\ A_{ps}(۱۷۰ - ۰/۴۵x) = ۱۸/۱ \times ۱۰^{۶}$$

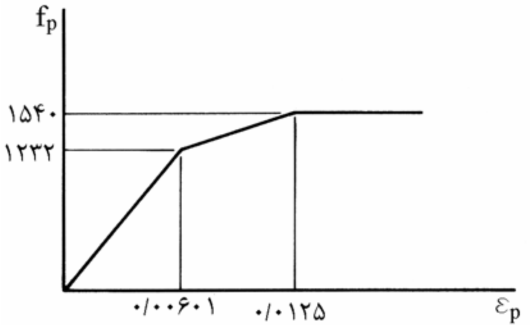
$$\therefore x = ۸۵\ \text{mm}\ \text{و}\ A_{ps} = ۸۹\text{mm}^{۲}$$

با فرض $\beta = ۰/۸۵$

$$\varepsilon_{pe} = \frac{۰/۸۵ \times ۰/۷ \times ۱۷۷۰}{۲۰۵ \times ۱۰^{۳}} = ۰/۰۰۵۱۴$$

$$\therefore \varepsilon_{pb} = ۰/۰۰۵۱۴ + (\frac{۱۷۰ - ۸۵}{۸۵}) \times ۰/۰۰۳۵$$

$$= ۰/۰۰۸۶۴ < \varepsilon_{۲} = ۰/۰۰۱۲۵$$



بنابراین:

$$\varepsilon_۱ \le \varepsilon_{pb} \le \varepsilon_۲$$

$$\varepsilon_{pb} = ۰/۰۰۵۱۴ + (\frac{۱۷۰ - x}{x}) \times ۰/۰۰۳۵$$

$$f_{pb} = ۱۲۳۲ + \frac{(\varepsilon_{pb} - ۰/۰۰۶۰۱) \times ۳۰۸}{۰/۰۰۶۴۹} = \frac{۱}{x}(۱۰۲۵\ x + ۲۸۲۳۸)$$

مجدداً از تعادل نیروها داریم:

$$۰/۴۵ \times ۴۰ \times ۱۰۰ \times ۰/۹x = A_{ps} \times \frac{۱}{x}(۱۰۲۵\ x + ۲۸۲۳۸)$$

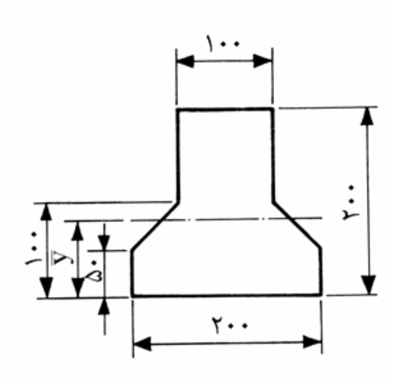
$$۰/۴۵ \times ۴۰ \times ۱۰۰ \times ۰/۹x(۱۷۰ - ۰/۴۵x) = ۱۸/۱ \times ۱۰^{۶}$$

$$\therefore x = ۸۵\ mm \text{ و } A_{ps} = ۱۰۱\ mm^۲$$

$$: \varepsilon_{pb} = ۰/۰۰۸۶۴ \quad (\varepsilon_۱ < \varepsilon_{pb} < \varepsilon_۲)$$

$$A_{ps} = ۱۰۱\ mm^۲ \text{ مورد نیاز}$$

ویژگیهاي هندسی مقطع



$$A_c = ۲/۷۵ \times ۱۰^{۴} mm^۲$$

$$Z_t = ۷/۸۳ \times ۱۰^{۵}\ mm^۳$$

$$Z_b = ۱۰/۹۶ \times ۱۰^{۵}\ mm^۳$$

$$I = ۹۱/۳۲ \times ۱۰^{۶}\ mm^۴$$

$$\bar{y} = ۸۳/۳\ mm$$

نيروي پيش تنيدگي

$$w_s = ۲/۵۹ + ۰/۴۵ \times ۳/۵ = ۳/۹۴ \text{ kN/m}$$

$$M_s = \frac{۳/۹۴ \times ۵^۲}{۸} = ۱۲/۳ \text{ kN/m}$$

با استفاده از جداول (۵-۳) و (۵-٤):

$$f_{ht} = ۵/۰ \times ۱/۱ = ۵/۵ \text{ N/mm}^۲$$

با فرض $\beta = ۰/۸۵$ و محاسبه e:

$$e = ۸۳ - ۳۰ = ۵۳\text{mm}$$

$$\frac{۰/۸۵ P_i \times ۱۰^۳}{۲/۷۵ \times ۱۰^۴} + \frac{۰/۸۵ P_i \times ۱۰^۳ \times ۵۳}{۱۰/۹۶ \times ۱۰^۵} - \frac{۱۲/۳ \times ۱۰^۶}{۱۰/۹۶ \times ۱۰^۵} = -۵/۵$$

$$\therefore P_i = ۷۹/۵ \text{ kN}$$

با استفاده از ٤ واير سرد كشيده شده به قطر 5mm:

با استفاده از جدول (۲-۲):

$$P_i = ۴ \times ۱۹/۶ \times ۰/۷ \times ۱۷۷۰ \times ۱۰^{-۳} = ۹۷/۱ \text{ kN}$$

بر آورد و محاسبه افت ها

(I): كوتاه شدگي الاستيك

$$f_{pi} = ۰/۷ \times ۱۷۷۰ = ۱۲۳۹ \text{N/mm}^۲$$

لنگر در وسط دهانه در اثر وزن خود تیر: $M_i = \frac{۰/۶۶ \times ۵^۲}{۸} = ۲/۱ \text{ kNm}$

$$m = \frac{۲۰۵ \times ۱۰^۳}{۲۶ \times ۱۰^۳} = ۷/۹$$

$$r = \left(\frac{۹۱/۳۲ \times ۱۰^۶}{۲/۷۵ \times ۱۰^۴}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۵۸\text{mm}$$

با استفاده از معادله (٤-٤):

$$f_{co} = \frac{۱۲۳۹}{\left[۷/۹ + \frac{۲/۷۵\times ۱۰^{۴}}{۷۸(۱+\frac{۵۳^{۲}}{۵۸^{۲}})} \right]} = ۶/۱۹\ N/mm^{۲}$$

$$\therefore \Delta f_p = ۷/۹\times ۶/۱۹ = ۴۸/۹\quad N/mm^{۲}\ (\text{افت } \%۳/۹)\quad \alpha = ۰/۹۶$$

(II) خزش بتن:

تنش بتن در تراز تاندون ها در وسط دهانه:

$$= ۶/۱۹ - \frac{۲/۱\times ۱۰^{۶}\times ۵۳}{۹۱/۳۲\times ۱۰^{۶}} = ۴/۹۷\ N/mm^{۲}$$

$$\text{تنش متوسط} = \frac{۱}{۲}(۶/۱۹ + ۴/۹۷) = ۵/۵۸\ N/mm^{۲}$$

$$\varepsilon_c = \frac{۱/۸}{۲۶\times ۱۰^{۳}}\times ۵/۵۸ = ۳/۸۶\times ۱۰^{-۴}$$

$$\therefore \Delta f_p = ۳/۸۶\times ۱۰^{-۴}\times ۲۰۵\times ۱۰^{۳} = ۷۹/۲\quad N/mm^{۲}$$

(III) جمع شدگي:

$$\therefore \Delta f_p = ۳۰۰\times ۱۰^{-۶}\times ۲۰۵\times ۱۰^{۳} = ۶۱/۵\quad N/mm^{۲}$$

(IV) سستي فولاد:

براي كابل يا سيمهاي كلاس ۲،

$$\Delta f_p = ۱/۲\times ۰/۰۰۲۵\times ۱۲۳۹ = ۳۷/۲\quad N/mm^{۲}$$

بنابراين:

$$\text{کل افت دراز مدت} = ۱۷۷/۹\quad N/mm^{۲}\ (\text{افت } \%۱٤/٤)\quad \beta = ۰/۸۲$$

مقاومت نهايي

چون A_{ps} بدست آمده ($۷۸\ mm^۲$)کمتر از مقداریست که قبلاً بر اساس مقاومت نهایی برابر$۱۰۱\ mm^۲$ تعیین شده بود، آرماتور و مسلح سازي اضافي نكشيده مورد نياز است.

با فرض اینکه این میلگردهای معمولی تسلیم شده اند، مساحت تقريبي فولاد اضافه شده برابر است با:

$$A_s \approx (۱۰۱-۷۸)\times\frac{۱۷۷۰}{۴۶۰} = ۸۹mm^۲$$

۲T۱۰ انتخاب مي‌شود.

از تعادل نیروها داریم:

$$۰/۴۵\times۴۰\times۱۰۰\times۰/۹x = \frac{۷۸}{x}(۱۰۲۵\ x+۲۸۲۳۸\ )+۱۵۷\times۰/۸۷\times۴۶۰$$

$$\therefore x = ۱۰۲\,mm$$

$$\therefore \varepsilon_{pb} = \frac{۰/۸۲\times۰/۷\times۱۷۷۰}{۲۰۵\times۱۰^۳}+\frac{(۱۷۰-۱۰۲)}{۱۰۲}\times۰/۰۰۳۵ = ۰/۰۰۷۲۹\ (\varepsilon_۱ < \varepsilon_{pb} < \varepsilon_۲)$$

$$f_{pb} = ۱۳۰۲\ N/mm^۲$$

$$\varepsilon_{st} = \frac{(۱۷۰-۱۰۲)}{۱۰۲}\times۰/۰۰۳۵ = ۰/۰۰۲۳۳\ (>\varepsilon_y = ۰/۰۰۲)$$

$$M_u = [۷۸\times۱۳۰۲\,(۱۷۰-۰/۴۵\times۱۰۲)+۱۵۷\times۰/۸۷\times۴۶۰\,(۱۷۰-۰/۴۵\times۱۰۲)]\times۱۰^{-۶}$$

$$= ۲۰/۴\ kNm > ۱۸/۱\ kNm$$

کنترل تنشها هنگام انتقال

$$\alpha P_i = ۰/۹۶\times۹۷/۱ = ۹۳/۲\ kN$$

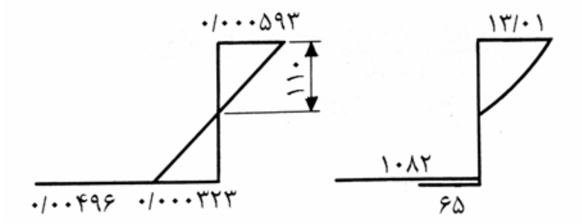
$$f_t = \frac{۹۳/۲\times۱۰^۳}{۲/۷۵\times۱۰^۴}-\frac{۹۳/۲\times۱۰^۳\times۵۳}{۷/۸۳\times۱۰^۵}+\frac{۲/۱\times۱۰^۶}{۷/۸۵\times۱۰^۶} = ۳/۳۹-۶/۳۱+۲/۶۸$$

$$= -۰/۲۴\,N/mm^۲(> f'\min)$$

$$f_b = ۳/۳۹+(۶/۳۱-۲/۶۸)\times\frac{۷/۸۳}{۱۰/۹۶} = ۵/۹۸\ N/mm^۲(< f'_{max})$$

کنترل تنشهاي بهره برداری

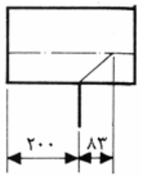
نتايج تحليل مقطع ترك خورده:



بنابر اين تنش در ميلگردها كوچكتر از ۱۵۰N/mm۲ است و ترک خوردگي در حد قابل قبول خواهد بود.
همچنين تنش حداكثر در بتن از f_{max} كوچكتر است.

مقاومت برشي

(I)مقاطع ترك نخورده:



$$L_T = \frac{۶۰۰\times۵}{(۳۰)^{\frac{۱}{۲}}} = ۵۴۸mm \; ; \; f_{prt} = ۰/۲۴\times(۳۰)^{\frac{۱}{۲}} = ۱/۳۱ N/mm^۲$$ معادلات۸-۱و۷-٤

در مقطع بحراني:

$$f_{cpx} = \frac{۰/۲۸۳}{۰/۵۴۸}\left(۲ - \frac{۰/۲۸۳}{۰/۵۴۸}\right)\times\frac{۰/۸۲\times۹۷/۱\times۱۰^۳}{۲/۷۵\times۱۰^۴} = ۰/۷۲\ N/mm^۲$$ معادله ۷-۸

$$\therefore V_{co} = ۰/۶۷\times۱۰۰\times۲۰۰(۱/۳۱^۲ + ۰/۸\times۰/۷۲\times۱/۳۱)^{\frac{۱}{۲}}\times۱۰^{-۳} = ۲۱/۱\ kN$$ معادله ۷-٦

$$V = ۵/۷۹(۲/۵ - ۰/۱۸۳) = ۱۳/۴\ kN$$

مقاومت برشي ترك نخورده كافيست.

(II) مقاطع ترک خورده

بر اساس معادله (۷-۱۳) جدول زیر را تشکیل می دهیم:

M	۰/۵	۱/۰	۱/۵	۲/۰	۲/۵
M_o	۵/۹	۵/۹	۵/۹	۵/۹	۵/۹
M	٦/۵	۱۱/٦	۱۵/۲	۱۷/٤	۱۸/۱
V	۱۱/٦	۸/۷	۵/۸	۲/۹	۰
V_c	۰/٦۰	۰/٦۰	۰/٦۰	۰/٦۰	۰/٦۰
V_{cr}	۱۷/۵	۱۱/٤	۹/۲	۷/۹	٦/۹

لذا مقاومت برشي ترك خورده كافيست.

تنش ها در تکیه گاه ها

$$f_t = \frac{۰/۸۲\times ۹۷/۱\times ۱۰^{۳}}{۲/۷۶\times ۱۰^{۴}} - \frac{۰/۸۲\times ۹۷/۱\times ۱۰^{۳}\times ۵۳}{۷/۸۳\times ۱۰^{۵}}$$
$$= ۲/۹۰ - ۵/۳۹ = -۲/۴۹ \text{ N/mm}^{۲}$$

$$f_b = ۲/۹۰ + ۵/۳۹\times \frac{۷/۸۳}{۱۰/۹۶} = ۶/۷۵ \text{ N/mm}^{۲}$$

اگر تیر به صورت يك عضو کلاس ۲ در نظر گرفته شود،

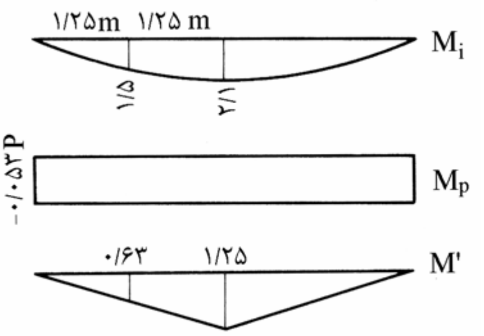
$$f_{min} = -۲/۸۵ \text{ N/mm}^{۲}$$

لذا تير در نزديكي تكيه گاه ها ترك نخورده است و هيچگونه اعمال عدم پيوستگی بين آرماتور پيشتنيدگی و بتن ضروري نمي‌باشد.

کنترل خیز در تیر

(I) در هنگام انتقال:

تیر در این مرحله ترك نخورده باقي مي ماند.



$$\delta_i = \frac{۲\times۲/۵}{۶EI}[۴(۱/۵-۰/۰۵۳P)(۰/۶۳)+(۲/۱-۰/۰۵۳P)(۱/۲۵)]$$

$$P=\alpha P_i = ۰/۹۶\times۹۷/۷=۹۳/۲\ kN$$

$$\delta_i = -\frac{۱۰/۲}{EI} = -\frac{۱۰/۲}{۲۶\times۱۰^{۶}\times۹۱/۳۲\times۱۰^{-۶}} = -۰/۰۰۴۳$$

$$(\delta_i = -\frac{L}{۱۱۶۶})$$

(II) در هنگام بهره برداری:

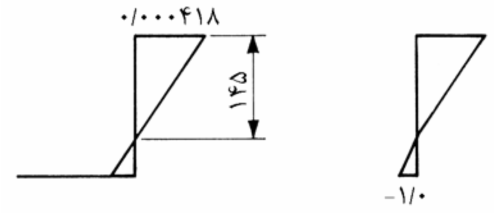
به منظور ساده سازي محاسبات، مقطع تیر به صورت مستطيلي با ابعاد ۲۰۰×۱۰۰mm در نظر گرفته مي‌شود. تحت بار بهره برداری تیر ترك خورده است و تغيير شكلها (خیزها) باید با در نظر گرفتن اینکه نواحی تیر تحت بارهاي دائمي و غير دائمي ترك خورده اند تعيين شوند.

خیز های کوتاه مدت تحت بارهاي دائمي (نصف بار زنده):

$$\text{بار دائمي} = ۲/۵۹+۰/۵\times۰/۴۵\times۳/۰ = ۳/۲۷\ KN/m$$

$$M_{per} = \frac{۳/۲۷\times۵^{۲}}{۸} = ۱۰/۲\ kNm$$

تحلیل مقطع ترک خورده نتیجه می‌دهد:



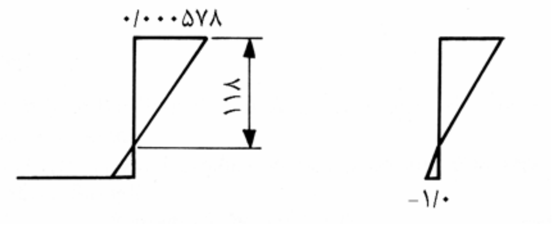
بر اساس جدول (۱-٦)

$$\frac{۱}{r_c} = \frac{۰/۰۰۰۴۱۸}{۱۴۵} = ۲/۸۸ \times ۱۰^{-۶}\,\mathrm{mm}^{-۱}$$

$$\therefore\ \delta_a = ۰/۱۰۴ \times ۵^۲ \times ۱۰^۶ \times ۲/۸۸ \times ۱۰^{-۶} = ۷/۵\ \mathrm{mm}$$

خیزکوتاه مدت تحت بار کل:

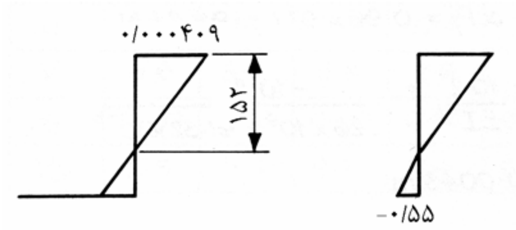
$$M_s = ۱۲/۳\ \mathrm{kNm}$$



$$\frac{۱}{r_c} = \frac{۰/۰۰۰۵۷۸}{۱۱۸} = ۴/۹۰ \times ۱۰^{-۶}\,\mathrm{mm}^{-۱}$$

$$\therefore\ \delta_b = ۰/۱۰۴ \times ۵^۲ \times ۱۰^۶ \times ۴/۹۰ \times ۱۰^{-۶} = ۱۲/۷\ \mathrm{mm}$$

خیز دراز مدت تحت بار دائمي:



$$\frac{۱}{r_c} = \frac{۰/۰۰۰۴۰۹}{۱۵۲} = ۲/۹۶ \times ۱۰^{-۶}\ \mathrm{mm}^{-۱}$$

$$\therefore \delta_c = ۰/۱۰۴ \times ۵^{۲} \times ۱۰^{۶} \times ۲/۶۹ \times ۱۰^{-۶} = ۷/۰\ \mathrm{mm}$$

خیز کل چنین بدست می‌آید:

$$\delta_t = \delta_b - \delta_a + \delta_c + \delta_i$$

$$= ۱۲/۷ - ۷/۵ + ۷/۰ - ۴/۳ = ۷/۹\ \mathrm{mm}$$

$$\delta_t = \frac{L}{۶۳۳}$$

لذا خیز کل تیر در حد قابل قبول است.

والسلام